

CONTRIBUIÇÃO AO ESTUDO DAS COBERTURAS  
PÊNSEIS CILÍNDRICAS NÃO PROTENDIDAS

ENGº PAULO DOS SANTOS NETTO

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo como parte dos requisitos para obtenção do título de "Mestre em Engenharia de Estruturas".

Orientador: Prof. Dr. Dante A.O. Martinelli

Comissão Examinadora

Prof. Dr. Lafael Petroni

Prof. Dr. Ilio Montanari

Prof. Dr. Dante A.O. Martinelli

São Carlos, Maio de 1975

## AGRADECIMENTOS

Ao prof. Martinelli pela orientação para o desenvolvimento do trabalho.

Ao prof. Barbato pelo estímulo e espírito crítico sempre presentes em nossas conversas.

Aos srs. José Carlos Marrara e David Ribeiro da Silva pelos cuidadosos trabalhos de desenho, e especialmente ao sr. Rui Roberto Casale pela dedicação nos trabalhos de datilografia.

Aos srs. Valdir Carlos de Lucca e Casimiro Paschoal da Silva.

## ABSTRACT

The aims of this work are to make general comments on hanging roofs, and the static analysis of single cables.

In the first chapter it is tried to set the appearance of the hanging roofs into architectural and structural concepts, to remark problems of general order concerning them, and a brief summary of resisting and shield materials is made. Moreover, some existing structures are described.

The second chapter deals with the analysis of static behaviour of cables directed to the usual situations of loading on cylindrical hanging roofs.

In the third chapter some examples of application, along with numerical results trying to show the behaviour of several parameters which occur in the static analysis, and final comments on cylindrical hanging roofs, are presented.

## R E S U M O

Este trabalho tem por objetivos comentar alguns aspectos qualitativos das coberturas pênseis em geral, e a análise estática de cabos isolados não protendidos.

No primeiro capítulo procura-se colocar o aparecimento das coberturas pênseis no contexto da evolução dos conceitos arquitetônico-estruturais, tecer comentários de ordem geral sobre problemas relativos a esse tipo de estrutura, fazer um apanhado dos materiais resistentes e de vedação, e descrever algumas obras já realizadas.

O segundo capítulo trata da análise do comportamento estático de cabos, orientada para os casos correntes de carregamento das coberturas pênseis não protendidas cilíndricas.

Finalmente, no terceiro capítulo, apresentam-se exemplos de aplicação, resultados numéricos que procuram traduzir o comportamento das variáveis que entram no problema estático, e comentários finais sôbre as coberturas pênseis cilíndricas em particular.

# Í N D I C E

<u>CAPÍTULO I</u>	pg.
1. INTRODUÇÃO.....	1
2. BREVE CONCEITUAÇÃO DAS COBERTURAS PÊNSEIS.....	3
2.1. Elementos de Enrijecimento.....	7
2.1.1. Enrijecimento por elementos de vedação pesa dos.....	10
2.1.2. Enrijecimento por protensão.....	11
2.2. Absorção da Componente Horizontal do Esforço no Cabo.....	16
2.3. Elementos de Ancoragem.....	18
2.3.1. Ancoragem por atirantamento.....	19
2.3.2. Estacas de tração.....	21
2.3.3. Ancoragem por gravidade.....	21
3. MATERIAIS RESISTENTES.....	23
3.1. Tipos de Cabos de Aço.....	24
3.2. Proteção dos Cabos.....	26
4. MATERIAIS DE VEDAÇÃO.....	27
5. EXEMPLOS DE COBERTURAS PENSEIS.....	30

## CAPÍTULO II

1. CABOS INEXTENSÍVEIS COM CARGAS VERTICAIS.....	46
1.1. Equação Diferencial de Equilíbrio.....	46
1.2. Cabos Inextensíveis com Configuração Parabólica	49
1.2.1. Cargas uniformemente distribuídas e arran - ques em nível.....	49
1.2.2. Cargas uniformemente distribuídas e arran - ques desnivelados.....	52
1.3. Cabos Inextensíveis com Carregamentos Associados	55
1.3.1. A função "ressalto" e sua aplicação à está - tica dos cabos inextensíveis.....	57
1.3.2. Carga uniformemente distribuída ao longo do vão e carga concentrada.....	62
1.3.3. Cargas uniformemente distribuída total e parcialmente ao longo do vão.....	65

2. CABOS DEFORMÁVEIS COM ARRANQUES FIXOS.....	67
2.1. Exemplos.....	69
2.1.1. Cargas uniformemente distribuídas ao longo do vão e efeito de temperatura.....	69
2.1.2. Cargas uniformemente distribuída ao longo do vão e carga concentrada no meio do vão	70
2.1.3. Cargas uniformemente distribuída total e parcialmente ao longo do vão.....	72
3. CABOS DEFORMÁVEIS COM ARRANQUES DESLOCÁVEIS.....	74
3.1. Carga Uniformemente Distribuída.....	74
3.1.1. Arranques em nível.....	74
3.1.2. Arranques desnivelados.....	82
3.2. Carga Distribuída ao Longo do Vão e Carga Concentrada no Meio do Vão.....	83
3.3. Efeito de Temperatura.....	84

### CAPÍTULO III

1. ANÁLISE DAS EQUAÇÕES E EXEMPLOS.....	86
2. INFLUÊNCIA DOS PARÂMETROS QUE FIGURAM NO PROBLEMA ESTÁTICO.....	94
3. CONSIDERAÇÕES DE PROJETO.....	103
4. OBSERVAÇÕES FINAIS.....	105

<u>APÊNDICE I</u> : BIBLIOGRAFIA.....	113
---------------------------------------	-----

<u>APÊNDICE II</u> : SOBRE O COEFICIENTE DE SEGURANÇA A SER ADOTADO NO CÁLCULO DOS CABOS.....	118
-----------------------------------------------------------------------------------------------	-----

<u>APÊNDICE III</u> : SOBRE A INFLUÊNCIA DA DEFORMAÇÃO AXIAL DOS PILARES E DA VARIAÇÃO DO MÓDULO DE ELASTICIDADE DOS CABOS.....	122
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----

## CAPÍTULO I

### 1. INTRODUÇÃO

A criação de espaços cobertos livres de colunas intermediárias, e os vãos a vencer, sempre foram desafios importantes para os homens ligados à construção. Mesmo dispondo apenas de materiais primários como a pedra, a argila, a madeira, as fibras vegetais, etc., foram executadas obras com características de genialidade e arrojo. É o caso das pontes pênséis para pedestres sobre o rio Min, na China, e sobre o rio Pampas, no Peru, construídas em épocas imemoriais. Ou dos arcos e abóbadas construídas em alvenaria de pedra, que datam de milênios, e que ainda hoje desafiam nossa imaginação.

Somente alguns séculos mais tarde, com a revolução industrial, é que aparece um novo material para a construção civil, proporcionando o grande impulso para o desenvolvimento da engenharia — o aço, empregado como elemento estrutural, disponível em larga escala no mercado.

Surge depois o concreto armado, material extremamente versátil, que conseguiu reunir os conceitos de engenharia e arquitetura de maneira mais completa. Paralelamente desenvolviam-se os instrumentos de cálculo e aprimoraram-se os processos de construção, tornando possível a execução de obras mais ousadas, fugindo inclusive das linhas retas, como as cascas.

As possibilidades da construção civil continuaram crescendo com o aparecimento do concreto protendido e das estruturas espaciais em tubos de aço.

Nesse processo, os vãos e áreas livres ganharam dimensões fantásticas, só possíveis com a redução cada vez maior do peso próprio das estruturas. A tal ponto chegou

essa redução, que os efeitos do vento, antes negligenciados, passam a ocupar posição de tal importância, que em determinados tipos de estruturas o peso próprio deixa de ser a principal determinante da forma estrutural, ficando a estrutura dependendo essencialmente de leis da aerodinâmica.

É o caso das COBERTURAS PÊNSEIS, cujo peso próprio pode chegar a menos de  $10\text{kg/cm}^2$ , frente a solicitação por subpressão de vento de até  $120\text{kg/m}^2$ , sem falar nos efeitos dinâmicos.

A afirmação das coberturas pênseis como salto qualitativo em termos arquitetônico-estruturais, deu-se por volta de 1950, com o projeto e execução da Arena de Raleigh (fig.I.32), idealizada por M.Nowicky.

A partir de então, o número de obras em que figuram tetos suspensos tem aumentado consideravelmente, em face das muitas vantagens inerentes a esse tipo estrutural: são indicadas para cobertura de grandes áreas sem colunas intermediárias, com peso próprio pequeno, contando com uma extraordinária riqueza de formas.

Cabe aqui observar que o salto qualitativo acima mencionado se refere ao estudo sistemático das coberturas pênseis, ao impulso que a obra de Nowicki proporcionou ao desenvolvimento desse novo tipo de cobertura, pois existem obras nesse mesmo campo que antecederam a Arena de Raleigh:

- 1896- cobertura de quatro pavilhões em Nijny-Novgorod, na Rússia<sup>(76)</sup>\*
- autor: V.G. Shookhov
- 1932- cobertura para silo em Albany, USA (cfr.94)
- autor: James Stewart
- 1937- cobertura para o Pavilhão de Zagreb (cfr.94)
- autor: Bernard Laffaille
- 1937- projeto para cobertura do Pavilhão da Exposição de Paris (cfr.94)
- autores: Baudouin e Lods

\*referência bibliográfica

## 2. BREVE CONCEITUAÇÃO DAS COBERTURAS PÊNSEIS

O conceito de estrutura pên<sup>sil</sup> é em si bastante simples — trata-se de um conjunto de cabos com arranjo adequado que sustentam os elementos de vedação.

Entretanto, a aplicação desse conceito às coberturas exige um certo cuidado para evitar confusões de nomenclatura. Com a finalidade de uniformizar a exposição, julgou-se conveniente relacionar algumas definições indispensáveis, e então estabelecer um esboço de classificação.

### Definições<sup>(33)</sup>

cabo: conjunto de fios.

fio : barra que s<sup>o</sup> pode resistir a solicitações de tração segundo seu eixo.

barra: corpo que se pode considerar gerado por uma figura plana, de forma e dimensões não necessariamente constantes, cujo centro de gravidade se desloca ao longo de uma linha, à qual a figura se mantém perpendicular e cuja trajetória tem desenvolvimento largamente superior às dimensões da figura.

estrutura pên<sup>sil</sup>: estrutura linear cujos elementos principais são cabos.

cobertura pên<sup>sil</sup>: caso particular de estrutura pên<sup>sil</sup>.

rêde: estrutura pên<sup>sil</sup> não plana, cujos cabos estão dispostos de tal modo que seus eixos se situem numa superfície homeomorfa do plano.

Por comodidade de expressão, é conveniente acrescentar uma outra definição:

cabo treliça: associação de dois cabos com curvaturas opostas, ligados entre si por hastes.

## Classificação

Quanto ao tipo de solicitação dos cabos

- coberturas pênseis protendidas
- coberturas pênseis não protendidas

Quanto à curvatura da cobertura

- coberturas pênseis cilíndricas (curvatura total nula)
- coberturas pênseis com dupla curvatura no mesmo sentido (curvatura total positiva)
- coberturas pênseis com dupla curvatura reversa (curvatura total negativa)

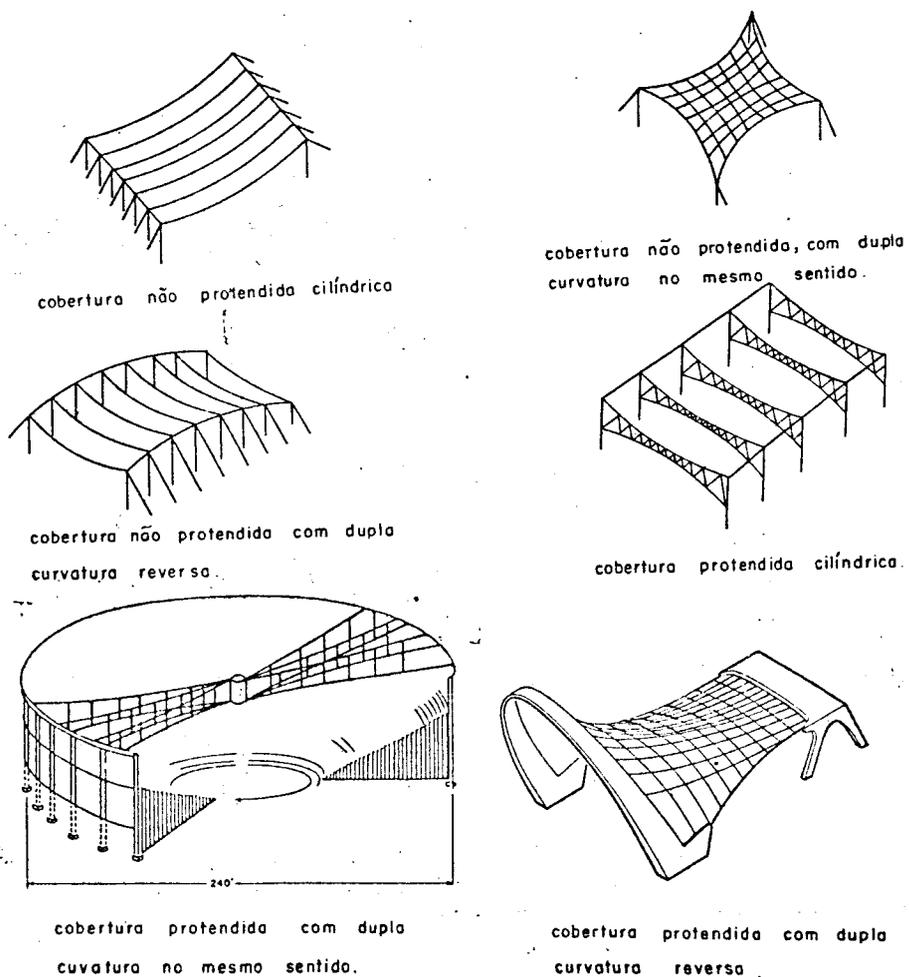


Fig. I.1

Existem muitos outros tipos de coberturas pênseis que fogem à classificação apresentada. É o caso, por exemplo, das coberturas pênseis "plissadas" (fig.I.2), ou daquelas nas quais os elementos de vedação estão suspensos dos cabos (fig.I.3)

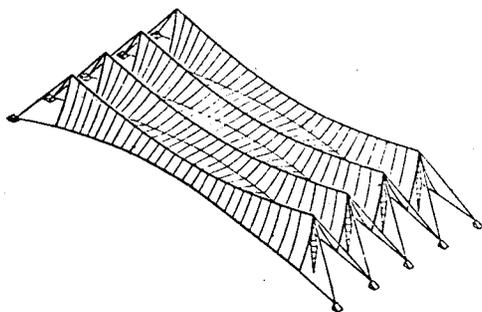


Fig. I.2

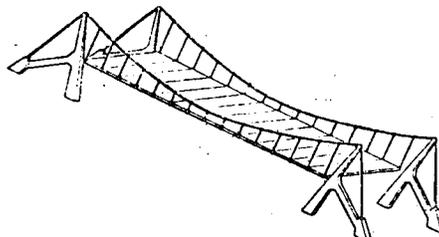


Fig. I.3

Enfim, a identificação mais precisa de um determinado tipo de cobertura pênseil exige uma classificação que atenda a um número bem maior de critérios – o tipo de interação entre os cabos (redes, cabos independentes), o tipo de contorno (rígido, flexível), o sistema de apoio, etc.

Contudo a classificação apresentada resume os tipos correntes e permite a colocação do objeto de estudo dentro do quadro geral das coberturas pênseis.

Voltando agora ao conceito de cobertura pênseil, é necessário acrescentar que nesse tipo de cobertura os cabos constituem o principal elemento resistente. As cargas são por eles recebidas e transmitidas aos elementos de suspensão. Nesse "caminho das cargas", pela própria definição de cabo, a única solicitação possível para os cabos são esforços de tração. Para identificar a relação entre solicitação à tração e estrutura pênseil, compare-se<sup>(3)</sup> uma treliça (estrutura convencionalmente dita rígida), submetida a uma carga uniformemente distribuída (fig.I.4) com a mais elementar das estruturas pênseis – o cabo isolado suspenso de dois pontos – submetido ao mesmo carregamento (fig.I.5).

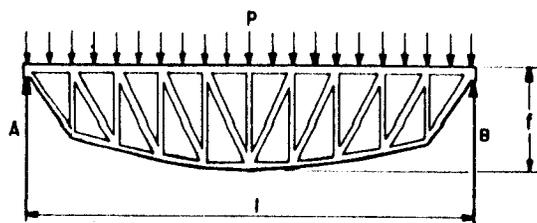


Fig. I.4

"momentos resistentes"

$$M = \frac{Pl^2}{8}$$

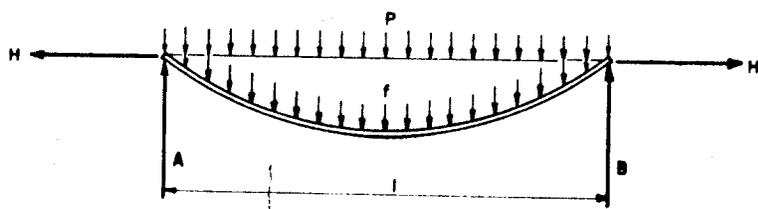


Fig. I.5

$$M = Hf = \frac{Pl^2}{8}$$

As duas estruturas tem igual "momento resistente", e igual reação vertical. Entretanto, até visualmente se pode perceber que o peso próprio da treliça deve ser largamente superior ao do cabo. Essa diferença tende a aumentar à medida que o vão cresce, pois quanto maior o vão, maior deve ser o parâmetro f, com conseqüente aumento no peso próprio. Além disso, os efeitos de flambagem e força cortante existentes na treliça exigem seções maiores, crescendo ainda mais peso próprio.

Retirem-se então as barras comprimidas e mais aquelas necessárias ao esforço cortante. O que resta na treliça é basicamente o banzo tracionado, que pode perfeitamente ser assimilado a um cabo suspenso. Essa "metamorfose" seria altamente desejável se gratuita, porém, o cabo assim formado além de perder toda a rigidez a esforços que não os de tração, exige ainda para o equilíbrio a introdução de um esforço H (fig.I.5).

As conseqüências são imediatas, isto é, tornam-se necessários dois novos elementos na estrutura da fig.(I.5) - um para absorver o esforço H, e outro para fornecer a rigidez perdida.

Embora esses dois elementos sejam quase sempre interdependentes, para efeito de estudo serão a seguir considerados em separado.

## 2.1. Elementos de enrijecimento

A falta de rigidez dos cabos (a esforços que não os de tração) tem, nas coberturas pênseis especialmente, dois graves inconvenientes – excessiva deformabilidade por carregamentos não simétricos e grande suscetibilidade a sollicitações dinâmicas – além da possibilidade de inversão de curvatura por subpressões de vento.

Os carregamentos não simétricos (por cargas ocasionais) são em geral oriundos de sobrecarga de neve e pressões ou subpressões de vento. No Brasil, excetuando-se algumas regiões particulares, a neve não constitui problema, passando as coberturas pênseis a ter no vento a solicitação mais importante. De fato, é justamente essa solicitação que origina os efeitos dinâmicos (oscilações, vibrações, ressonâncias), e possibilita uma inversão de curvatura.

A inversão de curvatura e a deformabilidade por carregamentos não simétricos são fenômenos de compreensão imediata. Já o comportamento dinâmico é um efeito que exige considerações adicionais<sup>(128)</sup>.

A fig.(I.6-1) mostra um cabo em equilíbrio, com configuração geométrica qualquer, submetido a uma força de tração  $T = T(s)$ .



Fig.I.6

Se o cabo for puxado como na fig.(I.6-2), e depois solto, ele irá vibrar. Durante tal estado de vibração, ele assumirá toda espécie de configurações, as quais mudam com o tempo. Suponha-se que a configuração da fig.(I.6-3) seja a forma do cabo num instante qualquer. Essa configuração dependerá de como o cabo foi puxado, das propriedades do material e da tensão inicial, podendo ser

representada por um número infinito de curvas harmônicas (componentes harmônicas) à semelhança da representação matemática de uma curva qualquer pelas séries de Fourier.

Dessas componentes harmônicas, as três primeiras estão representadas na fig.(I.7).

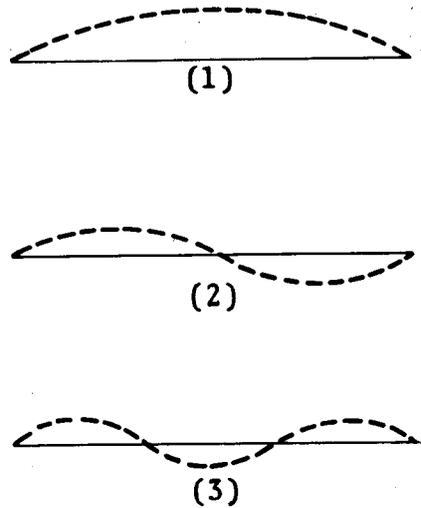


Fig.I.7

Cada componente harmônica possui amplitude a diferente, variável de instante para instante. Cada amplitude é tal que a soma de todas resulta no valor exato da ordenada do cabo naquele instante.

O número de componentes harmônicas e a amplitude de cada uma delas para representar uma configuração como a da fig.(I.6-2), dependerá do problema específico em foco.

As componentes harmônicas não são componentes imaginárias do cabo vibrante, mas são realmente uma entidade física presente no estado vibracional do cabo.

Cada componente harmônica é chamada "modo de vibração" do cabo, e a frequência de mudança de amplitude (isto é, o número de vezes por segundo que cada componente harmônica atinge suas amplitudes máximas, positiva ou negativa) de cada componente harmônica é chamada "frequência natural" do cabo. Um cabo vibrante poderá então, ter

infinitas frequências naturais.

A frequência de um "modo" qualquer é dada pela expressão:

$$\omega_n = \frac{n\pi}{\ell} \sqrt{T/(q/g)} \quad (I.1)$$

onde

$\omega_n$  = frequência de vibração do modo

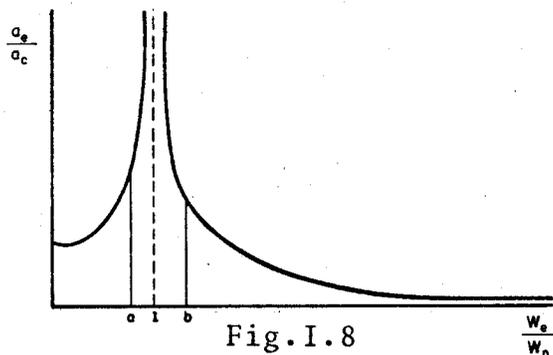
$q$  = peso do cabo por unidade de comprimento, su  
posto uniforme

$g$  = aceleração da gravidade

$\ell$  = vão do cabo

$n$  = ordinal do modo

Imagine-se agora, que o cabo (em equilíbrio) da fig. (I.6-1) seja submetido a uma carga externa pulsante, que tem frequência  $\omega_e$ . A fig. (I.8) mostra o comportamento do cabo, relacionando  $a_e/a_c$  (relação entre as amplitudes dos modos da carga externa e do cabo) e  $\omega_e/\omega_n$  (relação entre as frequências da carga externa e do cabo)



No intervalo (a,b) da fig. (I.8) vê-se que as amplitudes crescem rapidamente. Em particular, quando for  $\omega_e/\omega_n = 1$  ter-se-á amplitude infinita (ressonância), o que significa ruptura do cabo qualquer que seja sua resistência. Mesmo sem ressonância, valores de  $\omega_e/\omega_n$  dentro do intervalo (a,b) significam oscilações fortes, com evidentes

efeitos destrutivos. Fora desse intervalo, o cabo pode ser considerado estável.

As considerações feitas até agora se referem a cabos isolados. Quando se trata de uma cobertura pênsil, o tratamento teórico do comportamento dinâmico da cobertura como um todo se torna extremamente complexo. A solução do problema tem seguido duas orientações - manter a relação  $\omega_e/\omega_n$  fora do intervalo (a,b), e conferir aos cabos um sistema de amortecimento.

#### 2.1.1. Enrijecimento por elementos de vedação pesados

Uma aproximação geralmente usada para manter a relação  $\omega_e/\omega_n$  fora do intervalo (a,b), tem sido aumentar o peso próprio da cobertura, através de seus elementos de vedação. Zetlin<sup>(128)</sup> é de opinião que, embora um aumento no peso próprio melhore bastante a estabilidade da cobertura, não se pode assegurar que esse procedimento manterá efetivamente a relação  $\omega_e/\omega_n$  fora do citado intervalo (a,b), em face das incertezas sobre a determinação de  $\omega_n$ , e principalmente de  $\omega_e$ . De fato, a frequência  $\omega_n$  se refere agora, não mais a um cabo isolado, mas à cobertura como um todo, e a frequência da carga externa  $\omega_e$  apresenta grandes dificuldades de previsão.

Além disso, diz Zetlin, esse procedimento peca também por ser de difícil extrapolação, isto é, os valores dos parâmetros a e b determinados num caso específico (ainda que com razoável precisão), em geral só poderão servir de critério para outro projeto, em casos muito particulares.

Contudo, o processo de aumentar o peso próprio tem sido usado em um bom número de casos no mundo inteiro.

Nas coberturas pênsis não protendidas, especialmente, os elementos de vedação pesados são usados co-

mo maneira simples de melhorar o comportamento da cobertura frente a carregamentos não simétricos e solicitações dinâmicas, bem como impedir a inversão de curvatura.

Fragoso<sup>(54)</sup> sugere, com base em ensaios realizados na Europa, que "coberturas com peso próprio da ordem de  $100\text{kg/m}^2$  podem perfeitamente resistir aos efeitos de sucção do vento". Também Frei Otto<sup>(94)</sup> menciona algo a respeito, fornecendo inclusive um critério para estabelecer o peso próprio em função da altura do edifício:

altura sobre o terreno	peso da cobertura
(m)	( $\text{kg/m}^2$ )
0-8	43-52
8-20	70-83
20-100	96-114

Observa ainda Frei Otto que, para coberturas com bordos livres, o problema da inversão de curvatura nesses bordos persiste, havendo pois que ancorá-los devidamente.

### 2.1.2. Enrijecimento por protensão

Dentro da segunda orientação que visa impedir a amplificação das amplitudes nos cabos vibrantes, isto é, dentro dos processos que procuram conferir aos cabos de uma cobertura pênsil, um sistema de amortecimento, estão os processos de enrijecimento por protensão.

A fig.(I.9) dá uma idéia do comportamento de um cabo vibrante com oscilações amortecidas.

Pode-se ver pela figura que o cabo dotado de um sistema de amortecimento terá suas amplitudes sempre controladas, isto é, não existe possibilidade de ocorrer ressonância, ou oscilações exageradas, além de fazer com que o cabo retome rapidamente a posição inicial.

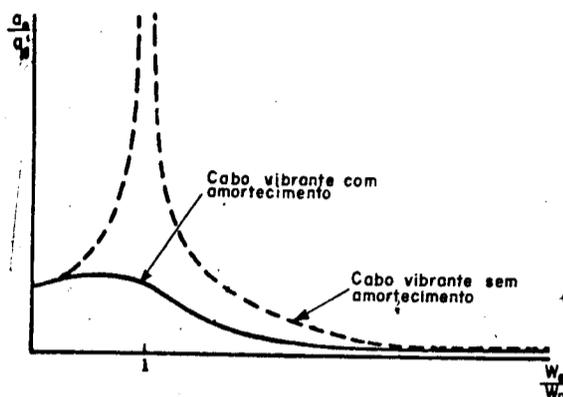


Fig. I.9

Sem entrar em discussões físicas e matemáticas do fenômeno, procurar-se-á mostrar como a protensão pode resultar num eficaz sistema de amortecimento para os cabos de uma cobertura pênsil.

Antes porém, é necessário relembrar o conceito de protensão. Aplicar protensão a um elemento estrutural significa impor-lhe um estado de tensões prévias, permanentemente aplicadas de tal modo que, quando submetido à combinação mais desfavorável de carregamento (incluindo as solicitações oriundas do sistema de protensão), não haja risco de ocorrerem tensões que ultrapassem as consideradas admissíveis.

O conceito de protensão aplicado a elementos que somente possam ser solicitados à tração, leva pois à situação particular em que se impõe ao elemento um estado prévio de tensões de tal modo que, para a combinação mais desfavorável de carregamento, não haja risco de ocorrerem tensões de compressão.

Considere-se então o cabo da fig. (I.10) solicitado por uma carga uniformemente distribuída ( $p$ ). Considere-se ainda que essa carga representa todos os carregamentos permanentes. Para essa carga, o cabo se encontra solicitado por uma força de tração  $T = T(s)$ . Se o cabo, nessas condições, for solicitado por uma subpressão  $p' > p$ , ter-se-á o esquema da fig. (I.11), devendo trabalhar comprimido. É claro que a flambagem é inevitável, pois o cabo não possui qualquer rigidez à compressão.

A flambagem do cabo significa inversão (local ou total) da curvatura.

Se se conseguir, por um sistema qualquer, manter tracionado o cabo mesmo para o carregamento da fig. (I.11), dir-se-á que o cabo se encontra protendido.

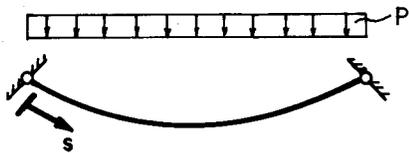


Fig.I.10

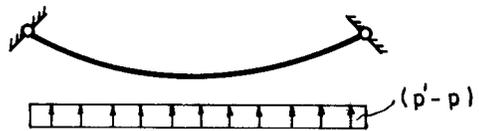


Fig.I.11

Imagine-se então, o cabo da fig.(I.11) associado a outro de curvatura oposta, ligados entre si por hastes (fig.I.12 e I.35).

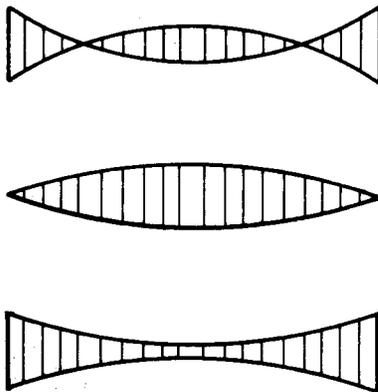


Fig.I.12

Se o cabo tensor recebe uma tensão prévia adequada, parte dessa tensão se transmite ao cabo portante através das hastes, impedindo a inversão da curvatura, mesmo para carregamento do tipo esquematizado na fig.(I.11). Mas não é esse o objetivo fundamental, ou seja, impedir a inversão da curvatura no cabo portante. Zetlin<sup>(128)</sup>, quando concebeu essa associação (fig.I.12), pensava principalmente na eliminação dos efeitos nocivos da vibração; "se um dos cabos, por exemplo o portante, tende a ser excitado por uma solicitação dinâmica externa, e portanto tende a assumir uma certa geometria num determinado instante, o outro, devido a suas diferentes características, tenderá

a assumir uma configuração geométrica diferente. Desse modo, haverá um fluxo de energia de um cabo a outro, e um cabo funcionará como amortecedor do outro. Como num clássico absorvedor de choque onde a energia do sistema vibrante é transmitida para amortecedor a óleo, a cobertura consistindo numa série de pares de cabos assim associados, constituirá um gigantesco absorvedor de choques internos".

As "diferentes características" citadas por Zetlim se referem principalmente às diferentes tensões iniciais de ambos os cabos que possibilitam diferentes modos de vibração.

A fig.(I.13) mostra uma outra disposição das hastes. Essa disposição diagonal das hastes foi proposta por JAWERTH<sup>(53)</sup>, como uma maneira mais eficaz de amortecimento das oscilações, além de outras vantagens do ponto de vista de rigidez.



Fig.I.13

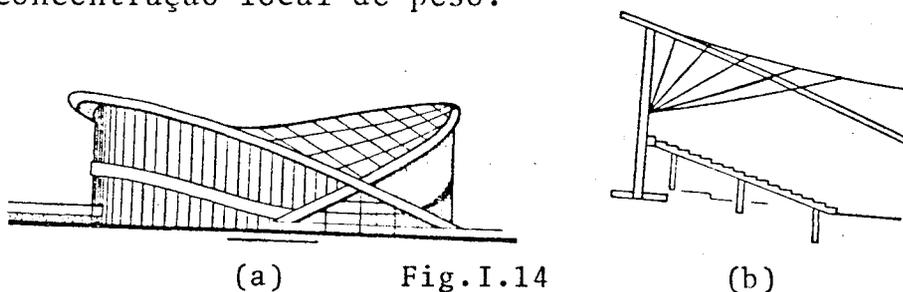
M. FOURTANÉ<sup>(53)</sup>, colaborador de JAWERTH em vários projetos de coberturas pênseis, comenta a respeito da disposição diagonal das hastes "... depois de um certo número de experiências, escolhemos a disposição de hastes diagonais que dão um excelente amortecimento interno e, de outro lado, diminuem muito as deformações nos cabos por - tantes".

"O sistema resulta bastante rígido. Cada elemento da estrutura é de comprimento diferente, portanto com diferentes modos de vibração. Na ocasião do aparecimento de uma oscilação, as hastes pares ganham tensão enquanto as ímpares são aliviadas. Para a oscilação seguinte o processo é inverso, e o amortecimento é tal que o conjunto não pode amplificar as oscilações".

Em continuação, FOURTANÉ explica que a eficácia desse processo depende dos pontos de ligação haste-cabo. Esses pontos de ligação deverão estar localizados nos pontos de inflexão da vaga natural que percorre o cabo.

Sobre a rigidez obtida com essa nova disposição das hastes, FOURTANÉ comenta "... sob efeito das cargas se produz uma transferência de tensão do cabo superior (portante) ao inferior (tensor) que tem por efeito reduzir consideravelmente a variação de flecha, ficando essa variação na mesma ordem de grandeza daquelas correntes nas construções ditas tradicionais (1/200 a 1/300)".

No caso de coberturas com dupla curvatura reversa que têm os cabos dispostos de tal modo a formarem uma rede (fig.I.14), o processo de amortecimento das oscilações é semelhante aos casos anteriores, devido à interação dos cabos portantes e tensores. Algumas vezes, especialmente em situações como as das fig.(I.14.a), o projetista se vê obrigado a utilizar processos mistos de enrijecimento (nas regiões de pequena curvatura, nem sempre é possível conseguir a protensão desejada somente através dos cabos tensores), utilizando tirantes (fig.I.14-a), ou uma concentração local de peso.



Uma outra técnica de enrijecimento, já utilizada com sucesso em várias situações, é a protensão por sobrecarga<sup>(80)</sup>. Considere-se a cobertura esquematizada na fig.(I.15). É uma cobertura pênsil circular que tem dupla curvatura no mesmo sentido. Os cabos são suspensos de dois anéis, e estão dispostos radialmente. Sobre os cabos são

dispostas placas de concreto préfabricadas (fig.I.16). Esse carregamento produz nos cabos uma flecha  $f$  (fig.I.17). Em seguida, sobre essas placas dispõe-se uma sobrecarga (tijolos, arcia, água, etc.) que ocasionará uma variação  $\Delta f$  (fig.I.18) na flecha. Nessa situação preenchem-se as juntas (radiais e tangenciais). Retirada a sobrecarga, o cabo tenderá a retomar uma posição menos deformada, sendo impedido pela capa contínua de concreto que comprimida, passa a se comportar como casca.

O comportamento de casca se reflete não só na resistência às subpressões devidas ao vento, como também no que diz respeito a carregamentos não simétricos e solicitações dinâmicas.

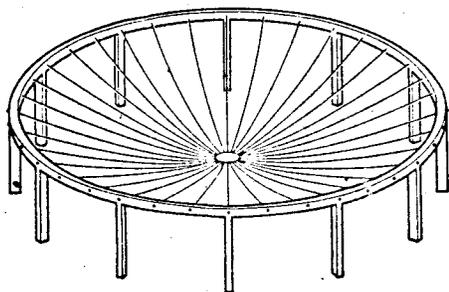


Fig. I.15

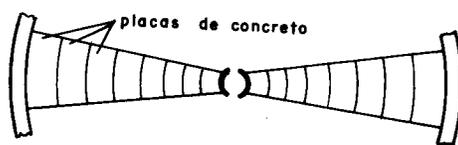


Fig. I.16



Fig. I.17



Fig. I.18

## 2.2. Absorção da componente horizontal do esforço no cabo

Os modernos processos de criação científica vêm diminuindo a distância entre especialistas de distintas áreas através do trabalho em equipe. Porém, antes mesmo do aparecimento desses novos processos, engenharia e arquitetura já surgiam como tema de longos debates no sentido de uma aproximação maior, com vistas a elaboração de

projetos mais racionais.

De fato, são inúmeras as situações em que os conceitos de engenharia e arquitetura, aplicados de maneira estanque, têm mostrado resultados bastante criticáveis.

Nas coberturas pênseis particularmente, essa separação é claramente indesejável porquanto, aqui, plástica e "caminho das cargas" são extremamente interdependentes (fig.I.19).

O "caminho das cargas" nos esquemas das figuras (I.19,a,c,d) é semelhante, e os esforços de tração nos cabos são absorvidos por conjuntos pilar-espia.

Nos esquemas das figuras (I.19-e,f), as coberturas são auto-equilibradas para os esforços oriundos dos cabos, sendo portanto dispensáveis as espias.

As figuras (I.19-b,g) têm características semelhantes relativamente ao "caminho das cargas, pois o peso próprio do arco na fig.(I.19-g) e o peso próprio dos pilares inclinados da fig.(I.19-b) mais outras cargas eventualmente aplicadas neles, podem ser utilizados para compensar os esforços oriundos dos cabos, dispensando também as espias.

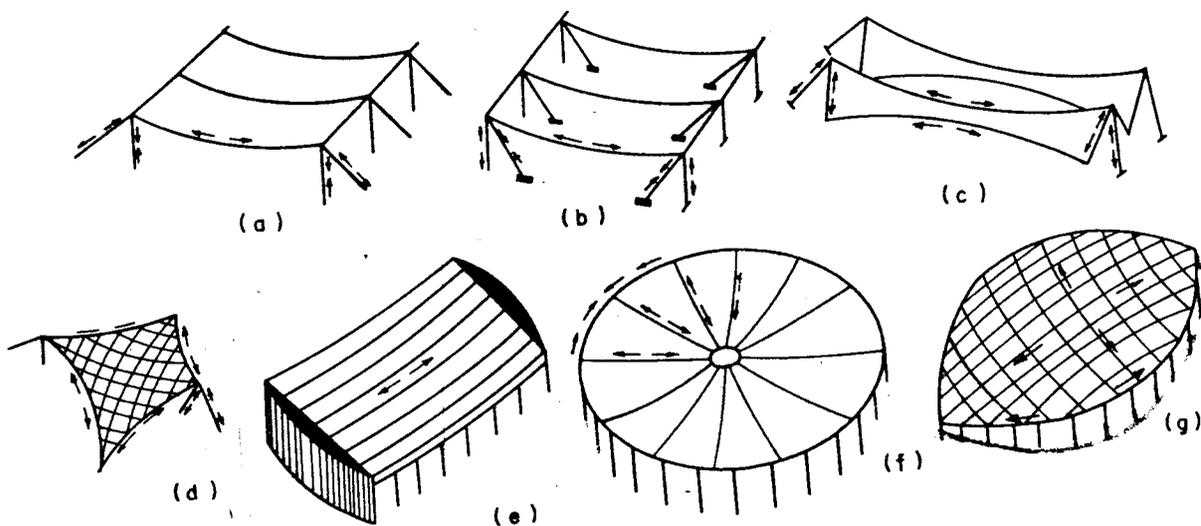


Fig.I.19

É interessante acrescentar, como ilustração, uma sequência de esquemas sugeridas por Frei Otto<sup>(94)</sup>, que permite visualizar a "metamorfose" de um esquema como o da fig.(I.19-d) no esquema da fig.(I.19-g).

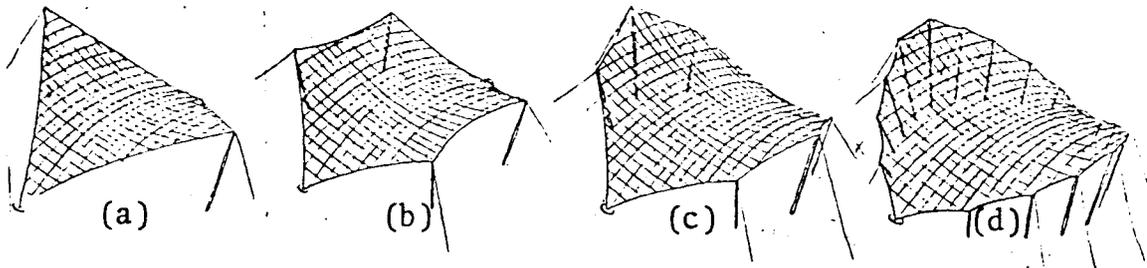


Fig.I.20

Introduzindo novos pontos de apoio ao contorno da fig.(I.19-d) chega-se à fig.(I.20-d). Substituindo agora o contorno flexível nesta última por arcos rígidos, e retirando as espigas, obtém-se o esquema da fig.(I.19-g), esquema esse que constitui basicamente o modelo estático idealizado por M.Nowiki<sup>(119)</sup> para a cobertura da Arena de Raleigh (fig.I.32).

Naturalmente, uma infinidade de outros sistemas podem ser imaginados, porém, a maioria com uma ou outra característica comum – a utilização ou não de elementos estruturais que precisam ser ancorados no solo.

### 2.3. Elementos de ancoragem

O sistema a ser usado na ancoragem das espigas depende, entre outros fatores, do tipo de solo e da intensidade da força a ancorar, não esquecendo que ambos estão estreitamente ligados aos fatores economia e disponibilidade de recursos técnicos e equipamentos.

Assim, pode-se usar:

- Ancoragem por atirantamento
- Ancoragem por estacas de tração
- Ancoragem por gravidade

### 2.3.1. Ancoragem por atirantamento

O esquema básico de atirantamento em solo é o da fig.(I.21), diferindo os vários sistemas no processo de execução da zona de ancoragem. Na cidade de Ouad Mekérra, na Algéria, A.Coyne<sup>(94)</sup> conseguiu ancorar até 1000t em maciços de pedra arenítica, com a zona de ancoragem executada segundo o esquema da fig.(I.21).

Em solos granulares com resistência média, e em solos argilosos, a zona de ancoragem consta de um tipo de estaca moldada "in loco", sendo a concretagem feita sob pressão.

Esse tipo de ancoragem é conhecido há mais de 30 anos, porém somente há uns 15 anos é que vem sendo pesquisado mais seriamente em vários países. No Brasil, esse processo permitiu a ancoragem de no máximo 25t, até 1968. Nessa ocasião, com o início das obras do Metrô em S.Paulo, aquele limite subiu a 45t em solos argilosos, com pressão de injeção variando entre 10 e 40kg/cm<sup>2</sup>(<sup>2</sup>).

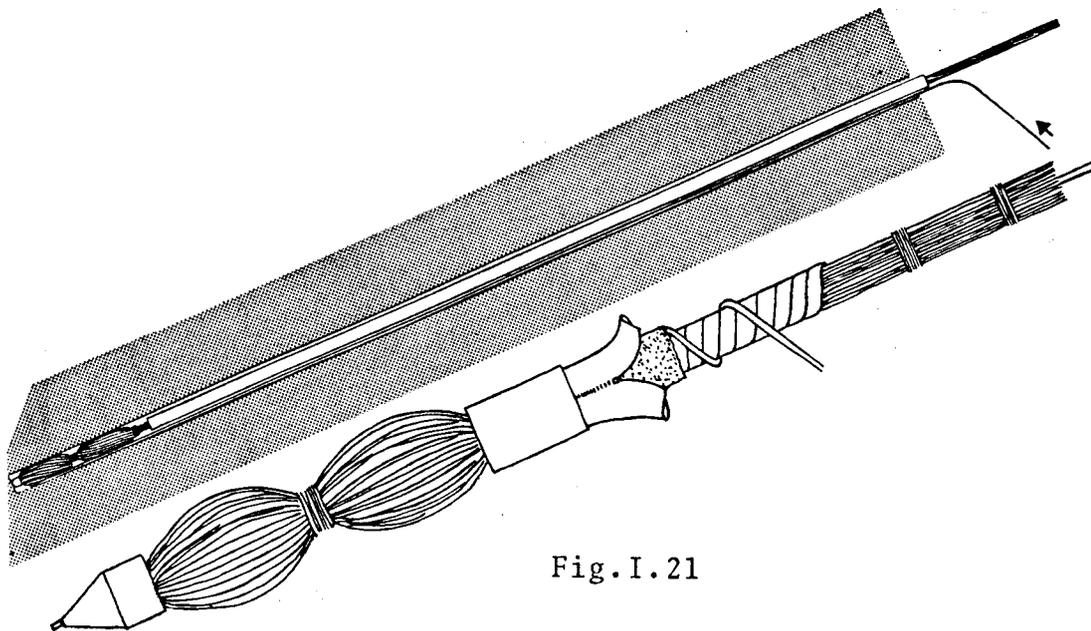


Fig.I.21

A zona de ancoragem pode ser executada por vários outros meios<sup>(96)</sup>:

- ancoragem por trados (screw anchors)
- ancoragem de expansão (expanding anchors)
- ancoragem dobrável (folding anchors)

A capacidade de carga dos sistemas acima é ainda bastante limitada.

Formas de ancoragem com capacidade de carga relativamente alta e mais apropriadas para absorver esforços de coberturas pênseis ou de estruturas infláveis, são as Ancoragens Tipo Agulha<sup>(96)</sup>. Resume-se em seguida a descrição de apenas um dos tipos citados por F.Otto<sup>(96)</sup>. "Um tubo de aço com paredes relativamente finas tem a extremidade inferior soldada a uma ponta maciça de aço duro. O cabo é então chumbado de maneira conveniente nessa extremidade inferior, como ilustra a fig.(I.22).

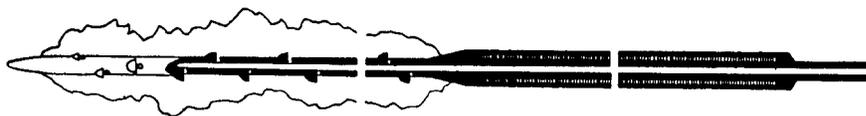


Fig. I.22

Esse conjunto é então cravado no solo, como na fig.(I.23-a), preenchendo-se a parte superior do tubo com concreto (fig.I.23-b). Em seguida o espaço vazio recebe a pasta, injetada a altas pressões, (fig.I.23-c), para assegurar boa compressão do solo adjacente.

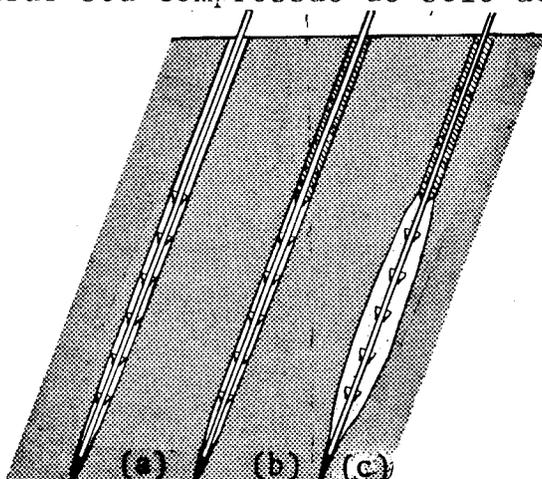


Fig. I.23

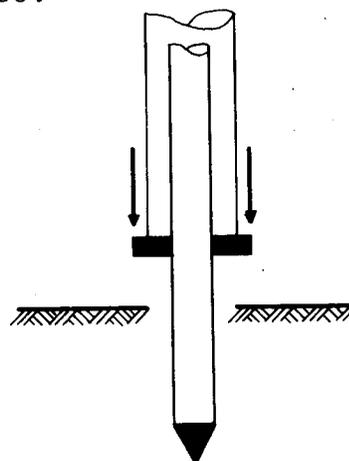


Fig. I.24

Cuidados especiais deverão ser tomados na cravação, sobretudo se o tubo em questão não tiver rigidez à flambagem (seu comprimento pode atingir até 25m). Nesse caso, o bate-estacas, ou similar, não deverá atuar diretamente na extremidade superior mas ao longo do tubo, com auxílio de braçadeiras e de outro tubo mais rígido (fig.I.24)".

### 2.3.2. Estacas de tração

As estacas de tração mais importantes são as estacas MV<sup>(91)</sup>.

Embora de emprego recente (aproximadamente 15 anos), têm tido sucesso na ancoragem de grandes cargas (até 250t). Como exemplo tem-se a ancoragem de 160t na fundação da Central Elétrica de Neuhof<sup>(96)</sup>, em Hamburgo, com até 25 metros de profundidade. Sua superfície pode oferecer tensões de atrito de 13 a 30t/m<sup>2</sup>.

Outros tipos de estacas de tração, empregadas isoladamente ou em conjunto, podem ser encontradas em<sup>(96)</sup>, onde Frei Otto apresenta um panorama bastante geral do emprego de estacas de tração.

### 2.3.3. Ancoragem por gravidade

A ancoragem por gravidade constitui ainda a maneira mais simples, mais elementar, de absorver esforços de tração. O elemento mais comumente empregado é o bloco de concreto empregado isoladamente, ou associado com estacas. A fig.(I.25) mostra alguns tipos sugeridos por Frei Otto<sup>(96)</sup>.

Em blocos enterrados o consumo de concreto pode ser bastante reduzido, aproveitando-se o peso do solo sobre o bloco (fig.I.26)

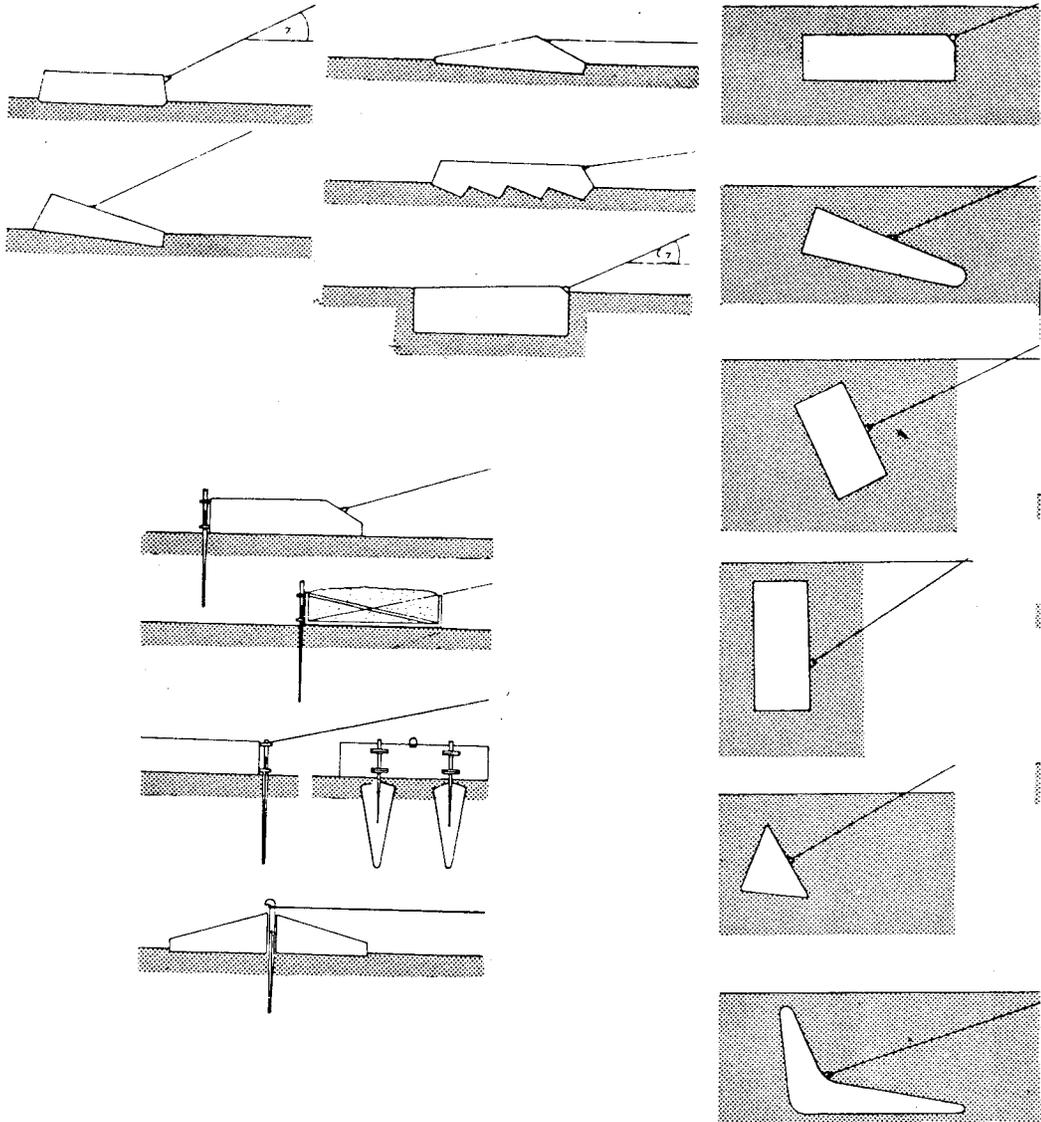


Fig. I.25

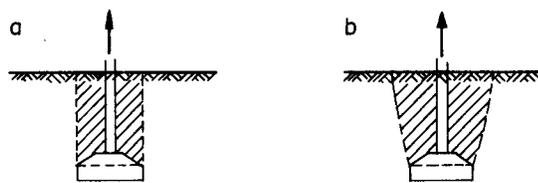


Fig. I.26

Os ensaios têm mostrado que a ruptura do solo se dá como no esquema (b), segundo o qual o volume de terra poderia ser consideravelmente maior do que o considerado em (a). Contudo, alguns autores<sup>(57)</sup> aconselham prudentemente, adotar o esquema (a).

### 3. MATERIAIS RESISTENTES

Nas coberturas pênseis, os elementos resistentes são solicitados somente à tração.

Esses elementos deverão, portanto, ser constituídos por material resistente à tração, e ter forma geométrica compatível com essa solicitação, isto é, a inexistência de outras solicitações que têm "fome" de seção (flambagem, força cortante, momento fletor, etc.) deve ser aproveitada economicamente, tomando-se para o elemento a forma geométrica mais esbelta possível, desde que com a resistência necessária.

Com isso, o elemento estrutural fica imediatamente estabelecido - o CABO.

O material, além de grande resistência à tração, deverá também satisfazer outras condições: durabilidade, disposição no mercado, facilidades de transporte e montagem, custo, etc.

O balanço entre essas diversas variáveis, e a experiência de vários anos, consagraram o CABO DE AÇO como o elemento estrutural que preenche o maior número de requisitos.

De fato, o cabo de aço, além de grande resistência à tração (atualmente encontram-se aços extra-duros com resistência superior a  $200\text{kg/mm}^2$ ), é flexível, durável, é fabricado em grande quantidade (disposição no mercado) e em grandes comprimentos (facilidade de transporte e monta-

gem), e a preço relativamente baixo. O módulo de elasticidade varia segundo o tipo de execução do cabo, permanecendo porém sensivelmente constante para cada tipo.

### 3.1. Tipos de cabos de aço

Os cabos de aço empregados em coberturas pênseis têm sido basicamente de dois tipos:

- cabos de fios paralelos, formados por um conjunto de arames justapostos paralelamente, e mantidos juntos por presilhas espaçadas (fig.I.27), ou enrolamento contínuo.

Sua resistência é praticamente igual à soma da resistência de cada fio, e o módulo de elasticidade, também, praticamente igual ao de cada fio.

Apresentam certa dificuldade para serem enrolados, o que dificulta o transporte. A execução na obra torna-os, naturalmente, mais caros. Mesmo a proteção torna-se mais difícil.

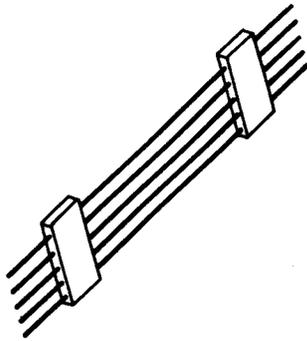


Fig.I.27

- cabos de fios torcidos, constituídos por um "núcleo" (ou "alma") em torno do qual são dispostos, em espiral, cabos menores chamados "pernas", que por sua vez são formados por arames de pequeno diâmetro, também dispostos em torno de um arame central (fig.I.28).

Em geral, a denominação dos cabos é feita em função do material da alma e do tipo de enrolamento. A alma pode se apresentar constituída por fibras naturais (sisal, rami, cânhamo), materiais sintéticos (polipropileno, nylon), e aço (fig.I.29).

Sua função é servir de guia para o enrolamento das pernas e, excetuando-se as almas de aço, funcionar como reservatório temporário para lubrificantes (responsáveis pela conservação interna dos cabos), e dar maior flexibilidade ao cabo.

Relativamente ao tipo de enrolamento, isto é, à maneira pela qual as pernas são enroladas em torno da alma, pode-se ter (fig.I.30):

- "torção à direita", quando as pernas são torcidas da esquerda para a direita.
- "torção à esquerda", quando as pernas são torcidas da direita para a esquerda.

Chama-se "cabo de torção regular" àquele em que os fios de cada perna são enrolados (torcidos) em sentido contrário ao enrolamento (torção) das próprias pernas, e "cabo de torção Lang" quando os fios de cada perna são enrolados no mesmo sentido que o das próprias pernas.

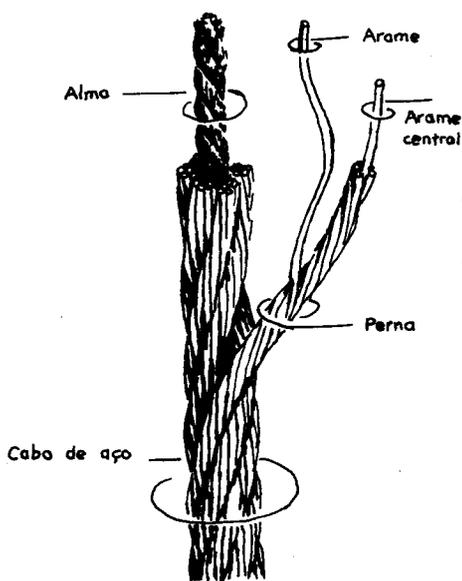


Fig.I.28

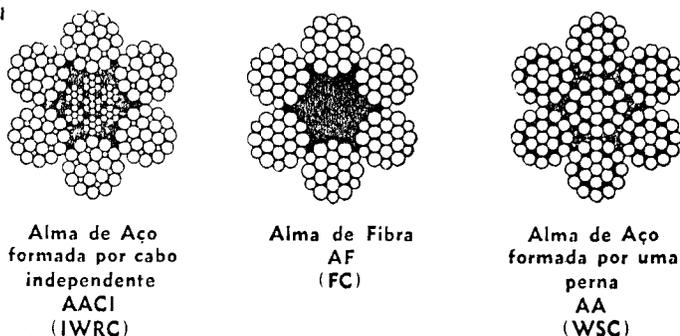


Fig.I.29

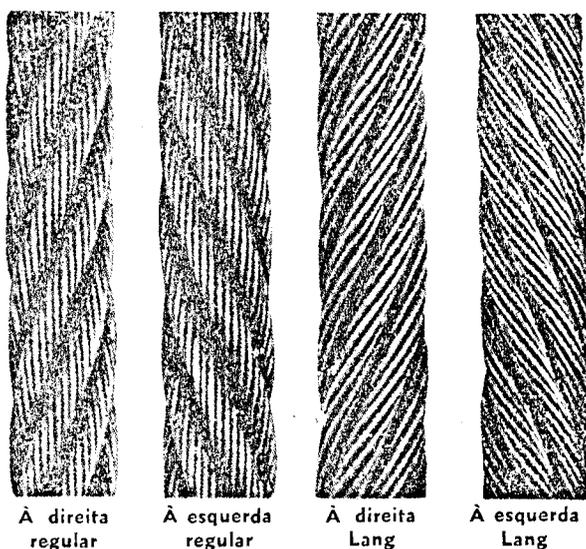


Fig. I.30

O módulo de elasticidade dos cabos de fios torcidos é, em geral, menor que o de fios paralelos, não ultrapassando especificações nominais de  $12.000\text{kg/mm}^2$  (cabos com alma de aço). Se o cabo não for pré-estirado, as deformações no início do carregamento serão bastante pronunciadas em face aos efeitos de acomodação dos fios em torno do núcleo. Em cabos pré-estirados pode-se chegar a acréscimos de 20% no valor do módulo de elasticidade.

A grande vantagem do cabo torcido é a facilidade de ser encontrado no mercado, com grandes comprimentos, enrolado em bobinas que facilitam o transporte e a montagem. Além disso é relativamente fácil seu manuseio, sobretudo se for pré-formado (cabo pré-formado é aquele em cuja fabricação é aplicado um processo adicional que faz com que todos os arames fiquem curvados na forma helicoidal, sendo colocados dentro do cabo na sua posição natural, com um mínimo de tensões internas).

### 3.2. Proteção dos cabos

A proteção dos cabos é feita visando principalmente eliminar os efeitos prejudiciais da corrosão. Os métodos tradicionais de proteção, como a pintura betuminosa, têm

causado já vários dissabores por sua ineficiência. Atualmente existem métodos práticos e relativamente econômicos que fornecem melhores resultados, como por exemplo:

- zincagem: uma forte camada de zinco puro é depositada sobre o fio, que posteriormente é refilado, oferecendo proteção bastante uniforme. A zincagem pode ser a quente ou a frio, sem alterar a resistência do cabo.

- galvanização: depósito de zinco puro sobre o fio, por eletrólise. Esse processo reduz em cerca de 10% a resistência do fio.

- plastificação a quente: cobre-se o cabo com uma bainha plástica que, quando aquecida, adere perfeitamente ao mesmo, sem deixar vazios entre as pernas.

Certamente haverá outros métodos, e a escolha de um deles deverá levar em conta uma série de fatores como a agressividade do ambiente, a durabilidade, o custo, etc.

Na opinião de R. Pelissier<sup>(102)</sup>, o processo mais vantajoso, do ponto de vista econômico, é a galvanização.

#### 4. MATERIAIS DE VEDAÇÃO

Os efeitos do vento mencionados no ítem 2.1 constituem o principal ponto de vista sob o qual serão considerados os materiais de vedação, mesmo porque as considerações que seguem, se referem basicamente a materiais de vedação para coberturas pênseis não protendidas.

No ítem 2.1 já se havia comentado que, em coberturas não protendidas, a neutralização dos efeitos de sucção devidas ao vento, por elementos de vedação pesados, exigem carga de peso próprio da ordem de 100kg/m<sup>2</sup>. A prática corrente para obter essa carga tem sido o emprego de

uma "capa" de concreto, com espessura de 4 a 5cm, disposta sobre os cabos.

Os processos usuais de execução dessa "capa" têm sido:

- construir um sistema de cembre que acompanhe a curvatura da cobertura, e então proceder à concretagem. É claro que a utilização de um sistema de cembre como o tradicional, elimina uma das principais vantagens das coberturas pênseis.

Frei Otto<sup>(94)</sup> sugere um processo no qual, sob (ou sobre) os cabos, dispõe-se uma malha fina de arames, sobre a qual é lançada uma camada de argamassa com pequena espessura, constituindo esse conjunto o cembre. A armadura de "laje" é então disposta adequadamente, para em seguida receber o concreto. É claro que além das dificuldades na execução desse tal cembre, as oscilações por efeito de vento podem tornar precárias as condições de trabalho sobre esse "cembre suspenso".

- colocar, sobre os cabos, vigas que irão apoiar placas pré-moldadas de concreto armado. Essas placas podem ser ocas ou maciças. No primeiro caso, ao invés de concreto armado, pode-se usar argamassa armada (argamassa rica em cimento, armada com malha fina de arames de pequeno diâmetro). A argamassa armada possibilita a execução de seções bastante esbeltas, permitindo seções vazadas sem aumento considerável de peso. Seções vazadas podem ser utilizadas na isolação térmica e/ou acústica da cobertura.

Naturalmente, a opção entre um e outro sistema vai depender da análise das conveniências e inconvenientes de cada um. Apenas para exemplificar, pode-se citar:

- a continuidade da "capa" no primeiro sistema (se for efetivamente conseguida) evita o grave problema das juntas no segundo. Por outro lado, poderá haver dificuldades de execução da "capa" nas regiões de forte inclinação

além de cuidados especiais relativos ao problema da fissuração.

- a utilização de placas pré-moldadas, além de evitar os problemas de concretagem "in loco", tem a vantagem de que, se se usar material compressível para as juntas, a possibilidade de ocorrerem esforços indesejáveis na "capa" fica bastante reduzida.

O grave inconveniente da utilização das placas pré-moldadas é o problema da estanqueidade nas juntas, cujo número é elevado, uma vez que as placas não podem ter dimensões avantajadas por motivos de transporte vertical e montagem (para transporte manual de placas com 4cm de espessura, um limite seria placas de 100x100cm, com peso aproximado de 100kg).

Uma solução para diminuir o número de juntas, seria recorrer às "tiras protendidas" (fig.I.31) já utilizadas no revestimento de um canal<sup>(73)</sup> nas proximidades de Pontecorvo, na Itália. A figura mostra a colocação de uma dessas "tiras", que tinham comprimento de 30 metros, largura de 1,25m e 3cm de espessura, executadas com argamassa rica em cimento, protendida.

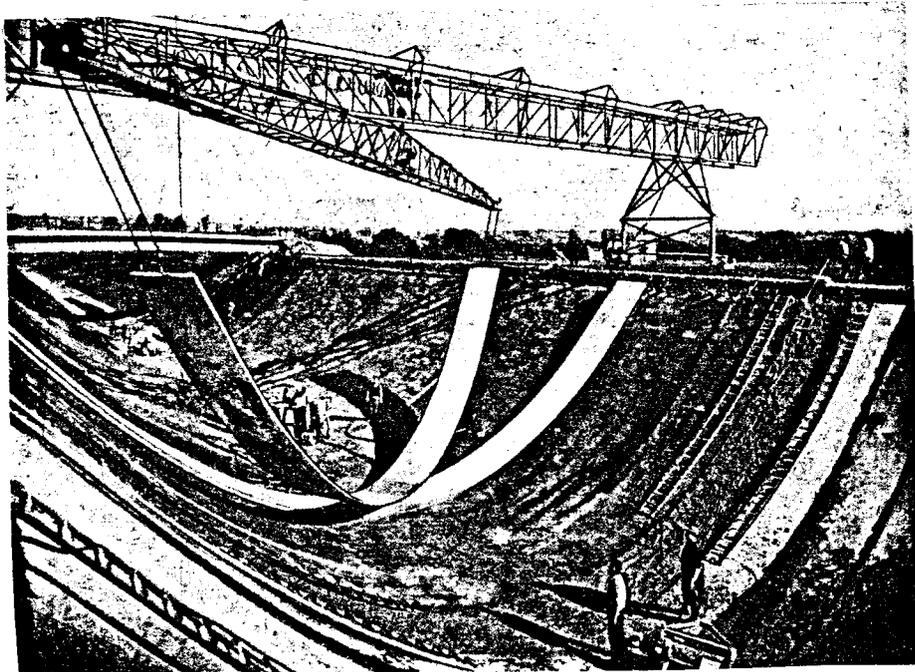


Fig. I. 31

Além da redução no número de juntas (da ordem de 50%), um sistema adequado de transporte vertical pode reduzir sobremaneira as dificuldades de montagem.

Excetuando-se as coberturas protendidas com dupla curvatura no mesmo sentido, nas quais o processo de protensão pode exigir certa rigidez para as placas, as outras coberturas protendidas podem ser vedadas com materiais tipo leve, tais como plásticos, alumínio, etc.

##### 5. EXEMPLOS DE COBERTURAS PÊNSEIS

Arena de Raleigh<sup>(119)(94)</sup>  
Carolina do Norte - EE.UU.  
Arq: Matthew Novicki  
Eng: Severud, Elstad e Krueger  
Área coberta: 5.600m<sup>2</sup>

A Arena de Raleigh, terminada em 1953, tem sido considerada de grande importância não só por constituir um marco no desenvolvimento de coberturas com redes de cabos, mas também por ter sido a origem de uma nova classe de formas na arquitetura moderna.

A cobertura é suspensa de dois arcos parabólicos contidos em planos inclinados, como mostra a fig(I.32). Note-se que os pilares, que aparecem como elemento de sustentação dos arcos, poderiam ser dispensados pelo menos no que diz respeito a cargas simétricas. O peso próprio dos arcos e a rede de cabos formam um conjunto auto equilibrado. O projeto original de NOWICKI previa pilares para compensar carregamentos não simétricos, porém fora do plano vertical, justamente para evidenciar a idéia do auto-equilíbrio.

A rede, formada pelos cabos portantes (47 cabos de ponte - em inglês "bridge strand" - de 3/4" a 1 5/16"),

e pelos cabos tensores (47 cabos de ponte de 1/2" a 3/4"), foi calculada para uma carga permanente de 30kg/m<sup>2</sup> e duas cargas acidentais, uma positiva de 122kg/m<sup>2</sup> e outra negativa de 78kg/m<sup>2</sup>, atuando a primeira sobre os cabos portantes e a segunda sobre os cabos tensores. Todos os cabos receberam como proteção uma camada de zinco.

A rede foi protendida, porém, nas regiões de fraca curvatura, foram necessários tirantes para impedir uma inversão de curvatura local (fig.I.32).

O elemento de vedação foi uma tela de orlon pintada com neoprene, posteriormente substituída por folhas metálicas corrugadas.

Pavilhão do Rio Grande do Sul em S.Paulo<sup>(41)</sup>  
S.Paulo - Brasil  
Arq: Jaime Luna dos Santos  
Eng: Alberto Borges e R.C. Alliana  
Área coberta: 6.200m<sup>2</sup>

Esse pavilhão, construído para a exposição do IV Centenário da cidade de S.Paulo, constava de dois arcos circulares de aço laminado, com vão de 59,40m e distanciados de 102,80m (fig.I.33).

Sobre os arcos foram dispostos 46 cabos (cabos de aço de fabricação nacional, com diâmetro variando entre 5/8" a 15/16"), constituindo a família de cabos portantes. Os cabos tensores (19 cabos) dispostos segundo planos verticais paralelos aos arcos, foram ancorados individualmente por blocos de concreto ciclôpico. Os cabos portantes foram reunidos em 10 grupos, ancorados também por blocos.

Para a vedação foram utilizadas telhas onduladas de alumínio que se apoiavam em caibros de madeira dispostos paralelamente aos cabos tensores.

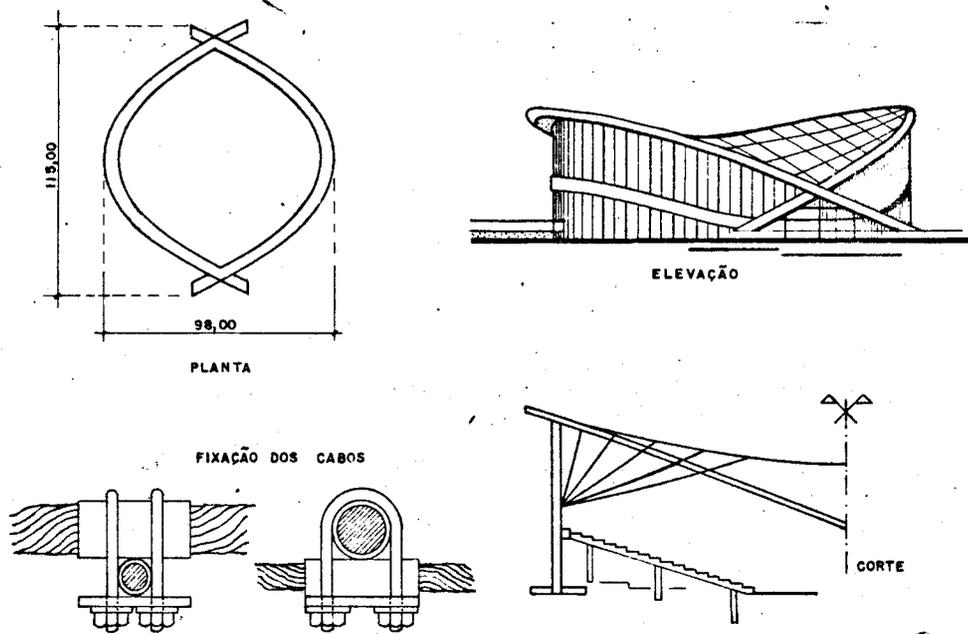


Fig.I.32- Arena de Raleigh

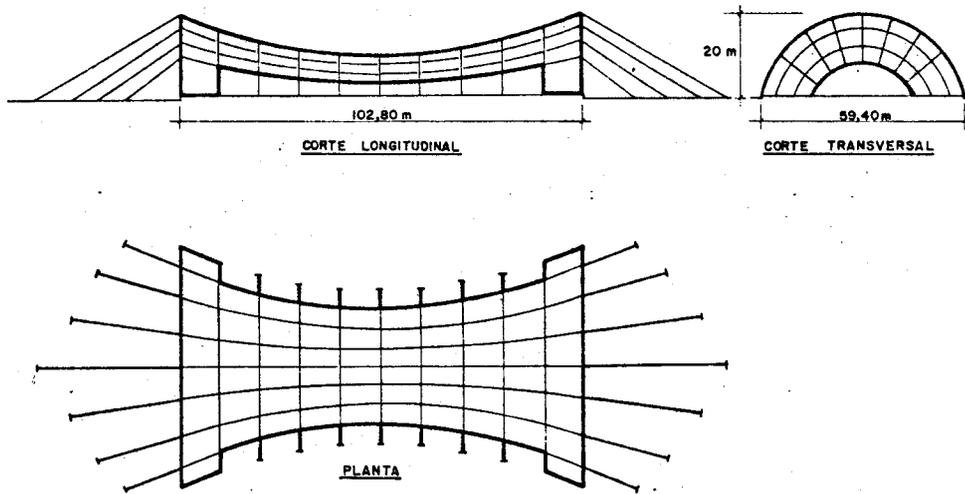


Fig.I.33- Pavilhão do Rio Grande do Sul em S.Paulo

Cobertura para a Vila Olímpica em Munique<sup>(23)</sup>  
Munique - Alemanha Ocidental  
Arq: Frei Otto  
Eng: Leonhardt e André  
 rea coberta: 74.800m<sup>2</sup>

Foram utilizados aproximadamente 210km de cabos, formando uma rede com dupla curvatura reversa, protendida. Para os cabos foram utilizadas cordoalhas altamente galvanizadas, com diâmetro bem pequeno. Os cabos periféricos chegaram a ter 81mm de diâmetro, suportando cargas até 5.000t. O pêso da rede foi de aproximadamente 1.650 toneladas (fig.I.34).

Como elemento de vedac o foi utilizado o vidro acrílico para proporcionar ilumina o natural nos três est dios olímpicos a fim de permitir transmissão de TV a cores. Na escolha do acrílico como elemento de vedac o interferiram outros fatores - pode-se conferir ao acrílico a colora o adequada na cobertura de locais que necessitam prote o contra raios solares; o acrílico tem combustão lenta, não solta fumaça e não pinga. A montagem foi feita com painéis cujas juntas foram seladas com gaxetas contínuas de neoprene, grampeadas às bordas dos painéis. Entre a cobertura de acrílico e os pontos de intersec o da rede, foram colocados amortecedores de neoprene para absorver esforços devidos   varia o na forma da cobertura quando solicitada por vento ou neve acumulada.

Nas funda oes para esforços de traço foram usados três tipos de ancoragem - ancoragem tipo chaveta de ranhura, que funciona como as pequenas estacas para montagem de barracas de "camping"; ancoragem por blocos de gravidade e tirantes profundos, protendidos. Os maiores empuxos chegaram a 5.000t.

No projeto da cobertura foram utilizados modelos reduzidos para o estudo de formas, comportamento estático

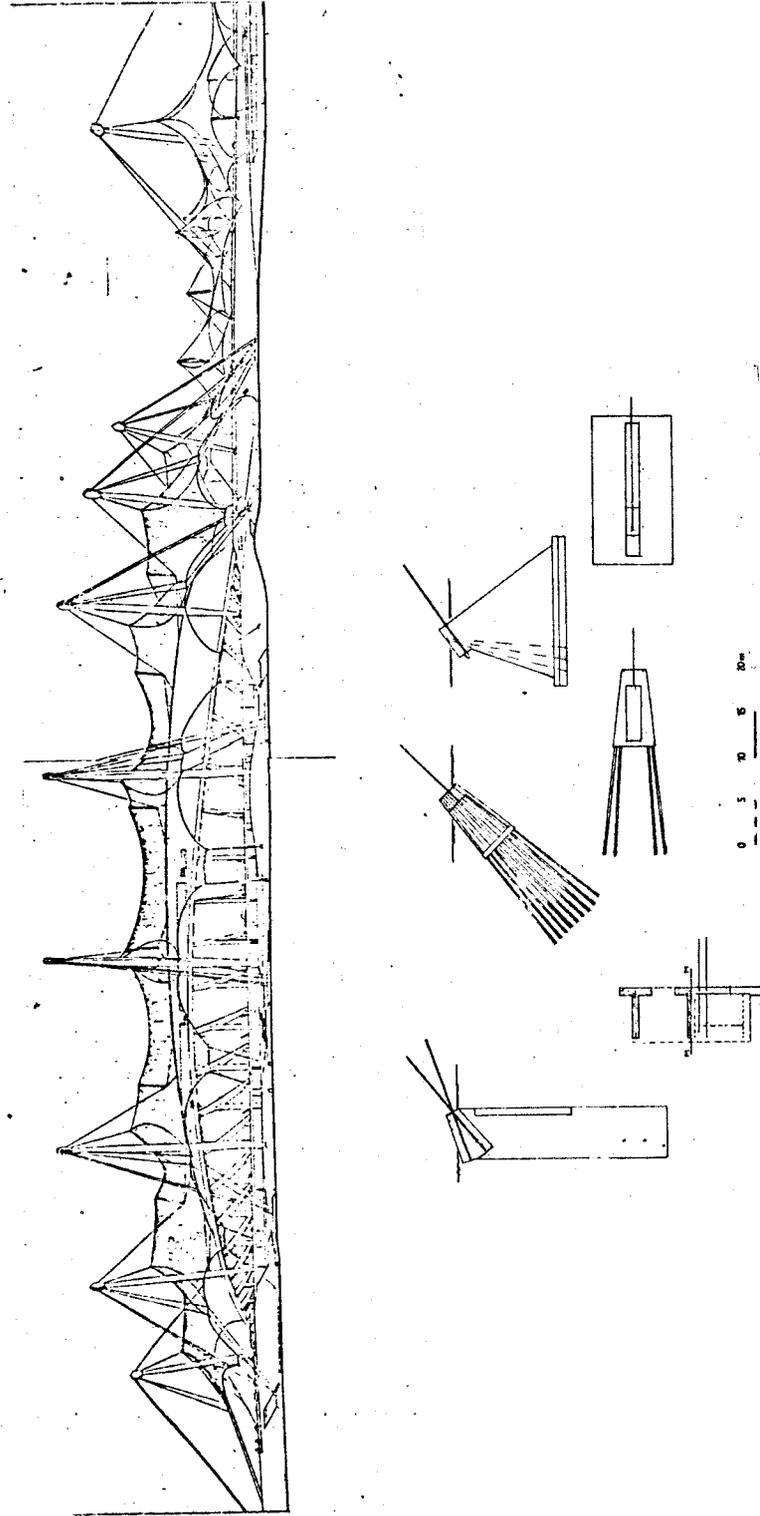


Fig. I.34- Cobertura para a Vila Olímpica de Munique

espaçamento de 2,4m. Dispostas transversalmente aos cabos estão as transversinas metálicas com seção T formadas por 2 cantoneiras (L 3 1/2"x2 1/2"x1/4"), espaçadas de 1,0m que recebem placas contínuas de concreto com 3,5cm de espessura. Essas placas foram concretadas "in loco" sobre placas de Madeirit apoiadas nas transversinas (fig.I.39).

Os cabos (6x25 Filler AACI preformados) foram ajustados através de esticadores chumbados nos pilares, podendo desse modo ser controlada a posição de projeto (relação flecha/vão = 1/10).

Pavilhão da Feira Internacional da Indústria e Comércio<sup>(79)</sup>

Rio de Janeiro - Brasil

Arq: Sergio Bernardes

Eng: Paulo R. Fragoso

Área coberta: 32.000m

Cobertura com dupla curvatura reversa, protendida, cuja rede de cabos é suspensa de dois arcos parabólicos de concreto armado, simétricos, articulados em dois encontros também de concreto armado, e mantidos inclinados por pilares articulados de altura variável que atingem 28,90m (fig.I.35).

A rede, que tem cota de 11,10m no meio do pavilhão, é formada por cabos torcidos com alma de cânhamo, com diâmetros variando entre 3/8" e 1". Os cabos de carga foram dispostos paralelamente ao eixo menor (165m) e os tensores paralelamente ao eixo maior (250m).

Nas regiões de fraca curvatura foram usados estais ligando os cabos aos pilares de sustentação dos arcos, a fim de neutralizar os efeitos de sucção.

A vedação, inicialmente projetada em plástico poliester, foi substituída mais tarde por placas corrugadas de alumínio.

A área coberta (32.000m ) está entre as maiores do mundo.

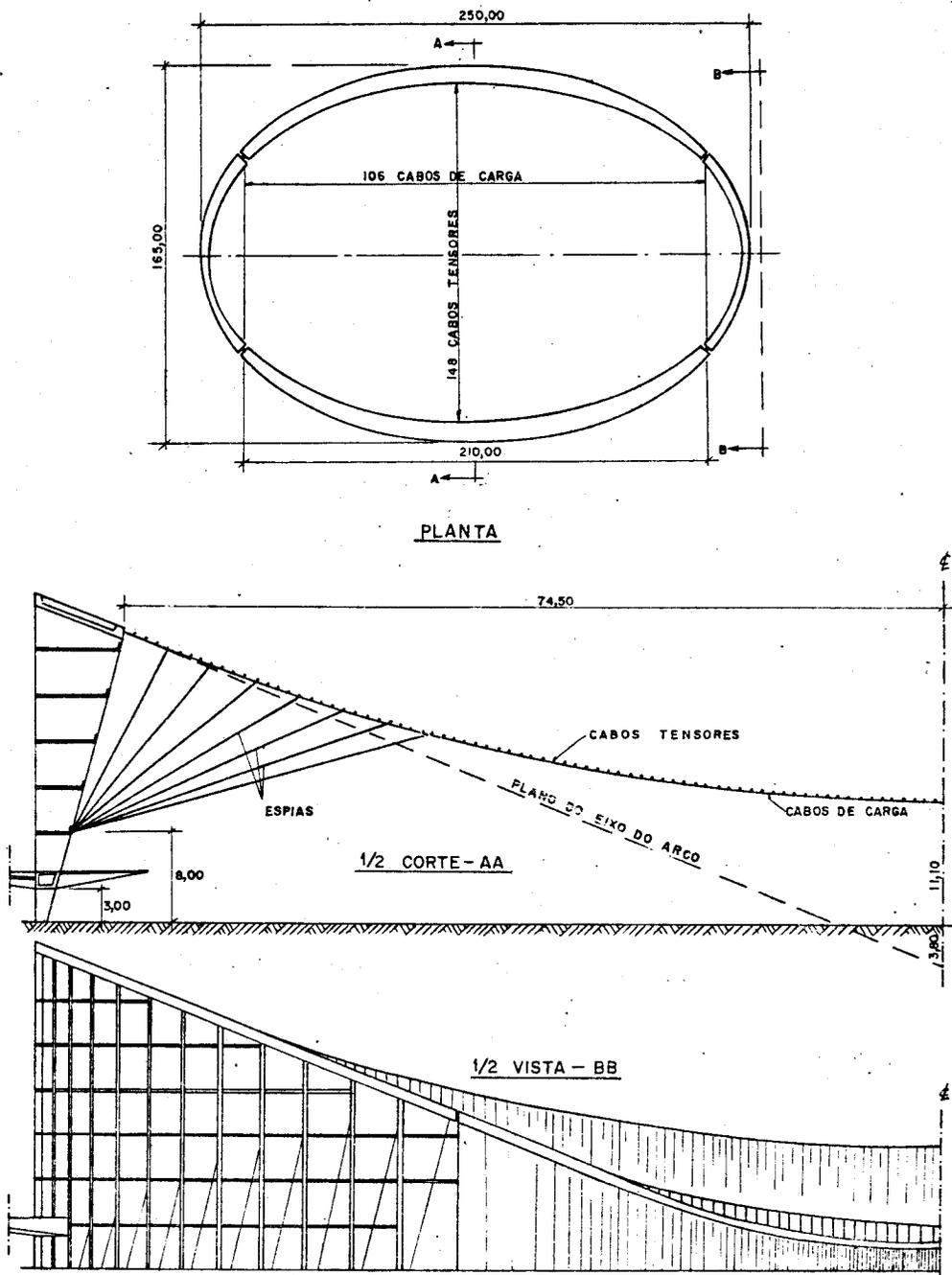


Fig.I.35- Pavilhão da Feira Internacional de Indústria e Comércio

Utica Memorial Auditorium<sup>(3)</sup>

Utica - EE.UU.

Arq: Gehron e Seltzer

Eng: Lev Zetlin

Área Coberta: 4.200m<sup>2</sup>

A cobertura é de planta circular, com 73 metros de diâmetro, constituído por um anel externo comprimido e dois anéis internos tracionados, ligados entre si por cabos treliça (o superior com 1 5/8" e o inferior com 2", ambos zincados) (fig.I.36).

Os dois cabos foram protendidos diferentemente a fim de resultar diferentes frequências de vibração. Desse modo a vibração num deles fica fora de fase com a do outro, ocorrendo então forças de inércia opostas que amortecem eficientemente as vibrações do conjunto.

Estádio de Montevideu<sup>(82)</sup>

Montevideu - Uruguai

Arg: Alberto S. Miller e Lucas Rios

Eng: The Preload

Área coberta: 7.000m<sup>2</sup>

Cobertura de planta circular com 94 metros de diâmetro, onde os cabos (radiais) são ancorados em 2 anéis - um externo em concreto armado, comprimido, e outro interno em aço, tracionado. O anel intermediário não tem função estrutural para a cobertura. Serve apenas de apoio ao lanternin e de receptor de águas pluviais.

O anel externo se assenta sobre uma parede cilíndrica de concreto com 25 metros de altura (fig.I.37).

Os cabos, em número de 256, têm 10mm de diâmetro, constituídos por 7 fios (cabos de fios paralelos).

Os elementos de vedação são placas pré-fabricadas de concreto armado com 5cm de espessura, que se apoiam

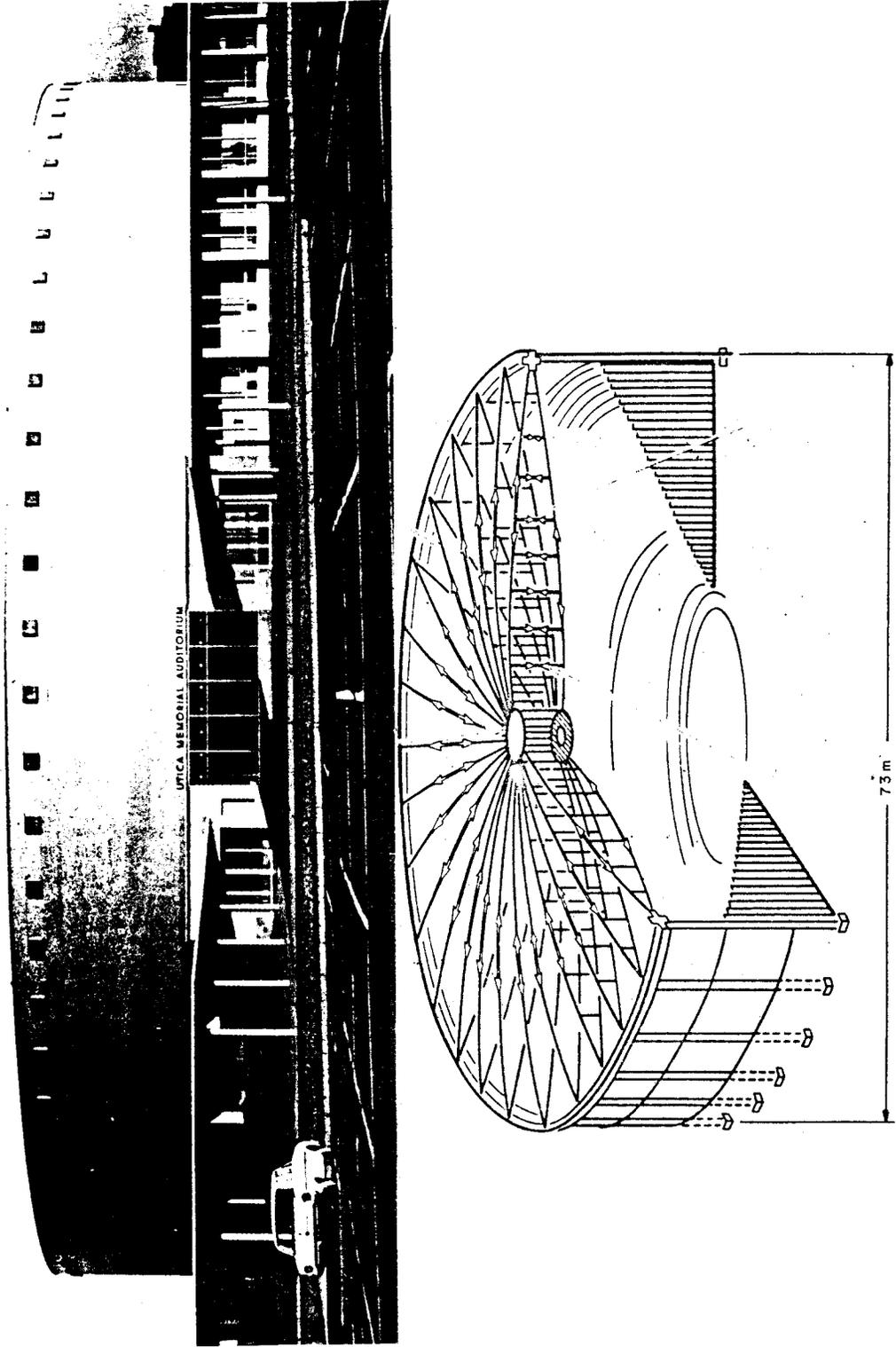


Fig. I.36- Utica Memorial Auditorium

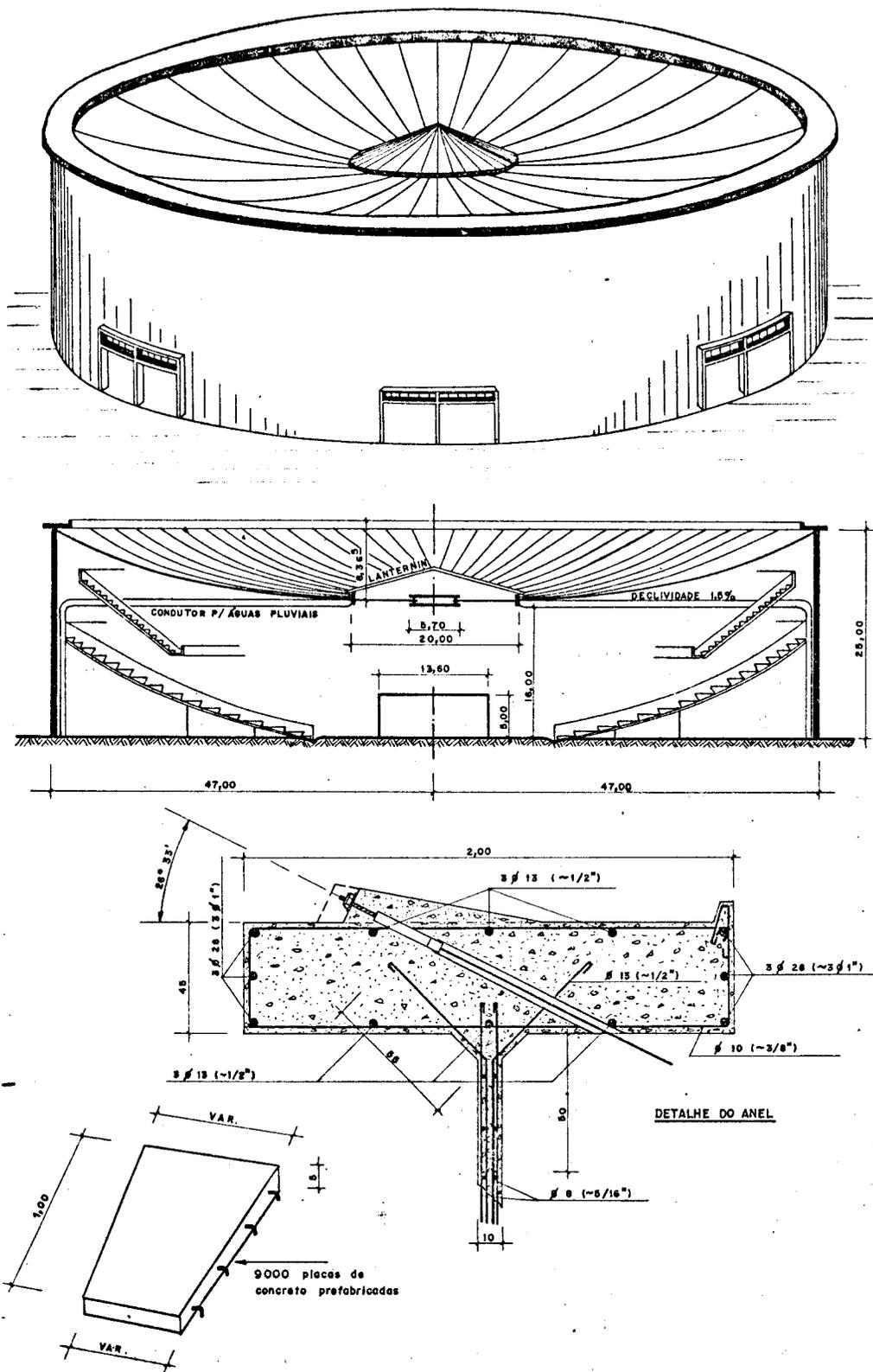


Fig.I.37- Estádio de Montevideu

diretamente sobre os cabos através de prolongamentos das armaduras da própria placa. Foram colocadas 9.000 placas com 1,0m de comprimento e altura variável.

A protensão foi obtida por uma sobrecarga de tijolos (50% da carga permanente) colocados sobre as placas. Com a sobrecarga os cabos sofrem um acréscimo de deformação, e em seguida as juntas entre as placas são preenchidas. Retirada a sobrecarga, o cabo tende a ocupar uma posição menos deformada, sendo impedido pela casca formada pelas placas rejuntadas. Desse modo obtém-se eficiente estanqueidade, e as solicitações devidas ao vento (subpressões e ação dinâmica), bem como outras cargas, são absorvidas pela casca invertida.

O tempo de execução da cobertura, a começar da montagem do anel interno, até a retirada da sobrecarga, foi de 40 dias.

Igreja de Nossa Senhora das Graças<sup>(80)</sup>  
Araraquara - Brasil  
Arq: Fábio Soares Morcira  
Eng: Dante A.O. Martinelli  
Área coberta: 1.200m<sup>2</sup>

Cobertura de planta circular com 40 metros de diâmetro, cujos cabos dispostos radialmente (74 cabos de fios paralelos constituídos por 4 fios de protensão 140/160, de 7mm de diâmetro) são ancorados em dois anéis concêntricos (fig.I.38). O anel externo, construído em concreto armado, se assenta sobre 24 pilares com 10,5m de altura, dispostos sobre uma circunferência de 37,5m de diâmetro, e espaçados de 5m. O anel interno, a ser tracionado, foi também construído em concreto. Sobre uma plataforma (único cimbra utilizado), foram dispostos 74 blocos de concreto destinados a ancorar os cabos de cobertura. Em seguida, esses blocos foram cimentados com 50 espirais de



aço de protensão, cujas extremidades se situaram alternadamente no vazio entre os blocos. Com a posterior concretagem "in loco" desses vazios, obteve-se a ancoragem por aderência das espirais.

As 814 placas pré-moldadas empregadas na cobertura são trapezoidais, com 4cm de espessura, armadas com tela TELCON Q196 disposta no plano médio. O processo de protensão, por sobrecarga, foi análogo ao da cobertura do Estádio de Montevideu. Como característica interessante, deve-se ressaltar a flecha - apenas 1,87m, dando relação flecha/vão inicial de 1/20.

Outra cobertura do mesmo tipo, mas com maior diâmetro (60m) foi concluída em 1974, em Rolândia, PR, segundo projeto estrutural do Eng. R.L.A. Barbato. Os cabos são de fios paralelos (4 fios de 8mm, CP 125/140) com flecha de 4,80. As placas pré-moldadas da cobertura são trapezoidais, com 4cm de espessura.

Pavilhão do Brasil na exposição de Bruxelas<sup>(44)</sup>  
Arq: Sergio Bernardes  
Eng: Paulo R. Fragoso  
Área coberta: 2.000m<sup>2</sup>

O pavilhão, cujas dimensões em planta são 60 e 37 metros, tem a cobertura formada por cabos espaçados de aproximadamente 2m, com comprimento variando entre 62 e 50,6m, formando uma cesta com dupla curvatura no mesmo sentido, não protendida (fig.I.39).

As linhas retas que aparecem transversalmente aos cabos na figura acima, representam vigas de rigidez constituída por 2 cantoneiras (45x45x7) reunidas em forma de T. Essas vigas acompanham a curvatura da cobertura, mantendo os cabos em planos inclinados e amparando os elementos de vedação constituídos por placas de concreto leve com 6cm de espessura. As juntas entre as placas, e entre

as placas e as vigas T foram executadas com material compressível. O sistema de suporte era constituído por 4 torres colocados nos cantos e 8 escoras, dispostas 4 de cada lado ao longo dos lados menores. Assim, os esforços de tração nos cabos chegavam às 4 torres e, através de uma treliça, até as escoras.

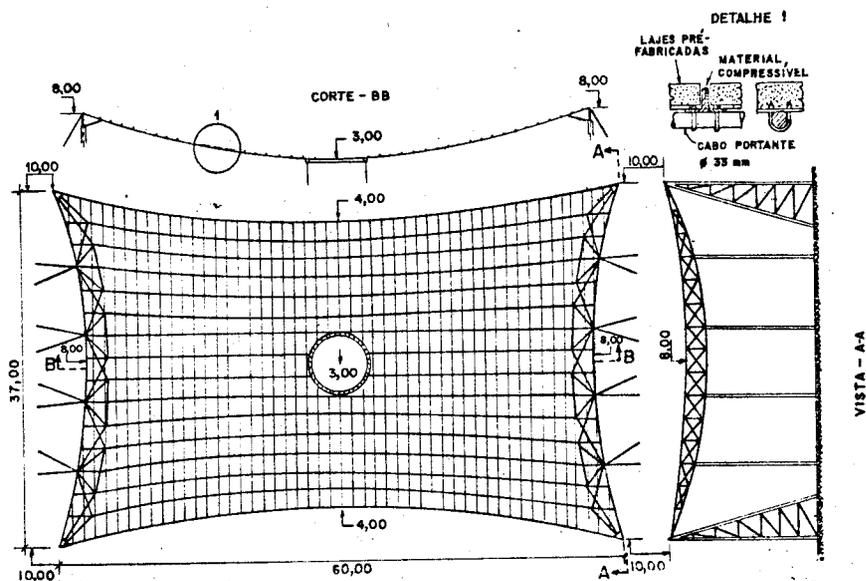


Fig. I.39 - Pavilhão do Brasil na Exposição de Bruxelas

Templo Israelita do Rio de Janeiro <sup>(54)</sup>  
Rio de Janeiro - Brasil  
Arq: Sergio Bernardes  
Eng: Paulo R. Fragoso  
Área coberta: 600m<sup>2</sup>

Cobertura com curvatura única, não protendida, cujos cabos são dispostos paralelamente ao lado maior, com espaçamento de 2,4m. Dispostas transversamente aos cabos estão as transversinas metálicas com seção T formadas por 2 cantoneiras (L 3 1/2"x2 1/2"x1/4"), espaçadas de 1,0m que recebem placas contínuas de concreto com 3,5cm de espessura. Essas placas foram concretadas "in loco" sobre placas de Madeirit apoiadas nas transversinas (fig. I.40).

Os cabos (6x25 Filler AACI preformados) foram ajustados através de esticadores chumbados nos pilares, podendo desse modo ser controlada a posição de projeto (relação flecha/vão = 1/10).

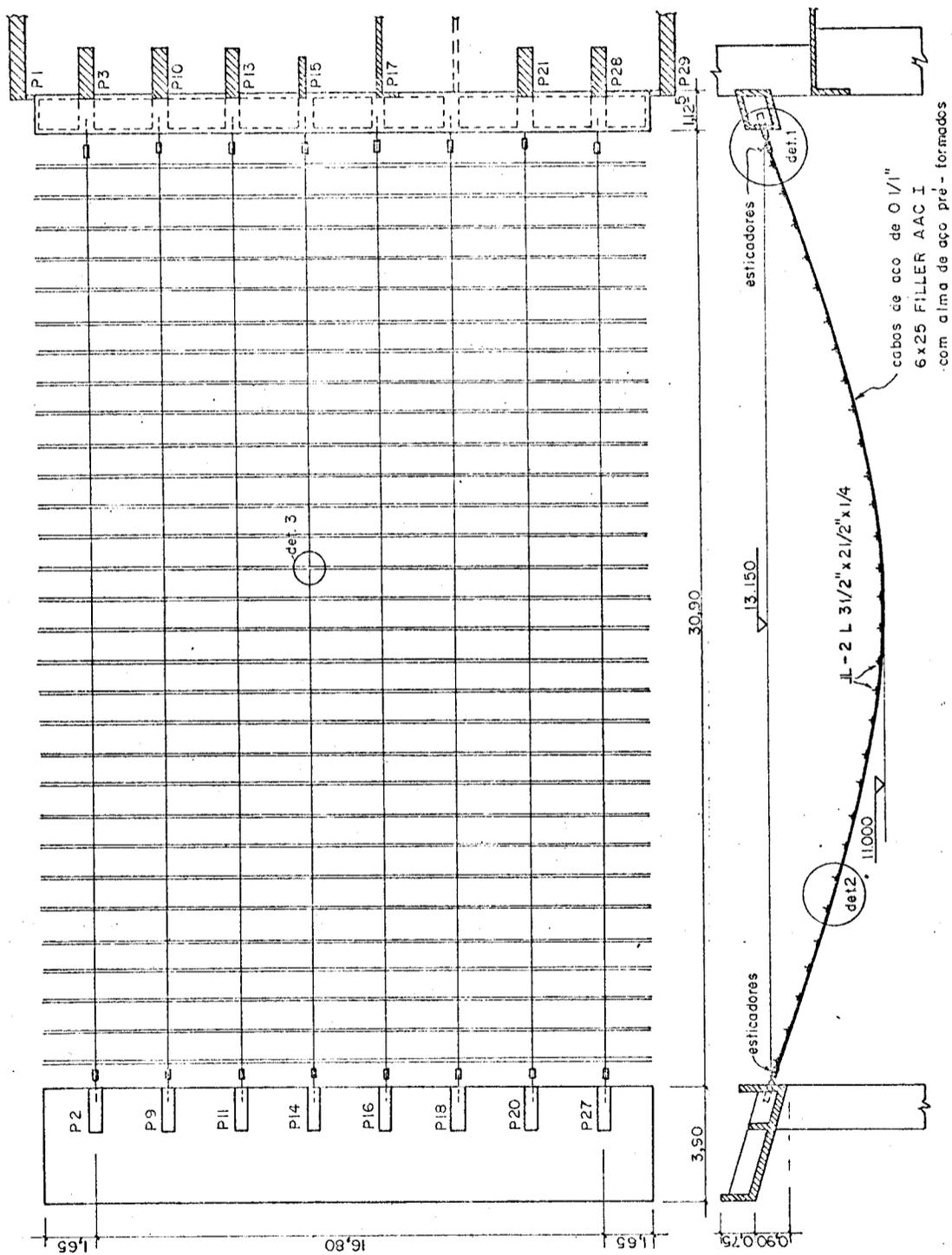


Fig.I.40-a - Templo Israelita do Rio de Janeiro

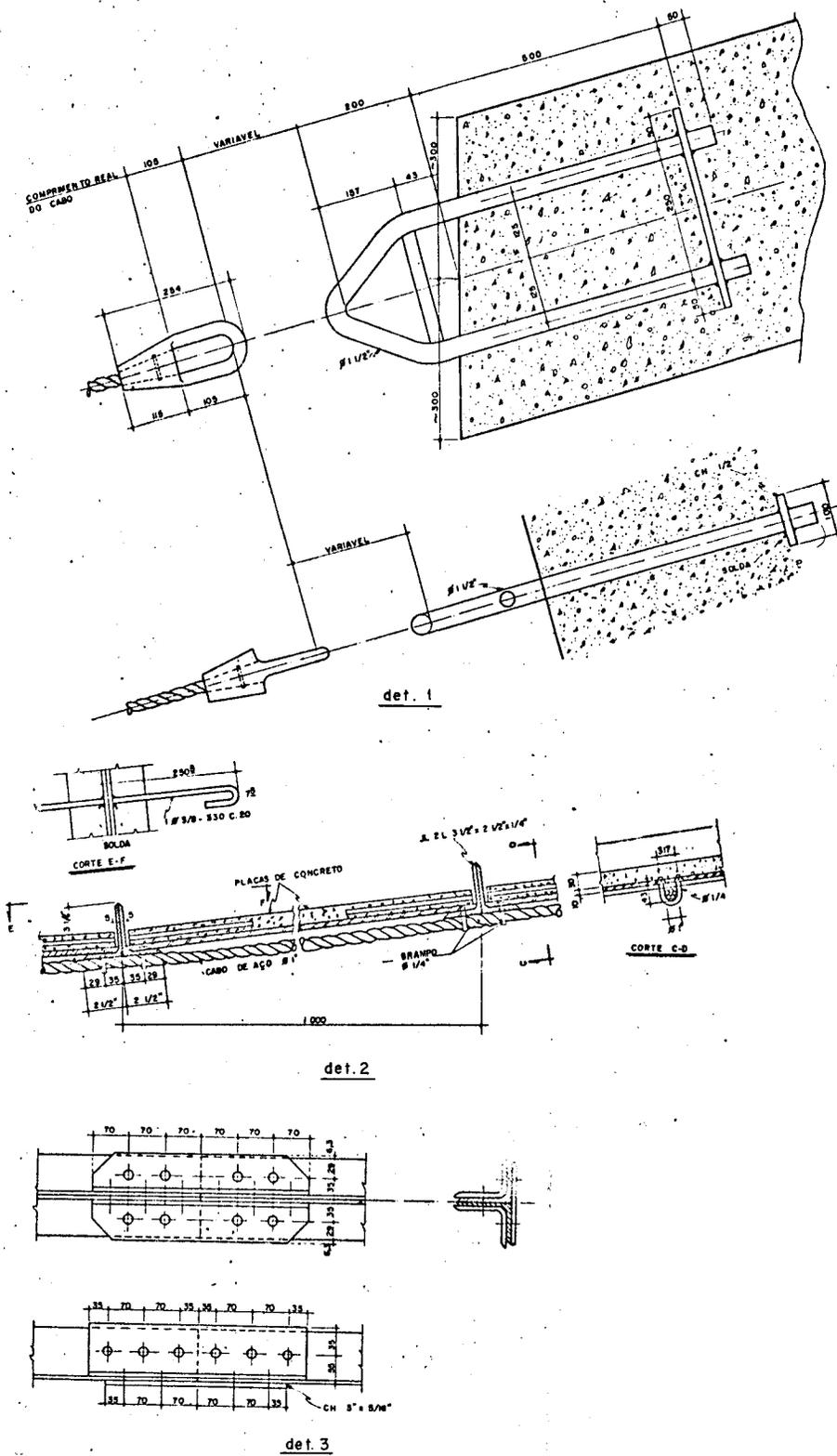


Fig.I.40.b- Templo Israelita do Rio de Janeiro

## CAPÍTULO II

O objetivo neste capítulo é o tratamento de cabos independentes não protendidos quando se consideram a deformabilidade própria do cabo e o deslocamento dos arranques.

Tendo em vista a introdução do leitor ao estudo de cabos, julgou-se conveniente antepor alguns aspectos do tratamento estático dos cabos considerados inextensíveis. Grande parte desse primeiro estudo tem como principal fonte o trabalho de BARBATO<sup>(40)</sup>.

### 1. CABOS INEXTENSÍVEIS COM CARGAS VERTICAIS

1.1. Equação diferencial de equilíbrio para ação simultânea de cargas uniformemente distribuídas ao longo do cabo e ao longo do vão.

A fig.(II.1) representa um elemento genérico do cabo em estudo, com os esforços atuantes. O equilíbrio do elemento fornece as equações:

$$dV = - gds - pdx \quad (II.1)$$

$$dH = 0 \quad (II.2)$$

$$Hdy = Vdx \quad (II.3)$$

A equação (II.2) permite a conclusão imediata de que H (componente horizontal da força no cabo) é constante ao longo do cabo.

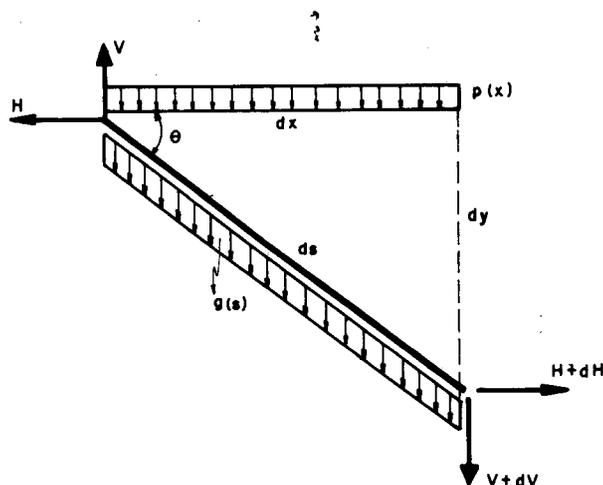


Fig. II.1

Substituindo (II.1) e (II.2) na derivada da (II.3), e lembrando que  $ds/dx = (1+(dy/dx)^2)^{1/2}$ , vem:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{g}{H} \sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2} - \frac{p}{H} \quad (\text{II.4})$$

Quando forem  $g \neq 0$  e  $p = 0$  (carregamento uniformemente distribuído somente ao longo do cabo), a equação (II.4) fica

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{g}{H} \sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2} \quad (\text{II.5})$$

Quando forem  $g=0$  e  $p \neq 0$  (carregamento uniformemente distribuído somente ao longo do vão), a (II.4) fica

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -p/H \quad (\text{II.6})$$

A obtenção das equações que definem em cada caso a configuração de equilíbrio do cabo, o esforço H, o comprimento do cabo, e outras grandezas, pode ser encontrada com detalhes em <sup>(40)</sup>. Nesse trabalho, o autor tam -

bem estabelece um estudo comparativo para os resultados obtidos considerando os 3 esquemas de carregamento indicados na fig.(II.2), mostrando que para relações flecha/vão compreendidas entre 1/20 e 1/10, é suficientemente aproximado substituir a configuração exata de equilíbrio (fig.II.2-a) pelas configurações resultantes dos esquemas (II.2-b) e (II.2-c), respectivamente chamadas de "configuração em catenária" e "configuração parabólica".

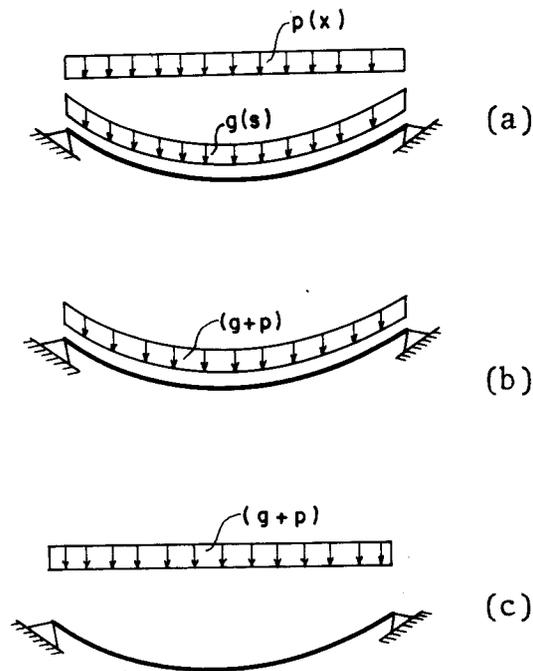
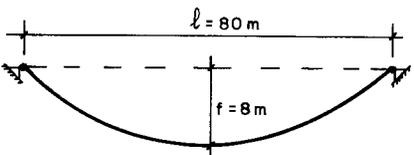


Fig.II.2

$g(s) = 100\text{kg/m}$ $p(x) = 50\text{kg/m}$ $f_0/\ell_0 = 1/20$			
	catenária	"exata"	parábola
H	30,099t	30,068t	30,000t
T	30,699t	30,666t	30,594t
s	80,531m	80,528m	80,535m

$g(s) = 100\text{kg/m}$ $p(x) = 50\text{kg/m}$ $f_0/\ell_0 = 1/10$			
	catenária	"exata"	parábola
H	15,196t	15,138t	15,000t
T	16,369t	16,323t	16,155t
s	82,095m	82,109m	82,085m

Os quadros mostram que é possível proceder o estudo estático de cabos independentes não protendidos para coberturas pênseis – cujas relações flecha/vão estão usualmente compreendidas entre 1/20 e 1/10 – através da equação (II.6) que dá, para a configuração de equilíbrio, a "configuração parabólica".

Optar pela "configuração parabólica", ao invés da "configuração em catenária", depende então somente das facilidades que o tratamento matemático da equação (II.6) oferece em relação à equação (II.5).

### 1.2. Cabos inextensíveis com configuração parabólica

#### 1.2.1. Carga uniformemente distribuída e arranques em nível

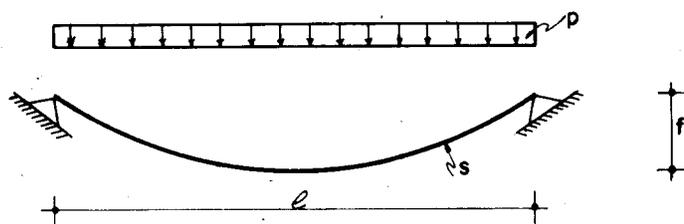


Fig.II.3

A equação do cabo é obtida com a integração da equação (II.6)

$$y = \frac{px^2}{2H} + C_1x + C_2$$

Impondo as condições de contorno

$$y = 0 \text{ para } x = 0$$

e

$$y = 0 \text{ para } x = \ell$$

obtem-se

$$C_2 = 0$$

$$C_1 = p\ell/2H$$

e então

$$y = -\frac{p}{2H}x^2 + \frac{p\ell}{2H}x \quad (\text{II.7})$$

A expressão que permite calcular o comprimento do cabo é obtida com a integração da expressão  $ds = (1+(dy/dx)^2)^{1/2}$ , levando em conta o valor de  $dy/dx$  obtido da (II.7)

$$s = \frac{H}{2p} \left[ \frac{p\ell}{2H} \sqrt{1+\left(\frac{p\ell}{2H}\right)^2} + \log \frac{\sqrt{1+(p\ell/2H)^2} + p\ell/2H}{\sqrt{1+(p\ell/2H)^2} - p\ell/2H} \right] \quad (\text{II.8})$$

Pode-se chegar a expressão mais simples do valor de  $s$  através do desenvolvimento em série do radical  $\sqrt{1+(dy/dx)^2}$ , com apenas os dois primeiros termos, sem erro apreciável.

$$ds = \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx \cong \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right] dx$$

A integração, agora bem mais simples, fornece:

$$s = \ell \left[1 + \frac{p^2 \ell^2}{24H^2}\right] \quad (\text{II.9})$$

É útil a comparação entre os valores de  $s$  dados pelas (II.8) e (II.9):

f/ℓ	s:ℓ	
	(II.8)	(II.9)
1:25	1,00423	1,00427
1:20	1,00663	1,00667
1:15	1,01084	1,01185
1:10	1,02606	1,02667
1:5	1,09823	1,10667

A componente horizontal da tração no cabo (H) será obtida com a substituição dos valores particulares  $x = \ell/2$  e  $y = f$  na (II.7)

$$f = \frac{p}{2H} \left(\ell \cdot \frac{\ell}{2} - \frac{\ell^2}{4}\right)$$

donde

$$H = \frac{p\ell^2}{8f} \quad (\text{II.10})$$

A expressão que dá o valor da tração (T) nos ca bos, em qualquer ponto, pode ser obtida como segue:

$$T = H/\cos\theta = H \frac{ds}{dx} = H \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$$

ou

$$T = H \sqrt{1 + \left(-\frac{px}{H} + \frac{p\ell}{2H}\right)^2} \quad (\text{II.11})$$

Com a expressão de H dada por (II.10), pode-se determinar a inclinação dos arranques

$$\frac{dy}{dx} = \frac{p\ell}{2H} - \frac{px}{H}$$

$$y'(0) = y'(\ell) = \frac{p\ell}{2H} = \frac{4f}{\ell}$$

1.2.2. Carga vertical uniformemente distribuída e ar -  
ranques desnivelados

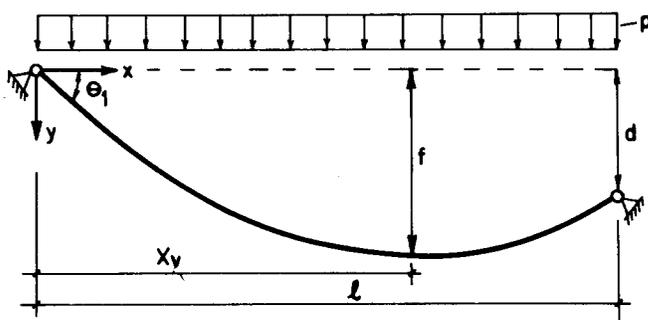


Fig.II.4

Como anteriormente, a equação do cabo será:

$$y = - \frac{px^2}{2H} + C_1x + C_2$$

A imposição das condições de contorno ( $y = 0$  p/  $x = 0$  e  $y = d$  p/  $x = \ell$ ) dá como resultado

$$C_2 = 0$$

$$C_1 = \frac{p\ell}{2H} + \frac{d}{\ell}$$

Então

$$y = - \frac{px^2}{2H} + \left(\frac{p\ell}{2H} + \frac{d}{\ell}\right)x \quad (II.12)$$

Procedendo como em (1.2.1), chega-se a expressão que dá o comprimento do cabo:

$$s = \frac{H}{2p} \left[ A(x) \cdot \sqrt{1+A^2(x)} + \log (A(x) + \sqrt{1+A^2(x)}) \right] \Big|_0^{\ell}$$

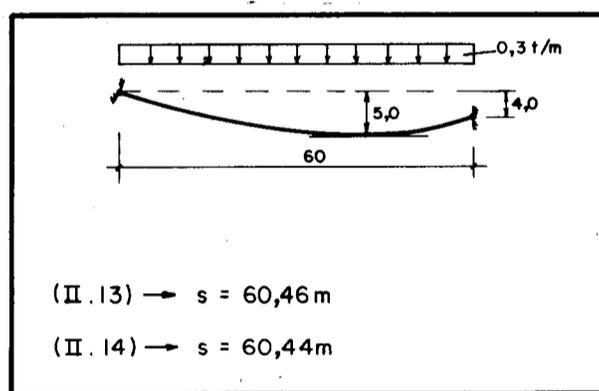
Com

$$A(x) = \frac{p}{H} (x-\ell) + \frac{d}{\ell} \quad (\text{II.13})$$

ou, com o desenvolvimento em série, como em 1.2.1

$$s = \ell \left[ 1 + \frac{p^2 \ell^2}{24H^2} + \frac{d^2}{2\ell^2} \right] \quad (\text{II.14})$$

Também aqui, os resultados obtidos das (II.14) e (II.13) não apresentam diferenças apreciáveis, como se pode ver no quadro abaixo.



De maneira análoga àquela seguida em (1.2.1), obtêm-se a tração no cabo:

$$T = H \sqrt{1 + \left( \frac{px}{H} - \frac{p\ell}{2H} - \frac{d}{\ell} \right)^2} \quad (\text{II.15})$$

A força H pode ser obtida de duas maneiras:

- são conhecidos  $d$  (desnível dos arranques) e  $\theta_1$  (inclinação da tangente ao cabo no arranque A)

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}\theta_1 &= y'(0) = \frac{p\ell}{2H} + \frac{d}{\ell} \\ H &= \frac{1}{2} \left( \frac{p\ell}{\operatorname{tg}\theta_1 - d/\ell} \right) \end{aligned} \quad (\text{II.16})$$

- são conhecidos  $d$  e a flecha no vértice ( $x_v$ )

$$\begin{aligned} y'(x_v) &= 0 = -\frac{px_v}{H} + \frac{p\ell}{2H} + \frac{d}{\ell} \\ x_v &= \frac{H}{p} \left( \frac{p\ell}{2H} + \frac{d}{\ell} \right) \end{aligned} \quad (\text{II.17})$$

Por outro lado

$$y(x_v) = f$$

donde

$$H = \frac{p\ell^2}{d^2} \left[ (1 \pm \sqrt{1-d/f})f - \frac{d}{2} \right] \quad (\text{II.18})$$

e

$$x_v = \frac{\ell}{d} (1 \pm \sqrt{1-d/f})f \quad (\text{II.19})$$

O duplo sinal nas expressões (II.18) e (II.19) indica os valores de  $H$  e  $x_v$  para  $x_v > \ell$  (sinal positivo) e  $x_v < \ell$ .

### 1.3. Cabos inextensíveis com carregamentos associados

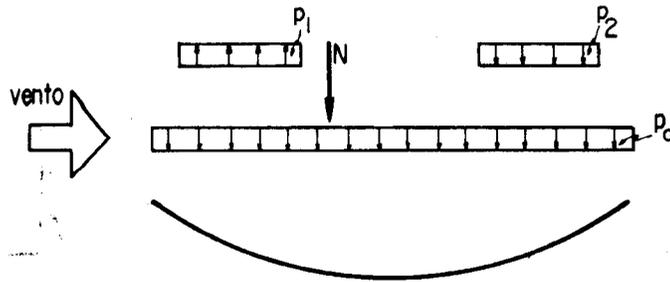


Fig. II.5

O sistema de carregamento representado na fig. (II.5) procura identificar a solicitação típica de coberturas pênseis não protendidas:

$p_0$  = peso próprio da cobertura

$p_1$  = subpressão por efeito de vento

$p_2$  = pressão devida ao vento

$N$  = efeito de uma carga concentrada qualquer, por exemplo, uma calha para receber águas pluviais, disposta perpendicularmente aos cabos.

A determinação dos parâmetros que caracterizam o cabo na posição de equilíbrio, embora não apresente grandes dificuldades de equacionamento, torna-se - para um tal carregamento - extremamente trabalhosa.

Considere-se o caso mais simples de carregamentos associados, isto é, o carregamento da fig. (II.5) onde  $p_1 = p_2 = 0$ . Em <sup>(40)</sup> Barbato trata esse problema como segue:

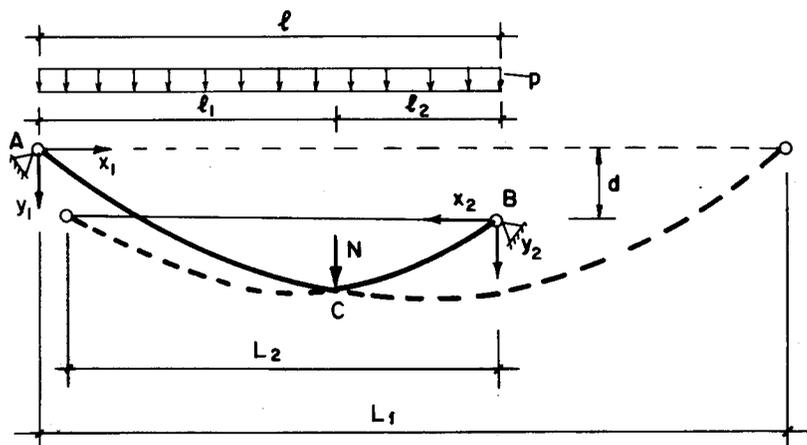


Fig. II.6

1a. equação: Da continuidade do cabo em C, tem-se

$$H_1 = H_2 \quad (\text{II.20})$$

2a. equação: Para os arcos de parábola AC e BC pode-se escrever:

$$y_1 = -\frac{px_1^2}{2H_1} + \frac{pL_1}{2H_1} x_1$$
$$y_2 = -\frac{px_2^2}{2H_2} + \frac{pL_2}{2H_2} x_2$$

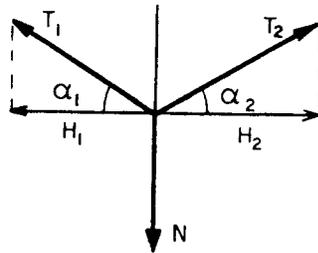
então,

$$y \Big|_{x_1 = \ell_1} - y_2 \Big|_{x_2 = \ell_2} = d$$

ou seja,

$$f(H_1, H_2, L_1, L_2) = d \quad (\text{II.21})$$

3a. equação: O equilíbrio do ponto C fornece:



$$N = H_1 \operatorname{tg} \alpha_1 + H_2 \operatorname{tg} \alpha_2, \quad \text{ou seja,}$$

$$g(H_1, H_2, L_1, L_2) = N \quad (\text{II.22})$$

4a. equação: Como o cabo é inextensível

$$s_1 + s_2 = s$$

onde

$s_1$  = comprimento do cabo no trecho AC

$s_2$  = comprimento do cabo no trecho BC

$s$  = comprimento do cabo só com atuação de  $p$

portanto:

$$h_1(H_1, L_1) + h_2(H_2, L_2) = h(H_0, \ell) \quad (\text{II.23})$$

O sistema de 4 equações encontrado permite de -  
terminar as incógnitas ( $H_1, H_2, L_1$  e  $L_2$ ), e então, os de-  
mais parâmetros.

Pode-se perceber agora, quão trabalhoso seria o  
equacionamento do problema da fig.(II.5) com  $p_1 \neq 0$  e  $p_2 \neq 0$ ,  
em face do número de equações necessárias.

Existe outra maneira de formular o problema da  
fig.(II.5), de aplicação mais sistemática, que é a resolu-  
ção através das funções "ressalto" e "impulso".

### 1.3.1. A função "ressalto" e sua aplicação à estática dos cabos inextensíveis

LANGENDONCK<sup>(72)</sup> apresenta as funções "ressalto"  
aplicadas a problemas da estática das construções - dia -  
gramas de força cortante e momento fletor, linhas de in -  
fluência, linha elástica, etc.

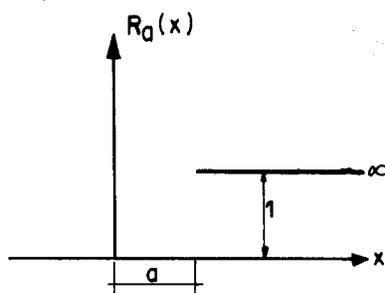
Nasceu daí a idéia de aplicar as funções "res -  
salto" e "impulso" a cabos inextensíveis solicitados por  
carregamentos descontínuos como o da fig.(II.5).

Transcrevem-se em seguida as principais proprie-  
dades da função "ressalto" a serem aplicadas no problema  
em questão.

- Definição: Chama-se função "ressalto" de argu-  
mento  $\underline{a}$ , a função de uma variável real  $x$ , que satisfaz às  
condições:

$$R_a = R_a(x) = \begin{cases} 0 & \text{para } x < a \\ 1 & \text{para } x > a \end{cases} \quad e$$

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{a-\epsilon}^{a+\epsilon} R_a(x) dx = 0 \quad (\text{II.24.a})$$



- Propriedades

1) A derivada de  $R_a(x)$  em relação a  $x$  é a função "impulso"  $I_a(x)$  de Dirac, que é nula sempre que  $x \neq a$  e que é infinita para  $x = a$ , mas de tal forma que

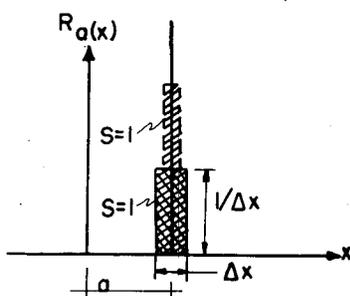
$$\int_{a-\epsilon}^{a+\epsilon} I_a(x) dx = 1 \quad (\text{II.24.b})$$

qualquer que seja o valor real e positivo de  $\epsilon$ . Assim tem-se ( $C$  é a constante de integração):

$$\frac{d}{dx} R_a(x) = I_a(x) \quad (\text{II.24.c})$$

e

$$\int I_a(x) dx = R_a(x) + C$$

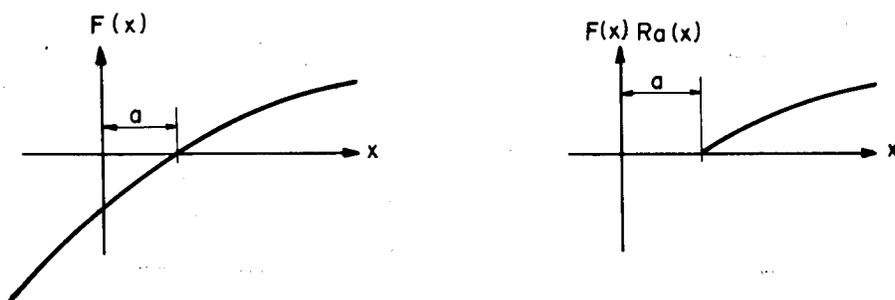


2) O produto de duas ou mais funções ressalto é igual à função ressalto de maior argumento

$$(a > b > c > \dots) R_a \cdot R_b \cdot R_c \dots = R_a, \text{ (II.24-d)}$$

o que se depreende da própria definição de R.

3) O produto de uma função ressalto  $R(x)$  por outra função  $F(x)$ , faz com que se anulem todos os valores desta para  $x < a$ , conservando-se inalterados os correspondentes a  $x > a$ .



4) O produto da derivada em relação a  $x$  da função  $R_a(x)$ , que é igual à função impulso  $I_a(x)$ , por outra função  $F(x)$ , equivale ao produto da mesma  $I_a$  por  $F(a)$

$$F(x) \frac{d}{dx} R_a(x) = F(x) \cdot I_a(x) = F(a) \cdot I_a(x)$$

(II.24-e)

Comparando com (II.24-d), tem-se ainda:

$$\int F(x) \cdot I_a(x) dx = F(a) \int I_a(x) dx = F(a) \cdot R_a(x) + C$$

(II.24-f)

5) Consequentemente a derivada do produto de  $R_a$  por  $F(x)$  é, pondo  $\frac{dF(x)}{dx} = f(x)$  :

$$\frac{d}{dx} [F(x) \cdot R_a(x)] = \frac{dF(x)}{dx} \cdot R_a(x) + \frac{dR_a}{dx} F(x)$$

$$\frac{d}{dx} [F(x) R_a(x)] = f(x) R_a(x) + F(a) I_a(x), \text{ (II.24.g)}$$

ou no caso muito frequente nas aplicações, em que  $F(a)=0$ :

$$\frac{d}{dx} [F(x) R_a(x)] = f(x) R_a(x) \quad \text{(II.24.h)}$$

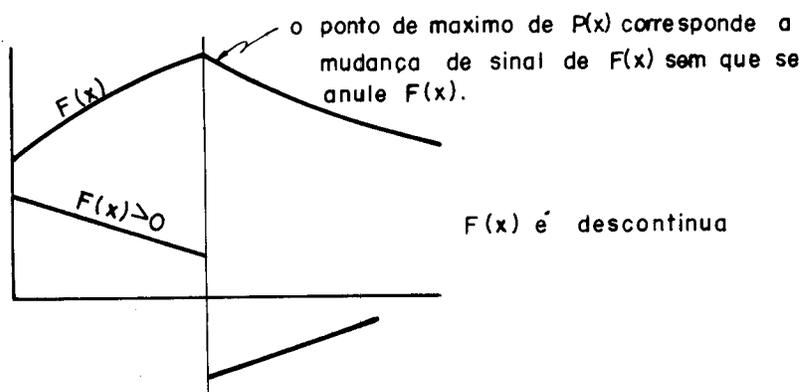
6) De (II.24.h) tem-se:

$$f(x) R_a(x) = \frac{d}{dx} [F(x) \cdot R_a(x)] - F(a) \frac{d}{dx} R_a(x)$$

donde

$$\int f(x) R_a(x) dx = [F(x) - F(a)] R_a(x) + C \quad \text{(II.24.i)}$$

7) Quando se procura o máximo ou o mínimo de uma função contínua de  $x$ , que contenha em sua expressão uma função ressalto, não basta verificar quais os valores de  $x$  que anulam as derivadas da função, mas também aqueles em que essa derivada, quando descontínua, troca de sinal. Aliás, a descontinuidade de  $f(x) R_a$  reconhece-se imediatamente pela condição  $f(a) \neq 0$ .



8) Quando o argumento da função ressalto pode variar e surge a necessidade de integrá-la ou derivá-la em relação ao argumento, deve-se considerar a igualdade

$$(z \neq b) R_z(b) = 1 - R_b(z) \quad (\text{II.24-j})$$

donde

$$\frac{d}{dz} R_z(b) = - \frac{d}{dz} R_b(z) = - I_b(z) \quad (\text{II.24-k})$$

$$\frac{d}{dz} [F(z) R_z(b)] = f(z) R_z(b) - F(b) I_b(z) \quad (\text{II.24-l})$$

$$\int f(z) R_z(b) dz = F(z) - [F(z) - F(b)] R_b(z) + C \quad (\text{II.24-m})$$

9) Quando há duas variáveis independentes,  $x$  e  $z$ , pode surgir o problema de se efetuar a integração:

$$\int R_a(x) R_z(x) f(x) dx$$

É preciso então notar que:

$$R_a(x) \cdot R_z(x) = R_a(x) + [R_z(x) - R_a(x)] R_a(z) \quad (\text{II.24-n})$$

pois que o primeiro membro deve ser igual a  $R_a(x)$  se  $a > z$  e a  $R_z(x)$  se  $a < z$ .

Assim sendo, a integral procurada é

$$\int f(x) R_a(x) R_z(x) dx = [F(x) - F(a)] R_a(x) [1 - R_a(z)] + [F(x) - F(z)] R_a(z) R_z(x) + C \quad (\text{II.24-o})$$

Far-se-á agora a aplicação das funções ressalto e impulso a dois casos simples de carregamento, no sentido de exemplos.

1.3.2. Carga uniformemente distribuida ao longo do vão e carga concentrada

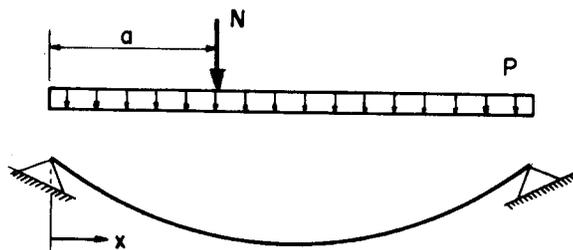


Fig.II.7

As duas cargas p e N podem ser colocadas sob forma de uma única carga p\*:

$$p^* = p + I_a(x)N$$

A equação diferencial do cabo para cargas uniformemente distribuidas é

$$\frac{d^2y}{dx^2} = - \frac{p^*}{H_o^*} \quad (II.25)$$

onde  $H_o^*$  é a componente horizontal da força no cabo na sua posição de equilíbrio sob ação das cargas (p\*).

Integrando uma vez a (II.25), resulta

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= \frac{-1}{H_o^*} \int p^* dx = - \frac{1}{H_o^*} \int [p + N \cdot I_a(x)] dx = \\ &= - \frac{1}{H_o^*} \int p dx - \frac{N}{H_o^*} \int I_a(x) dx + C_1 \end{aligned}$$

Levando em conta (II.24.c) vem

$$dy/dx = - \frac{px}{H_0^*} - \frac{N}{H_0^*} R_a(x) + C_1$$

Integrando novamente, e levando em conta a (II.24.i), vem

$$y = \frac{px^2}{2H_0^*} - \frac{N}{H_0^*} \int R_a(x) dx + C_1 x + C_2$$

$$y = \frac{px^2}{2H_0^*} - \frac{N}{H_0^*} (x-a) R_a(x) + C_1 x + C_2 \quad (\text{II.25-a})$$

Impondo as condições de contorno tem-se

Para  $x = 0$  tem-se  $y = 0$ , portanto:

$$C_2 = 0, \text{ pois } R_a(0) = 0$$

Para  $x = \ell$  tem-se  $y = 0$ , portanto:

$$C_1 = \frac{1}{H_0^*} \left[ \frac{p\ell}{2} + N \frac{(\ell-a)}{\ell} \right], \text{ pois } R_a(\ell) = 1$$

Substituindo os valores de  $C_1$  e  $C_2$  na (II.25-a), fica-se com

$$y = - \frac{1}{H_0^*} \left[ \frac{px^2}{2} + N(x-a) \cdot R_a(x) - \left( \frac{p\ell}{2} + N \frac{(\ell-a)}{\ell} \right) \cdot x \right] \quad (\text{II.26})$$

Vê-se então que o cabo pode ser descrito por uma única equação, sem a divisão em trechos, tornando possível a obtenção direta da ordenada do cabo em qualquer ponto. Em particular, a ordenada do cabo no ponto de aplicação de  $N$  será:

$$y(a) = \frac{pa}{2H_0^*} (\ell - a) + \frac{N}{H_0^*} (\ell - a) \cdot \frac{a}{\ell} \quad (\text{II.26.a})$$

ou, quando  $a = \ell/2$

$$y(\ell/2) = \frac{1}{H_0^*} \left( \frac{p\ell^2}{8} + \frac{N\ell}{4} \right) \quad (\text{II.26.b})$$

Para determinar a expressão que dá o esforço  $H_0^*$ , recorre-se à condição de inextensibilidade do cabo, ou seja, qualquer que seja o sistema de cargas, o comprimento do cabo será o mesmo. Assim, a expressão que dá o comprimento do cabo, quando a sollicitação é somente carga  $p$ , é

$$s_0^* = \ell \left( 1 + \frac{8}{3} \frac{f_0^2}{\ell^2} \right) \quad (\text{II.27})$$

Por outro lado,

$$s_0^* = \int_0^\ell \sqrt{1 + (dy/dx)^2} dx$$

ou, com o desenvolvimento em série do radical, nos dois primeiros termos

$$s_0^* \cong \int_0^\ell \left[ 1 + \frac{1}{2} (dy/dx)^2 \right] dx$$

Levando em conta as propriedades 2) e 6), a integração fornece:

$$\begin{aligned} s_0^* = \ell + \frac{1}{2H_0^{*2}} & \left\{ \frac{p^2\ell^3}{3} + N^2(\ell - a) + \ell \left[ \frac{p\ell}{2} + \frac{N(\ell - a)}{\ell} \right]^2 + \right. \\ & + pN(\ell^2 - a^2) - p\ell^2 \left[ \frac{p\ell}{2} + N \frac{(\ell - a)}{\ell} \right] - \\ & \left. - 2N \left[ \frac{p\ell}{2} + N \frac{(\ell - a)}{\ell} \right] (\ell - a) \right\} \quad (\text{II.28}) \end{aligned}$$

Igualando as expressões de  $s$  dadas por (II.27) e (II.28), obtêm-se a equação que da  $H_0^*$ .

Em particular, quando for  $a = \ell/2$ , vem

$$s_0^* = \ell + \frac{p^2 \ell^3}{24H_0^{*2}} + \frac{pN\ell^2}{8H_0^{*2}} + \frac{N^2 \ell}{8H_0^{*2}} \quad (\text{II.29})$$

e daí

$$H_0^* = H_0 \sqrt{1 + \frac{3N}{p\ell} + 3\left(\frac{N}{p\ell}\right)^2} \quad (\text{II.30})$$

onde  $H_0$  é a força horizontal num cabo com flecha  $f_0$  e carregado com carga  $p$  uniformemente distribuída.

1.3.3. Cargas uniformemente distribuídas, total e parcialmente, ao longo do vão

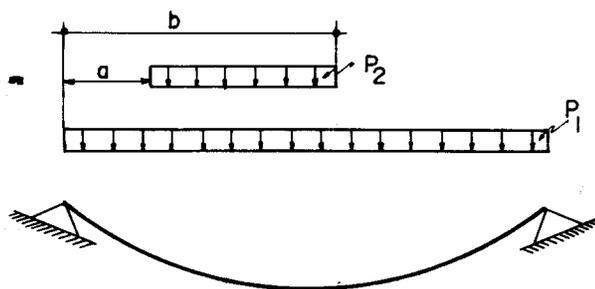


Fig.II.8

$$p^* = p_1 + R_a p_2 - R_b p_2 \quad (\text{II.31})$$

$$d^2y/dx^2 = - \frac{p^*}{H_0^*}$$

$$dy/dx = - \frac{1}{H_0^*} \int p^* dx + C_1$$

$$dy/dx = - \frac{1}{H_0^*} \int p_1 dx - \frac{1}{H_0^*} \int p_2 R_a dx + \frac{1}{H_0^*} \int p_2 R_b dx + C_1$$

Tendo em vista a (II.24.i), obtem-se

$$dy/dx = \frac{-p_1 x}{H_0^*} - \frac{p_2 (x-a)}{H_0^*} R_a + \frac{p_2 (x-b)}{H_0^*} R_b + C_1$$

Integrando novamente, chega-se a:

$$y = - \frac{p_1 x^2}{2H_0^*} - \frac{p_2 (x-a)^2}{2H_0^*} R_a + \frac{p_2 (x-b)^2}{2H_0^*} R_b + C_1 x + C_2$$

A determinação das constantes  $C_1$  e  $C_2$  vem da im posição das condições de contorno, observando que

$$R_a(0) = 0, R_a(l) = 1, R_b(0) = 0, \text{ e } R_b(l) = 1$$

$$C_2 = 0$$

$$C_1 = \frac{1}{2H_0^*} \left[ p_1 l + p_2 \frac{(l-a)^2}{l} - p_2 \frac{(l-b)^2}{l} \right]$$

Portanto, a equação do cabo fica sendo

$$y = - \frac{1}{2H_0^*} \left[ p_1 x^2 + p_2 (x-a)^2 R_a - p_2 (x-b)^2 R_b \right] + \frac{1}{2H_0^*} \cdot \left[ p_1 l + p_2 \frac{(l-a)^2}{l} - p_2 \frac{(l-b)^2}{l} \right] \quad (\text{II.32})$$

Da mesma forma como em 1.3.2, a força  $H_0^*$  é obtida da condição de inextensibilidade do cabo. A expressão que dá o comprimento do cabo em função do carregamento da fig.(II.8) é

$$s_0^* = l + \frac{1}{2H_0^{*2}} \left\{ \frac{p_1^2 l^3}{3} + \frac{p_2^2 (l-a)^3}{3} + \frac{p_2^2 (l-b)^3}{3} + \right. \\ + A^2 l + 2p_1 p_2 \left[ \frac{1}{3}(l^3 - a^3) - \frac{1}{2}(al^2 - a^3) \right] + \\ + p_2 (l-b)^2 \cdot A - 2 p_1 p_2 \left[ \frac{1}{3} (l^3 - b^3) - \frac{1}{2}(bl^2 - b^3) \right] - \\ - p_1 l^2 A - 2p_2^2 \left[ \frac{1}{3}(l^3 - b^3) - \frac{a+b}{2}(l^2 - b^2) + ab(l-b) \right] - \\ \left. - p_2 (l-a)^2 A \right\} \quad (\text{II.33})$$

onde

$$A = \frac{1}{2\ell} \left[ p_1 \ell^2 + p_2 (\ell - a)^2 - p_2 (\ell - b)^2 \right]$$

Por outro lado, como em 1.3.2, o comprimento  $s$  é dado também por

$$s_0^* = \ell \left( 1 + \frac{8}{3} \frac{f_0^2}{\ell^2} \right) \quad (\text{II.34})$$

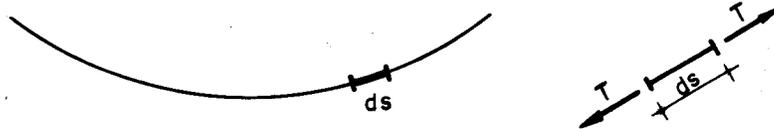
As expressões (II.33) e (II.34) permitem determinar a força horizontal  $H_0^*$ , característica da posição de equilíbrio do esquema representado na fig.(II.8).

Como se pode ver o método é trabalhoso, porém é de aplicação sistemática, qualquer que seja o carregamento. Basta um certo cuidado na formulação da carga  $p^*$ .

Os dois exemplos anteriores se referiram a cabos com arranques em nível. No caso de arranques desnivelados a solução continua simples, pois para levar em conta o efeito do desnível basta considerá-lo quando da determinação da constante de integração  $C_1$ .

## 2. CABOS DEFORMÁVEIS COM ARRANQUES FIXOS

Para determinar a expressão que fornece a variação do comprimento do cabo, considere-se um elemento  $ds$  do mesmo.



Sob a ação das forças  $T$ , o elemento infinitesimal  $ds$  sofre um alongamento  $\delta$

$$\delta = \frac{Tds}{EA} \quad (\text{II.35})$$

onde

$E$  = módulo de elasticidade do cabo, suposto cons  
tante.

$A$  = área da seção transversal do cabo, também  
suposta constante.

Sendo  $\delta$  uma parcela do alongamento total do cabo  
( $\Delta s$ ), pode-se escrever

$$d(\Delta s) = \frac{T}{EA} ds \quad (\text{II.36})$$

Além das cargas atuantes, existe uma outra soli-  
citação que pode influenciar a variação do comprimento do  
cabo - o efeito de variação de temperatura. Esse efeito  
foi levado em conta por Barbato<sup>(40)</sup> como segue

$$d(\Delta s) = \left( \frac{T}{EA} + \alpha \Delta t \right) ds \quad (\text{II.37})$$

Por outro lado, já foi visto que

$$T = H \frac{ds}{dx}$$

e

$$ds = \sqrt{1 + (y')^2} dx \approx \left[ 1 + \frac{1}{2}(y')^2 \right] dx$$

Essas duas expressões permitem colocar a (II.37)  
na seguinte forma

$$d(\Delta s) = \frac{H}{EA}(1 + y'^2) dx + \alpha \Delta t \left[ 1 + \frac{1}{2}(y')^2 \right] dx \quad (\text{II.38})$$

que integrada fornece a expressão de  $\Delta s$ .

Os demais parâmetros que caracterizam a posição  
deformada do cabo (em equilíbrio), podem ser facilmente

determinados depois de conhecida a força H. Para tanto, considere-se que

$$\Delta s = s - s_0 \quad (\text{II.39})$$

onde

- $s_0$  = comprimento inicial do cabo, ou seja, o comprimento do cabo considerado inextensível
- $s$  = comprimento do cabo na posição final, isto é, depois de ocorridas as deformações consideradas.
- $\Delta s$  = variação de comprimento do cabo, cuja expressão vem da integração da (II.38) em cada caso.

A expressão (II.39) terá como única incógnita o esforço H.

## 2.1. Exemplos

### 2.1.1. Cargas uniformemente distribuídas ao longo do vão (p) e efeito de temperatura ( $\Delta t$ )

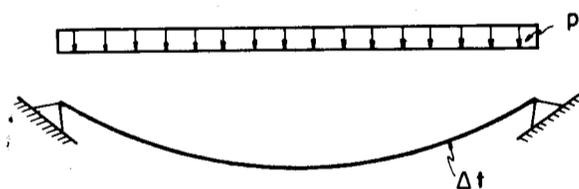


Fig. II.9

$$y = - \frac{px^2}{2H} + \frac{p\ell x}{2H}$$

$$y' = - \frac{px}{H} + \frac{p\ell}{2H}$$

Levando a expressão de  $y'$  em (II.38) e integrando, obtém-se

$$\Delta s = \frac{H\ell}{EA} \left(1 + \frac{p^2 \ell^2}{12H^2}\right) + \alpha \Delta t \ell \cdot \left(1 + \frac{p^2 \ell^2}{24H^2}\right)$$

Por outro lado

$$s_0 = \ell \left(1 + \frac{p^2 \ell^2}{24H_0^2}\right)$$

$$s = \ell \left(1 + \frac{p^2 \ell^2}{24H^2}\right)$$

Pela (II.39), tira-se

$$\frac{H\ell}{EA} \left(1 + \frac{p^2 \ell^2}{12H^2}\right) + \alpha \Delta t \ell \cdot \left(1 + \frac{p^2 \ell^2}{24H^2}\right) = \ell \left(1 + \frac{p^2 \ell^2}{24H^2}\right) - s_0$$

ou

$$H^3 + EA \left(\frac{s_0 - \ell}{\ell} + \alpha \Delta t\right) \cdot H^2 + \frac{p^2 \ell^2}{12} H - \frac{EA}{2} \frac{p^2 \ell^2}{12} (1 - \alpha \Delta t) = 0 \quad (\text{II.40})$$

2.1.2. Carga uniformemente distribuída (p) ao longo do vão,  
e carga concentrada (N) no meio do vão

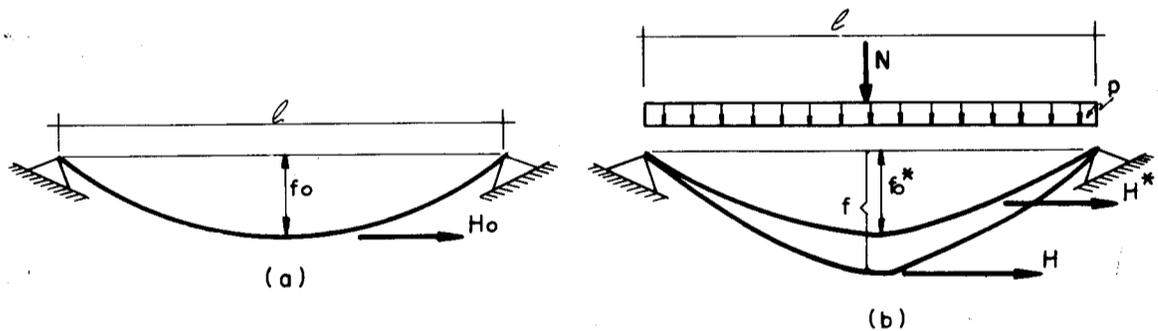


Fig.II.10

Sejam então

$s_0$  = comprimento inicial do cabo

$s$  = comprimento do cabo na posição final, isto é, cessadas as deformações provocadas pelo carregamento considerado.

O comprimento inicial do cabo ( $s_0$ ) é dado pela expressão  $s_0 = \ell \left(1 + \frac{8}{3} \frac{f_0^2}{\ell^2}\right)$ , independente do carregamento.

O comprimento final ( $s$ ) será, como em (II.29)

$$s = \ell + \frac{p^2 \ell^3}{24H^2} + \frac{pN\ell^2}{8H^2} + \frac{N^2 \ell}{8H^2} \quad (\text{II.41})$$

Para obter a variação ( $\Delta s$ ) do comprimento do cabo, não será levado em conta (por simplicidade) o efeito de temperatura.

$$d(\Delta s) = \frac{H}{EA} (1+y'^2) dx \quad (\text{II.42})$$

A expressão de  $y'$  pode ser obtida pela derivação de (II.26), lembrando a propriedade 5)

$$y' = -\frac{1}{H} \left[ px + N R_a(x) - \frac{p\ell}{2} - \frac{N(\ell-a)}{\ell} \right] \quad (\text{II.43})$$

Substituindo esse valor de  $y'$  na (II.42), obtêm-se

$$\begin{aligned} \Delta s = & \frac{H\ell}{EA} + \frac{1}{EAH} \left[ \left( \frac{p^2 x^3}{3} + N^2 (x-a) R_a(x) + \right. \right. \\ & + 2pN \left( \frac{x^2}{2} - \frac{a^2}{2} \right) R_a(x) + \left( \frac{p\ell}{2} + N \frac{\ell-a}{\ell} \right)^2 x - \\ & \left. \left. - p \left( \frac{p\ell}{2} + N \frac{\ell-a}{\ell} \right) x^2 - 2 \left( \frac{p\ell}{2} + N \frac{\ell-a}{\ell} \right) N(x-a) R_a(x) \right]_0^\ell \end{aligned}$$

Como  $R_a(0) = 0$ ,  $R_a(\ell) = 1$ , e  $a = \frac{\ell}{2}$ , vem

$$\Delta s = \frac{H\ell}{EA} + \frac{1}{EAH} \left( \frac{p^2 \ell^3}{12} + \frac{N^2 \ell}{4} + \frac{p\ell^2 N}{4} \right) \quad (\text{II.44})$$

Substituindo as expressões de  $\Delta s$ ,  $s$ , e  $s_0$  na (II.39) encontra-se:

$$H^3 + EA \left( \frac{s_0 - \ell}{\ell} \right) H^2 + \left( \frac{p^2 \ell^2}{12} + \frac{N^2}{4} + \frac{p \ell N}{4} \right) H - \frac{EA}{2} \left( \frac{p^2 \ell^2}{12} + \frac{N^2}{4} + \frac{p \ell N}{4} \right) = 0 \quad (\text{II.45})$$

Esta expressão (II.45) fornece o valor do esforço H, característico da posição deformada do cabo em equilíbrio.

Introduzindo o efeito de temperatura, a expressão (II.45) fica sendo

$$H^3 + EA \left( \frac{s_0 - \ell}{\ell} + \alpha \Delta t \right) H^2 + \left( \frac{p^2 \ell^2}{12} + \frac{N^2}{4} + \frac{p \ell N}{4} \right) H - \frac{EA}{2} (1 - \alpha \Delta t) \left( \frac{p^2 \ell^2}{12} + \frac{N^2}{4} + \frac{p \ell N}{4} \right) = 0 \quad (\text{II.46})$$

2.1.3. Cargas uniformemente distribuídas total ( $p_1$ ) e parcialmente ( $p_2$ ) ao longo do vão.

Seguindo a mesma sequência de 2.1.2, tem-se

$s_0$  = comprimento inicial do cabo

$s$  = comprimento do cabo na posição final

O valor  $s$  para o caso particular da figura (II.11) pode ser obtido com a substituição em (II.33) dos valores  $a = \frac{3}{4} \ell$  e  $b = \ell$ , lembrando também que para o cabo na posição deformada (em equilíbrio), o valor do esforço horizontal é  $H$

$$s = \ell + \frac{1}{2H^2} \left[ \frac{1}{12} p_1^2 \ell^3 + \frac{13}{3072} p_2^2 \ell^3 + \frac{5}{192} p_1 p_2 \ell^3 \right] \quad (\text{II.47})$$

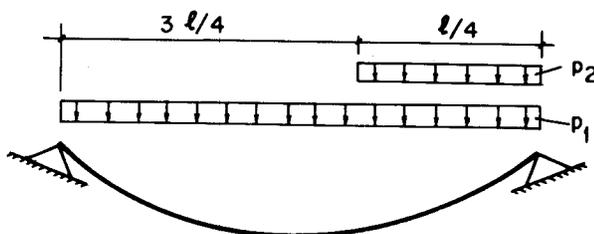


Fig. II.11

Derivando a (II.32) obtêm-se o valor de  $y'$ , que substituído na (II.42) fornece, após a integração, o valor de  $\Delta s$

$$\Delta s = \frac{H\ell}{EA} + \frac{1}{EAH} \left[ \frac{1}{12} p_1^2 \ell^3 + \frac{13}{3072} p_2^2 \ell^3 + \frac{5}{192} p_1 p_2 \ell^3 \right] \quad (\text{II.48})$$

Por outro lado,

$$\Delta s = s - s_0 \quad (\text{II.49})$$

Substituindo as expressões de  $s$  e  $\Delta s$  dadas pelas (II.47) e (II.48) na (II.49), chega-se a:

$$H^3 + EA \left( \frac{s_0 - \ell}{\ell} \right) \cdot H^2 + \left[ \frac{1}{12} p_1^2 \ell^2 + \frac{13}{3072} p_2^2 \ell^2 + \frac{5}{192} p_1 p_2 \ell^2 \right] \cdot H - \frac{EA}{2} \left[ \frac{1}{12} p_1^2 \ell^2 + \frac{13}{3072} p_2^2 \ell^2 + \frac{5}{192} p_1 p_2 \ell^2 \right] = 0 \quad (\text{II.50})$$

Introduzindo o efeito de temperatura, a expressão (II.50) fica sendo:

$$H^3 + EA \left( \frac{s_0 - \ell}{\ell} + \alpha \Delta t \right) \cdot H^2 + \left[ \frac{1}{12} p_1^2 \ell^2 + \frac{13}{3072} p_2^2 \ell^2 + \frac{5}{192} p_1 p_2 \ell^2 \right] \cdot H - \frac{EA}{2} (1 - \alpha \Delta t) \left[ \frac{1}{12} p_1^2 \ell^2 + \frac{13}{3072} p_2^2 \ell^2 + \frac{5}{192} p_1 p_2 \ell^2 \right] = 0 \quad (\text{II.51})$$

É interessante notar a semelhança de estrutura das equações (II.40, II.46 e II.51), isto é, somente os terceiro e quarto termos sofrem alterações com a variação do carregamento. De maneira condensada pode-se escrever:

$$H^3 + EA \left( \frac{s_0 - \ell}{\ell} + \alpha \Delta t \right) \cdot H^2 + \rho H - \frac{\rho}{2} EA (1 - \alpha \Delta t) = 0 \quad (\text{II.52})$$

onde 
$$\rho = H^2 \int_0^l (y')^2 dx \quad (\text{II.53})$$

Esse é um resultado conveniente, porquanto para se chegar à equação que fornece o esforço H, característico da posição deformada de um cabo sujeito a um carregamento qualquer, basta determinar o parâmetro  $\rho$  para o caso em questão conforme a expressão (II.53). A expressão (II.53) mostra que o parâmetro  $\rho$  depende somente de se ter em mãos a expressão de  $y'$ , facilmente obtida com a ajuda das funções ressalto e impulso.

### 3. CABOS DEFORMÁVEIS COM ARRANQUES DESLOCÁVEIS

O objetivo aqui é, da mesma forma que no ítem anterior, a determinação dos parâmetros que caracterizam a posição final do cabo, isto é, a posição de equilíbrio para a qual as solicitações consideradas já produziram a totalidade das deformações.

O deslocamento dos arranques tem em determinadas situações um efeito nada desprezível. É o caso de coberturas pênseis cujos cabos são suspensos de pilares espiaados, onde o deslocamento do arranque surge em decorrência do alongamento das espias (fig.II.12).

#### 3.1. Carga uniformemente distribuída

##### 3.1.1. Arranques em nível

Para o estudo que segue não serão levados em conta (ver apêndice III):

- a) a variação do módulo de elasticidade, tanto para os cabos como para as espias
- b) a deformação axial dos pilares
- c) a variação dos ângulos  $\alpha_0$  e  $\beta_0$



$f$  = maior segmento de reta, normal à reta que une os pontos de suspensão, compreendido entre esta e o eixo do cabo (flecha do cabo)

$\ell_e$  = comprimento da espia, suposta com flecha nula

$u$  = componente horizontal do deslocamento no arranque

$v$  = componente vertical do deslocamento no arranque

$A_c$  = área da seção transversal do cabo

$A_e$  = área da seção transversal da espia

$E_c$  = módulo de elasticidade do cabo

$E_e$  = módulo de elasticidade da espia

Os demais parâmetros ( $a$ ,  $b$ ,  $h$ ,  $\alpha_0$ ,  $\beta_0$ ,  $\theta$ ) podem ser identificados na fig.(II.12).

O índice "0" se refere a "posição inicial" do cabo, ou seja, à posição do conjunto cabo-pilar-espias com espias e cabo considerados inextensíveis.

O índice "1" se refere a "posição final" do cabo, ou seja, a posição de equilíbrio do cabo depois de ocorridas todas as deformações oriundas das solicitações consideradas.

Isto posto, trata-se agora de encontrar as equações que permitem definir a posição final do conjunto cabo-pilar-espias, admitindo pilares articulados na base.

A carga  $p$  solicitante provoca um alongamento  $\Delta s$  no cabo, e um alongamento  $\Delta \ell_e$  nas espias.

$$\Delta s = s_1 - s_0 \quad (II.54)$$

Conforme a (II.9), resultam

$$s_1 = \ell_1 \left(1 + \frac{p^2 \ell_1^2}{24H_1^2}\right) \quad (\text{II.55})$$

e

$$s_0 = \ell_0 \left(1 - \frac{p^2 \ell_0^2}{24H_0^2}\right) \quad (\text{II.56})$$

Então

$$\Delta s = \ell_1 \left(1 + \frac{p^2 \ell_1^2}{24H_1^2}\right) - s_0 \quad (\text{II.57})$$

Por outro lado,

$$\Delta s = \frac{H_1}{E_C A_C} \int_0^{\ell_1} (1 + (\bar{y}')^2) d\bar{x} \quad (\text{II.58})$$

onde

$$y' = -\frac{p\bar{x}}{H_1} + \frac{p\ell_1}{2H_1} \quad (\text{II.59})$$

com

$$\bar{x} = x - u_A \quad (\text{II.60})$$

$$\bar{y} = y + v_A \quad (\text{II.61})$$

$$\ell_1 = \ell_0 - (u_A + u_B) \quad (\text{II.62})$$

A integração da (II.58) fornece

$$s = \frac{\ell_1}{E_C A_C} \cdot H_1 + \frac{p^2 \ell_1^3}{12 E_C A_C} \cdot \frac{1}{H_1} \quad (\text{II.63})$$

Relacionando as (II.63) e (II.57), vem

$$H_1^3 + E_C A_C \left(\frac{s_0 - \ell_1}{\ell_1}\right) H_1^2 + \frac{p^2 \ell_1^2}{12} H_1 - \frac{p^2 \ell_1^2}{24} E_C A_C = 0 \quad (\text{II.64})$$

Note-se que essa equação já havia sido deduzida anteriormente (II.40). Refazer a dedução para o caso de arranques deslocáveis, foi necessário para mostrar que no caso presente a equação leva em conta o vão final  $l_1$ , e não o inicial  $l_0$  (arranques indeslocáveis). À primeira vista, essa diferença poderia parecer irrelevante, mas observando o segundo termo da (II.64) percebe-se o contrário. De fato, a diferença  $(s_0 - l_1)$  é sensivelmente maior que a diferença  $(s_0 - l_0)$  e, multiplicada por  $E_C A_C$  que tem valor numérico elevado, deverá influir decisivamente no valor de  $H_1$ .

As equações (II.64) e (II.62) envolvem 4 incógnitas ( $H_1, l_1, u_A$  e  $u_B$ ), se se partir do pressuposto que as demais variáveis ( $A_C, s_0, p, E_C$ ) podem ser fixadas "a priori". Tornam-se então necessárias duas outras equações, que podem ser obtidas do equilíbrio dos arranques na posição deformada (pontos  $A'$  e  $B'$ ).

A fig.(II.13) mostra as forças atuantes num anel imaginário disposto na cabeça do pilar,

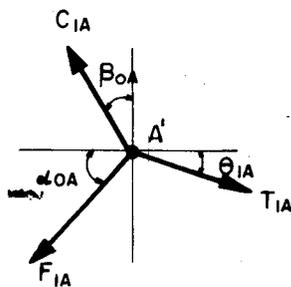


Fig.II.13

onde

$T_1$  = força de tração no cabo, cuja direção é tangente ao cabo

$C_1$  = força de compressão no pilar

$F_1$  = força de tração na espia

O equilíbrio do ponto  $A'$  fornece

$$F_{1A} = \frac{\cos(\beta_{oA} + \theta_{1A})}{\cos(\alpha_{oA} - \beta_{oA})} T_{1A} \quad (\text{II.65})$$

ou, lembrando que  $T = H/\cos\theta$

$$F_{1A} = \frac{\cos(\beta_{oA} + \theta_{1A})}{\cos\theta_{1A} \cos(\alpha_{oA} - \beta_{oA})} H_{1A} \quad (\text{II.66})$$

A fig.(II.12.b) mostra que

$$\Delta \ell_{eA} = \frac{\cos(\alpha_{oA} - \beta_{oA})}{\cos\beta_{oA}} u_A \quad (\text{II.67})$$

Por outro lado

$$\Delta \ell_{eA} = \frac{F_{1A} \ell_{eA}}{E_{eA}} \quad (\text{II.68})$$

Relacionando as duas últimas expressões, e levando em conta a (II.66), vem

$$(H_{1A} - \frac{1}{2} p \ell_1 \text{tg}\beta_{oA}) = \frac{\cos^2(\alpha_{oA} - \beta_{oA})}{\cos^2(\beta_{oA})} \cdot \frac{E_{eA} \ell_{eA}}{\ell_{eA}} u_A \quad (\text{II.69})$$

Analogamente, para o arranque B, tem-se:

$$(H_{1B} - \frac{1}{2} p \ell_1 \text{tg}\beta_{oB}) = \frac{\cos^2(\alpha_{oB} - \beta_{oB})}{\cos^2(\beta_{oB})} \cdot \frac{E_{eB} \ell_{eB}}{\ell_{eB}} u_B \quad (\text{II.70})$$

As equações (II.69) e (II.70) compõem as terceira e quarta equações do sistema (pois  $H_{1A} = H_{1B} = H_1$ ), tornando possível a determinação de  $H_1$ ,  $\ell_1$ ,  $u_A$  e  $u_B$ .

Os outros parâmetros que caracterizam a posição final ( $f_1$ ,  $\theta_1$ ,  $s_1$ , etc.) podem ser encontrados por aplicação direta de fórmulas já conhecidas.

Observações

1) É útil notar que as equações (II.70) e (II.69) podem ser escritas

$$F_1 \cos \alpha_0 = (K \cos \alpha_0) \cdot u \quad (\text{II.71})$$

onde

$$K = \frac{\cos^2(\alpha_0 - \beta_0)}{\cos^2 \beta_0} \cdot \frac{E_e A_e}{l_e} \quad (\text{II.72})$$

Fisicamente a expressão (II.71) pode ser visualizada com a substituição do esquema da fig.(II.12.a) pelo esquema abaixo.

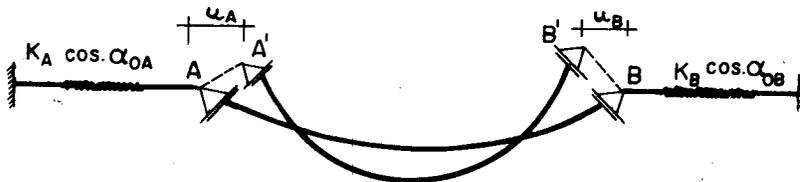


Fig.II.14

Para o deslocamento  $u$  do arranque, tudo se passa como se uma mola de constante  $K$  substituisse a espia.

2) Para arranques em nível, essa equivalência permite visualizar outras situações que podem ser resolvidas com o mesmo sistema de equações desenvolvido para o esquema da fig.(II.12.a).

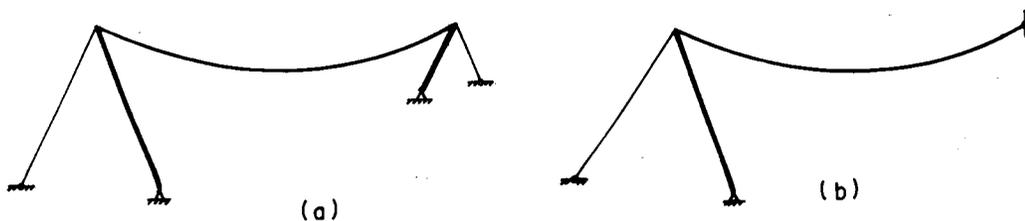
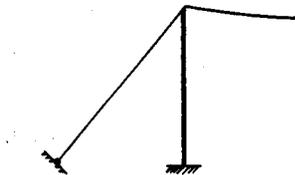


Fig.II.15

Mesmo quando o sistema de suspensão for constituído da associação de pilares engastados e espias, as deduções anteriores não se alteram, e a constante de mola pode ser encontrada facilmente.



**Fig. II.16**

3) Como se verá mais tarde, os deslocamentos dos arranques podem, em certos casos, atingir valores relativamente elevados. Em determinadas situações, um projetista terá naturalmente o desejo de minimizar esses deslocamen - tos. Isso pode ser conseguido de várias maneiras:

- dotando a espia de um esticador que permita controlar aqueles deslocamentos

- impondo ao pilar um "contra-deslocamento" tal que ocorridas as deformações, se tenha o mínimo desejado.

Além dessas e de outras maneiras possíveis, a observação das expressões (II.69) e (II.70) permite visuali - zar três outras soluções:

- aumentando a rigidez da "mola"

- tornando nula a expressão do 1º membro

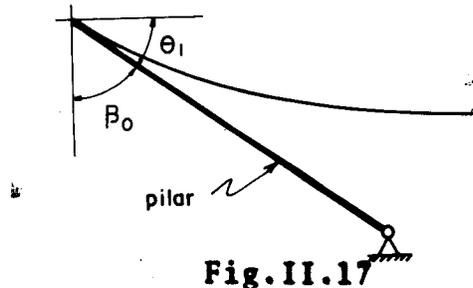
$$H_1 - \frac{p\ell_0}{2} \operatorname{tg}\beta_0 = 0$$

$$\operatorname{tg}\beta_0 = \frac{H_1}{p\ell_0/2} = \operatorname{ctg}\theta_1$$

$$\beta_0 + \theta_1 = \pi/2$$

Significa que para anular os deslocamentos nos arranques, basta que o pilar esteja disposto segundo a tan

gente ao cabo no arranque (fig.II.17)



Os inconvenientes dessa solução são óbvios porquanto  $\theta_1$  é em geral pequeno.

- aumentando o segundo termo na expressão do 1º membro, sem que  $H_1$  aumente na mesma proporção. Isso pode ser conseguido quando se considera o peso próprio do pilar (desprezado nas deduções anteriores), ou outras cargas nele atuantes.

Seja  $Q$  a resultante dessas cargas, suposta aplicada verticalmente para baixo, no ponto médio do pilar.

$$H_1 - \frac{1}{2}(p\ell_1 + Q) \operatorname{tg}\beta_0 = K.u$$

Para ser  $u = 0$ , deve-se ter

$$Q = 2 \left( \frac{H_1}{\operatorname{tg}\beta_0} - \frac{p\ell_0}{2} \right)$$

Essa solução só faz sentido quando o pilar é inclinado ( $\beta_0 \neq 0$ ), fato comum em ginásios de esporte onde o pilar recebe a arquibancada. A carga  $Q$  pode vir justamente desse carregamento.

### 3.1.2. Arranques desnivelados

Procedendo como no caso anterior, e levando em conta a expressão (II.14) que dá o comprimento do cabo, chega-se a

$$H_1^3 - \frac{E_c A_c (2\ell_1^2 + d^2 - 2\ell_1 s_0)}{2\ell_1^2 + d^2} \cdot H_1^2 + \frac{p^2 \ell_1^4}{12(\ell_1^2 + d^2)} H_1 - \frac{E_c A_c p^2 \ell_1^4}{24(\ell_1^2 + d^2)} = 0 \quad (\text{II.73})$$

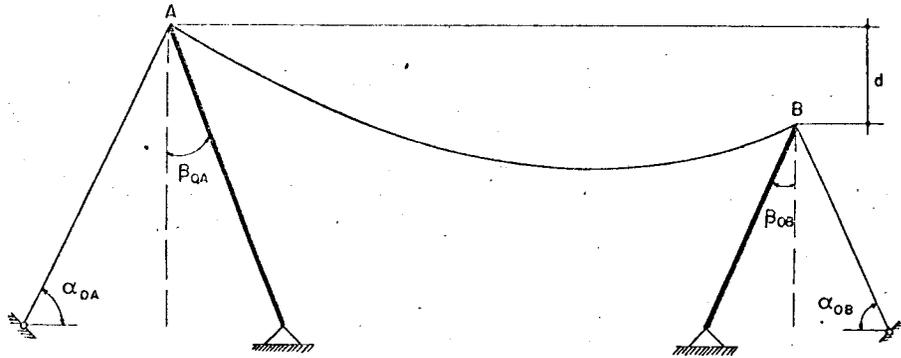


Fig.II.18

O equilíbrio dos pontos A e B nas posições deslocadas A' e B', fornece

$$(H_1 - \frac{1}{2} p \ell_1 \operatorname{tg} \beta_{OA}) = K_A u_A \quad (\text{II.74})$$

$$(H_1 - \frac{1}{2} p \ell_1 \operatorname{tg} \beta_{OB}) = K_B u_B \quad (\text{II.75})$$

onde  $K_A$  e  $K_B$  têm expressões formalmente idênticas à (II.72), respeitadas os respectivos índices.

A quarta equação do sistema é

$$\ell_1 = \ell_0 - (u_A + u_B) \quad (\text{II.76})$$

### 3.2. Carga uniformemente distribuída e carga concentrada no meio do vão

Seguindo a mesma linha de raciocínio dos casos anteriores, pode-se escrever

$$\ell_1 = \ell_0 - (u_A + u_B) \quad (\text{II.77})$$

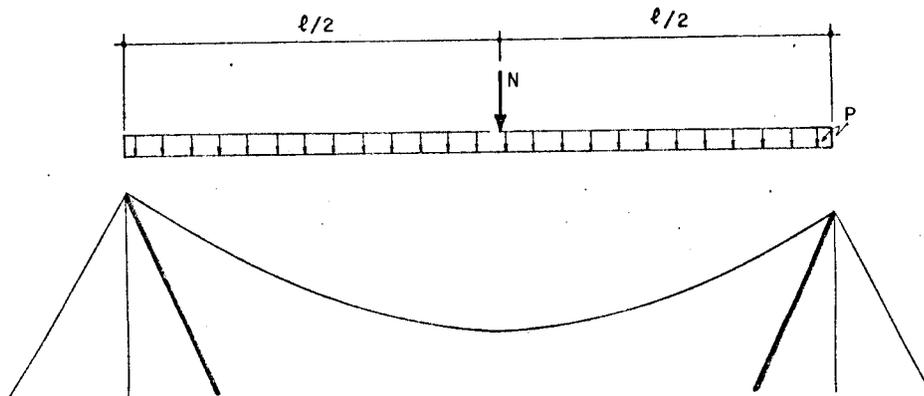


Fig. II.19

Conforme a (II.45)

$$\begin{aligned}
 & H_1^3 + E_c A_c \left( \frac{s_0 - l_1}{l_1} \right) H_1^2 + \left( \frac{p^2 l_1^2}{12} + \frac{N^2}{4} + \frac{p l_1 N}{4} \right) H_1 - \\
 & - \frac{E_c A_c}{2} \left( \frac{p^2 l_1^2}{12} + \frac{N^2}{4} + \frac{p l_1 N}{4} \right) = 0 \quad (II.78)
 \end{aligned}$$

O equilíbrio do ponto A na posição A' fornece

$$H_1 - \frac{1}{2} (p l_1 + N) \operatorname{tg} \beta_{OA} = K_A \cdot u_A \quad (II.79)$$

Analogamente, para o ponto B

$$H_1 - \frac{1}{2} (p l_1 + N) \operatorname{tg} \beta_{OB} = K_B u_B \quad (II.80)$$

onde  $K_A$  e  $K_B$  representam os "coeficientes de mola" como em (II.72).

### 3.3. Efeito de temperatura

Para levar em conta o efeito de temperatura, procede-se como no ítem 2, apenas lembrando que agora esse efeito se manifesta também nas espigas. De modo geral, para arranques em nível e carregamento idêntico ao do caso anterior, tem-se

$$\begin{aligned}
 & H_1^3 + E_c A_c \left( \frac{s_0 - \ell_1}{\ell_1} + \alpha \Delta t_c \right) H_1^2 + \\
 & + \left( \frac{p^2 \ell_1^2}{12} + \frac{N^2}{4} + \frac{p \ell_1 N}{4} \right) H - \\
 & - \frac{E_c A_c}{2} \left( \frac{p^2 \ell_1^2}{12} + \frac{N^2}{4} + \frac{p \ell_1 N}{4} \right) (1 - \alpha \Delta t_c) = 0 \quad (\text{II.81})
 \end{aligned}$$

com

$$\ell_1 = \ell_0 - (u_A + u_B) \quad (\text{II.82})$$

As outras duas equações do sistema são derivadas do equilíbrio dos pontos A e B, como nos casos anteriores, levando em conta a nova expressão de  $\Delta \ell_e$

$$\Delta \ell_e^* = \frac{F_1 \ell_e}{E_e A_e} + \ell_e \alpha \Delta t_e \quad (\text{II.83})$$

Com isso, as equações de equilíbrio ficam sendo

$$\begin{aligned}
 H_1 - \frac{1}{2} (p \ell_1 + N) \operatorname{tg} \beta_{oA} &= \frac{EA_{eA}}{\ell_{eA}} \cdot \frac{\cos^2(\alpha_{oA} - \beta_{oA})}{\cos^2 \beta_{oA}} u_A - \\
 - \frac{EA_{eA}}{\ell_{eA}} \cdot \frac{\cos(\alpha_{oA} - \beta_{oA})}{\cos \beta_{oA}} \cdot \ell_{eA} \alpha \Delta t_A & \quad (\text{II.84})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 H_1 - \frac{1}{2} (p \ell_1 + N) \operatorname{tg} \beta_{oB} &= \frac{EA_{eB}}{\ell_{eB}} \cdot \frac{\cos^2(\alpha_{oB} - \beta_{oB})}{\cos^2 \beta_{oB}} u_B - \\
 - \frac{EA_{eB}}{\ell_{eB}} \cdot \frac{\cos(\alpha_{oB} - \beta_{oB})}{\cos \beta_{oB}} \cdot \ell_{eB} \alpha \Delta t_B & \quad (\text{II.85})
 \end{aligned}$$

### CAPÍTULO III

#### 1. ANÁLISE DAS EQUAÇÕES E EXEMPLOS

Todos os sistemas encontrados no item 3 do capítulo anterior podem ser reduzidos a uma única equação.

Seja, por exemplo, o caso particular do item 3.2:

$$H_1^3 + E_C A_C \left( \frac{S_0 - \ell_1}{\ell_1} \right) H_1^2 + \left( \frac{P^2 \ell_1^2}{12} + \frac{N^2}{4} + \frac{P \ell_1 N}{4} \right) H_1 - \frac{E_C A_C}{2} \left( \frac{P^2 \ell_1^2}{12} + \frac{N^2}{4} + \frac{P \ell_1 N}{4} \right) = 0 \quad (\text{III.1})$$

$$H_1 - \frac{1}{2} \cdot (P \ell_1 + N) \cdot \text{tg} \beta_{OA} = K_A u_A \quad (\text{III.2})$$

$$H_1 - \frac{1}{2} \cdot (P \ell_1 + N) \cdot \text{tg} \beta_{OB} = K_B u_B \quad (\text{III.3})$$

$$\ell_1 = \ell_0 - (u_A + u_B) \quad (\text{III.4})$$

Tirando de (III.2) e (III.3) os valores de  $u_A$  e  $u_B$  em função de  $H_1$  e substituindo em (III.4) fica-se com

$$\ell_1 = \ell_0 - \left( \frac{1}{K_A} + \frac{1}{K_B} \right) H_1 + \frac{1}{2} (P \ell_1 + N) \left( \frac{1}{K_A} \text{tg} \beta_{OA} + \frac{1}{K_B} \text{tg} \beta_{OB} \right) \quad (\text{III.5})$$

Substituindo-se o valor de  $\ell_1$  dado por (III.5) na (III.1) chega-se a um polinômio do 4º grau em  $H_1$ , que pode ser resolvido por tentativas.

Entretanto, nos casos de simetria geométrica e de carregamento, pode ser mais cômodo trabalhar com o sistema ao invés do polinômio.

De fato, sendo  $k_A = k_B$ ,  $\beta_{0A} = \beta_{0B}$ , tem-se  $u_A = u_B = u$  e o sistema fica

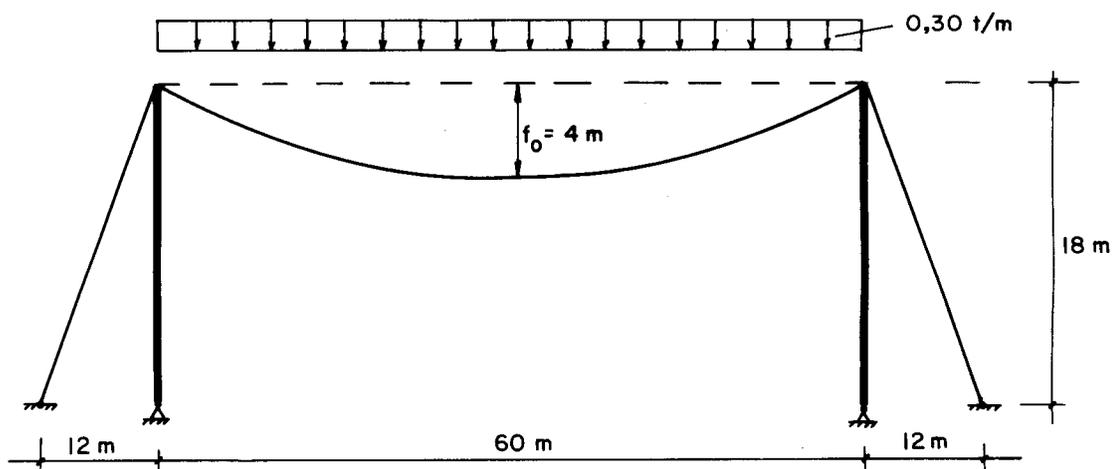
$$H_1^3 + E_C A_C \left( \frac{S_0 - \ell_1}{\ell_1} \right) H_1^2 + \left( \frac{p^2 \ell_1^2}{12} + \frac{N^2}{4} + \frac{p \ell_1 N}{4} \right) H_1 - \frac{E_C A_C}{2} \left( \frac{p^2 \ell_1^2}{12} + \frac{N^2}{4} + \frac{p \ell_1 N}{4} \right) = 0 \quad (\text{III.6})$$

$$H_1 = \frac{1}{2} \cdot (p \ell_1 + N) \cdot \text{tg} \beta_0 + ku \quad (\text{III.7})$$

que também pode ser resolvido por tentativas: arbitrado um certo valor para  $u$ , tira-se de (III.7) o valor de  $H_1$  que substituído em (III.6) deverá anular o polinômio quando o valor de  $u$  for o correto.

Para conseguir mais rapidamente a solução, é necessário que os valores da primeira tentativa não fujam muito dos valores finais. Para isso, pode-se lançar mão de simplificações que levam a resultados bem próximos dos "reais", o que será mostrado através de exemplos.

Exemplo 1: Seja o esquema estático da figura abaixo onde se procuram os valores característicos da posição final do conjunto.

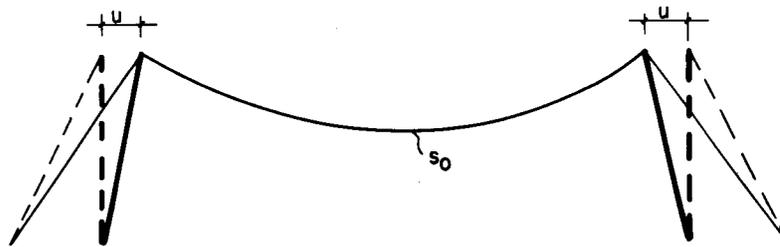


Dados:

coeficiente de segurança :  $\nu = 2,0$   
tensão de ruptura :  $\sigma_{rup} = 20,0t/cm^2$   
módulo de elasticidade :  $E = 1200t/cm^2$   
área da seção transver -  
sal do cabo :  $A_c = 3,37cm^2$   
área da seção transver -  
sal da espia :  $A_e = 6,08cm^2$

Solução:

a) efeito do deslocamento dos arranques, com o cabo consi-  
derado inextensível



$$H_0 = \frac{p \ell_0^2}{8f_0} = \frac{0,3 \times 60^2}{8 \times 4} = 33,8t$$

$$s_0 = \ell_0 \left(1 + \frac{p^2 \ell_0^2}{24H_0^2}\right) = 60 \left(1 + \frac{0,3^2 \times 60^2}{24 \times 33,8^2}\right) = 60,7m$$

$$F_0 = H_0 / \cos \alpha_0 = 33,8 / 0,554 = 60,8t$$

$$\Delta \ell_0 = \frac{F_0 \ell_e}{EA_e} = \frac{60,8 \times 21,633}{1200 \times 6,08} = 0,18m$$

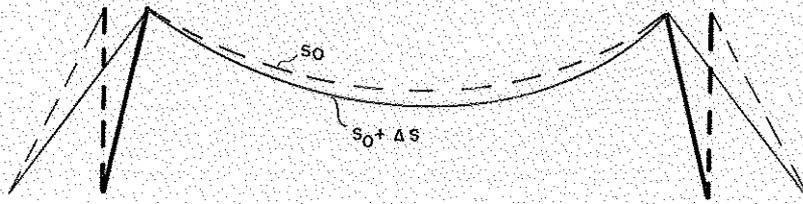
$$u_0 = \Delta \ell_0 / \cos \alpha_0 = 0,18 / 0,554 = 0,32m$$

$$\ell_1 = \ell_0 - 2u_0 = 60,00 - 2 \times 0,32 = 59,36m$$

$$s_0 = \ell_1 \left(1 + \frac{p^2 \ell_1^2}{24H_1^2}\right) = 59,36 \left(1 + \frac{0,3^2 \times 59,36^2}{24 \times H_1^2}\right) \rightarrow H_1 = 24,2 \text{ t}$$

$$f_1 = \frac{p \ell_1^2}{8H_1} = \frac{0,3 \times 59,36^2}{8 \times 24,2} = 5,46 \text{ m}$$

b) efeito da deformabilidade do cabo, considerando os arranques fixos nas posições A' e B'



$$\Delta s = \frac{H_1 s_0}{EA_c} = \frac{24,2 \times 60,7}{1200 \times 3,37} = 0,36 \text{ m}$$

$$s_2 = s_0 + \Delta s = 60,7 + 0,36 = 61,06 \text{ m}$$

$$s_2 = \ell_1 \left(1 + \frac{p^2 \ell_1^2}{24H_2^2}\right) = 59,36 \left(1 + \frac{0,3^2 \times 59,36^2}{24 \times H_2^2}\right) \rightarrow H_2 = 21,5 \text{ t}$$

$$f_2 = \frac{p \ell_1^2}{8H_2} = \frac{0,3 \times 59,36^2}{8 \times 21,5} = 6,15 \text{ m}$$

c) valor de u correspondente a  $H_2 = 21,5 \text{ t}$

$$F_2 = H_2 / \cos \alpha_0 = 21,5 / 0,554 = 38,7 \text{ t}$$

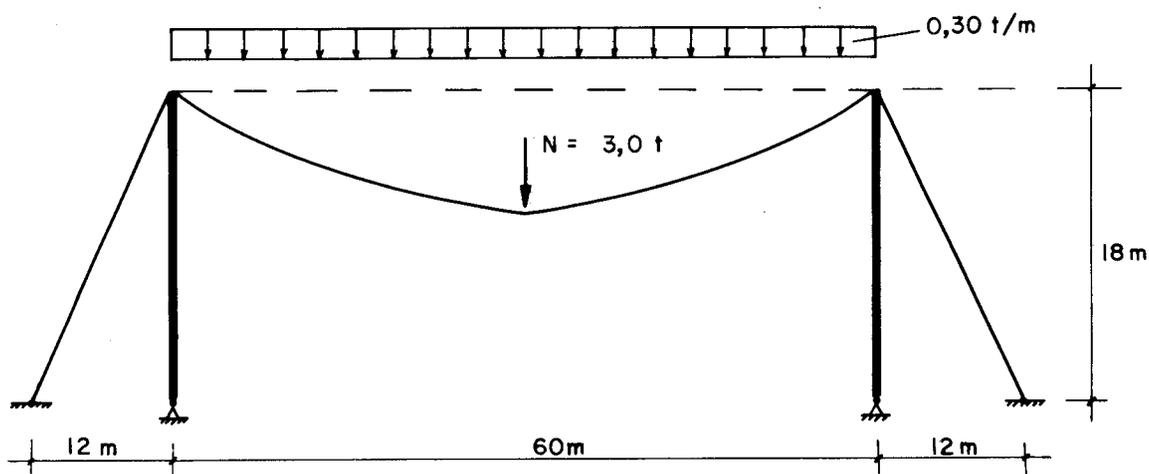
$$\Delta \ell_2 = \frac{F_2 \ell_e}{EA_e} = \frac{38,7 \times 21,633}{1200 \times 6,08} = 0,11 \text{ m}$$

$$u_2 = \Delta \ell_2 / \cos \alpha_0 = 0,11 / 0,554 = 0,20 \text{ m}$$

Tomando como valor inicial de  $u$  o valor dado em c), com poucas tentativas chega-se aos valores finais "corretos" de  $u$  e  $H$ :

$$u = 0,22\text{m} \quad \text{e} \quad H = 22,92\text{t}$$

Exemplo 2: Resolver o mesmo problema anterior, acrescentando uma carga de  $3,0\text{t}$  no meio do vão

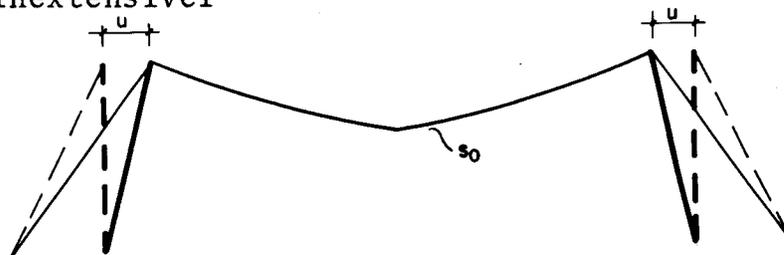


Dados:

- coeficiente de segurança :  $\nu = 2,0$
- tensão de ruptura :  $\sigma_{rup} = 20,0\text{t/cm}^2$
- módulo de elasticidade :  $E = 1200\text{t/cm}^2$
- área da seção transver -  
sal do cabo :  $A_c = 4,25\text{cm}^2$
- área da seção transver -  
sal da espia :  $A_e = 7,66\text{cm}^2$

Solução:

a) efeito do deslocamento dos arranques, com o cabo considerado inextensível



$$H_0 = \frac{p\ell_0^2}{8f_0} = 33,8t$$

$$s_0 = \ell_0 \left(1 + \frac{p^2\ell_0^2}{24H_0^2}\right) = 60,7m$$

$$H_0^* = H_0 \sqrt{1 + \frac{3N}{p\ell_0} + 3\left(\frac{N}{p\ell_0}\right)^2} = 42,5t$$

$$F_0^* = H_0^* / \cos\alpha_0 = 76,6t$$

$$\Delta\ell = \frac{F_0^* \ell_e}{EA_e} = 0,18m$$

$$u = 0,32m$$

$$\ell_1 = 59,36m$$

Da expressão (II.29) tira-se o valor de  $H_1^*$

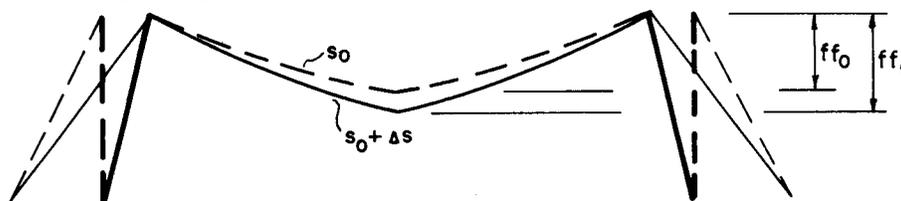
$$s_0^* = \ell_1 + \frac{p^2\ell_1^3}{24H_1^{*2}} + \frac{pN\ell_1^2}{8H_1^{*2}} + \frac{N^2\ell_1}{8H_1^{*2}}$$

$$H_1^* = 30,5t$$

Da expressão (II.26.b) tira-se o valor de  $ff_1$

$$ff_1 = \frac{1}{H_1^*} \left(\frac{p\ell_1^2}{8} + \frac{N\ell_1}{4}\right) = 5,79m$$

b) efeito da deformabilidade do cabo, considerando os arranques fixos nas posições A' e B'



$$\Delta s = \frac{H_1^* s_0}{EA_C} = 0,36m$$

$$s_2 = s_0 + \Delta s = 61,06m$$

$$s_2^* = \ell_1 + \frac{p^2 \ell_1^3}{24H_2^{*2}} + \frac{pN\ell_1^2}{8H_2^{*2}} + \frac{N^2 \ell_1}{8H_2^{*2}}$$

$$H_2^* = 27,1t$$

$$ff_2 = 6,52m$$

c) valor de u correspondente ao valor  $H_2 = 27,1t$

$$u = 20,8cm$$

d) valores obtidos com a resolução do sistema

$$H = 28,9t \quad u = 22cm$$

Comparando os dois resultados – a solução aproximada e a solução "real" – constata-se que para fins práticos a solução aproximada é suficiente. Esse resultado era de se esperar, pois para cabos abatidos ( $f_0/\ell_0$  da ordem de 1/10) os valores de  $\Delta s$  obtidos com a expressão

$$\Delta s = \int (T/EA) ds$$

e com a expressão

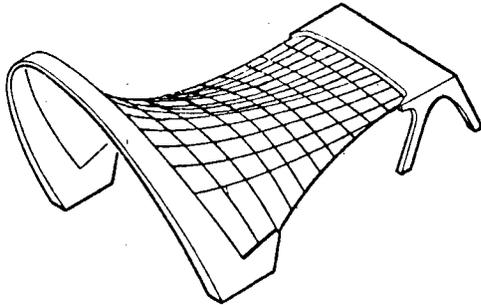
$$\Delta s = (H/EA)s$$

não apresentam diferenças numéricas apreciáveis.

A vantagem de se utilizarem os sistemas na forma em que foram apresentados é a sistematização nas aplica -

ções, mesmo para carregamentos mais complicados ou assimetrias geométricas. Além disso, uma eventual programação para computadores pode tornar-se mais simples, pois estão envolvidas apenas expressões algébricas.

Por outro lado, a determinação "precisa" das deformações nos cabos pode ser importante em várias situações. Seja por exemplo a cobertura protendida com dupla curvatura reversa esquematizada na figura abaixo.



Os cabos tensores, depois de estirados, são fixados aos cabos de contorno que ficam solicitados pelo conjunto de cargas de protensão e, naturalmente, irão sofrer deformações que se refletem numa diminuição da protensão dada aos cabos tensores.

É claro que numa situação como essa, a determinação precisa do alongamento nos cabos do contorno e, conseqüentemente, do encurtamento dos cabos tensores, assume capital importância na avaliação da protensão.

Também o dimensionamento do curso para esticadores (ver fig.I.39-b, det.1) constitui exemplo da necesidade de se conhecer, com boa aproximação, as variações de comprimento para os cabos e espias.

## 2. INFLUÊNCIA DOS PARÂMETROS QUE FIGURAM NO PROBLEMA ESTÁTICO

Em face do número de variáveis envolvidas em cada um dos sistemas, e da estreita interdependência entre elas, torna-se difícil a apreciação imediata da influência que cada uma tem sobre o conjunto.

Procurar-se-á, através de quadros comparativos, analisar o comportamento do conjunto quando um ou mais parâmetros permanecem inalterados.

Com relação aos dados iniciais que encimam os quadros, o critério utilizado foi o seguinte:

1) As "tensões iniciais" para os cabos e espias serão iguais em cada problema

$$\sigma_0 = \sigma_{rup}/\nu$$

2) As áreas das seções transversais para os cabos e espias serão fixadas a partir das "forças iniciais" correspondentes

$$A_c = H_0/\sigma_0$$

$$A_e = F_0/\sigma_0$$

3) A posição relativa pilar-espia, caracterizada pelas grandezas a e b, guardará a seguinte relação

$$a + b = \ell_0/5$$

4) A posição vertical dos extremos do cabo deverá obedecer à relação

$$h = \ell_0/5 + f_0$$

5) Todos os resultados serão referidos a uma carga base e a um vão base

carga base = 300kg/m

vão base = 60m

6) Os cabos e as espigas terão um dos dois módulos de elasticidade abaixo

$E = 2000t/cm^2$  (fios paralelos)

$E = 1200t/cm^2$  (fios torcidos)

Vale dizer ainda que os resultados dos quadros se referem a um esquema estático como o da fig.(II.12), onde se admite simetria geométrica e de carregamento.

QUADRO I - Influência da relação flecha/vão inicial

$l_0 = 60m$

$a = 12m$

$p = 0,30t/m$

$b = 0$

$\sigma_{rup} = 20t/cm^2$

$h = 18m$

$v = 2$

$E = 1200t/cm^2$

$\frac{f_0}{l_0}$	$A_C$ ( $cm^2$ )	$A_E$ ( $cm^2$ )	$f_0$ (m)	$f_1$ (m)	$H_0$ (t)	$H_1$ (t)	$F_0$ (t)	$F_1$ (t)	$\frac{\sigma_{c1}}{\sigma_{c0}} = \frac{\sigma_{e1}}{\sigma_{e0}}$	$u$ (cm)
1/10	2,25	4,05	6,000	7,516	22,5	17,7	40,5	31,8	0,785	25,5
1/11	2,47	4,45	5,454	7,044	24,7	18,8	44,5	34,0	0,761	24,7
1/12	2,70	4,87	5,000	6,653	27,0	20,0	48,7	36,0	0,740	24,0
1/13	2,93	5,28	4,615	6,324	29,3	21,0	52,8	37,9	0,718	23,3
1/14	3,15	5,68	4,285	6,044	31,5	22,0	56,8	39,6	0,699	22,6
1/15	3,37	6,08	4,000	5,801	33,7	22,9	60,8	41,3	0,679	22,0
1/16	3,60	6,49	3,750	5,589	36,0	23,8	64,9	42,9	0,662	21,4
1/17	3,83	6,90	3,529	5,402	38,3	24,6	69,0	44,4	0,645	20,9
1/18	4,05	7,30	3,333	5,235	40,5	25,4	73,0	45,8	0,628	20,4
1/19	4,27	7,70	3,157	5,086	42,7	26,2	77,0	47,2	0,613	19,9
1/20	4,50	8,11	3,000	4,951	45,0	26,9	81,1	48,5	0,598	19,4

Um primeiro comentário sobre o quadro acima é a respeito das tensões finais. Para  $f_0/\ell_0 = 1/10$  a tensão final no cabo será

$$\sigma_{cf} = 7,85t/cm^2$$

Isso significa que o coeficiente de segurança na posição final fica sendo

$$v = \frac{\sigma_{rup}}{\sigma_c} = 2,55$$

Quando  $f_0/\ell_0 = 1/20$ , tem-se  $\sigma_{cf} = 5,98t/cm$ . Nesse caso, o coeficiente de segurança real será

$$v = \frac{\sigma_{rup}}{\sigma_{cf}} = 3,34$$

Percebe-se então, que, embora as "tensões iniciais" sejam as mesmas nos dois casos, a tensão final pode variar sensivelmente. Significa que o coeficiente de segurança para relações flecha/vão pequenas deverá ser menor, para que na posição final se tenha um coeficiente real mais próximo do fixado inicialmente.

Esse fato pode ser explicado da seguinte maneira: quanto maior a relação  $f_0/\ell_0$  inicial, menor será a deformação no cabo (note-se que  $\Delta f = f_1 - f_0$  cresce à medida que  $f_0/\ell_0$  diminui), de tal modo que a força final no cabo ( $H_1$ ) difere pouco da inicial ( $H_0$ ).

É importante notar também que, como se havia comentado, os deslocamentos nos arranques podem atingir valores consideráveis. A influência desses deslocamentos no valor da flecha final pode ser melhor observada nos dados do quadro IV.

QUADRO II - Influência da posição relativa pi - lar-espia

$$\begin{aligned} \ell_0 &= 60\text{m} & f_0/\ell_0 &= 1/10 \\ p &= 0,30\text{t/m} & h &= 18\text{m} \\ \sigma_{\text{rup}} &= 20\text{t/cm}^2 & E &= 1200\text{t/cm}^2 \\ \nu &= 2,0 \end{aligned}$$

a (m)	b (m)	$A_c$ (cm <sup>2</sup> )	$A_e$ (cm <sup>2</sup> )	$f_0$ (m)	$f_1$ (m)	$H_0$ (t)	$H_1$ (t)	$F_0$ (t)	$F_1$ (t)	$\frac{\sigma_{c_1}}{\sigma_{c_0}} = \frac{\sigma_{e_1}}{\sigma_{e_0}}$	u (cm)
12,0	0,0	2,25	4,05	6,000	7,516	22,5	17,7	40,5	31,8	0,785	25,5
10,0	2,0	2,25	3,68	6,000	7,451	22,5	17,8	36,8	29,2	0,794	23,0
8,0	4,0	2,25	3,36	6,000	7,399	22,5	18,0	33,6	26,9	0,800	21,0
6,0	6,0	2,25	3,08	6,000	7,356	22,5	18,1	30,8	24,8	0,806	19,4
4,0	8,0	2,25	2,84	6,000	7,323	22,5	18,2	28,4	23,0	0,811	18,1
2,0	10,0	2,25	2,64	6,000	7,300	22,5	18,3	26,4	21,5	0,814	17,3
0,0	12,0	2,25	2,28	6,000	7,256	22,5	18,4	22,8	18,7	0,822	15,6

O quadro II evidencia o que era de se esperar, ou seja, quanto mais inclinado estiver o pilar, menor será a força na espia pois grande parte do esforço no cabo será absorvido pelo pilar.

Os valores de  $f_1$  sofrem alterações mais por influência de u do que de H, uma vez que este último pouco varia.

Note-se ainda que os valores de u decrescem em correspondência com valores crescentes da tensão final na espia, fato que pode ser interpretado observando a fig.(II.12-b).



O quadro abaixo relaciona os valores de  $f_0$ ,  $ff_0$  e  $ff_1$ , para cargas diferentes (as demais variáveis têm os mesmos valores enunciados no quadro III, com  $f_0/\ell_0 = 1/15$ )

p (t/m)	$A_c$ (cm <sup>2</sup> )	$A_e$ (cm <sup>2</sup> )	$f_0$ (m)	$ff_0$ (m)	$ff_1$ (m)
0,30	3,37	6,08	4,000	6,357	6,52
0,60	6,75	12,16	4,000	6,209	6,37

A primeira vista pode parecer que os resultados do quadro acima são incoerentes, uma vez que tanto  $ff_0$  como  $ff_1$  diminuem enquanto a carga passa de 0,30 para 0,60t/m (mantendo-se, naturalmente, a mesma "tensão inicial" em ambos os casos). Entretanto, analisando a expressão que dá  $ff$  vê-se que quando  $p \rightarrow \infty$  (para um valor finito de N) tem-se  $ff \rightarrow f$ .

Raciocinando com extremos: suponha-se um cabo com peso próprio de 1000kg/m suportando uma carga concentrada, no meio do vão, igual a 1,0kg. É claro que nesse caso a carga concentrada praticamente não afeta o valor da flecha. Considere-se agora um outro cabo (barbante), em idênticas condições geométricas, com peso próprio de 0,01kg/m e suportando a mesma carga de 1,0kg. O resultado é evidente.

QUADRO IV - Comparação entre as posições finais para arranques fixos e arranques deslocáveis

$$\begin{aligned} \ell_0 &= 60\text{m} & E &= 1200\text{t/cm}^2 \\ p &= 0,30\text{t/m} & f_0/\ell_0 &= 1/10 \\ \sigma_{\text{rup}} &= 20\text{t/cm}^2 \\ \nu &= 2 \end{aligned}$$

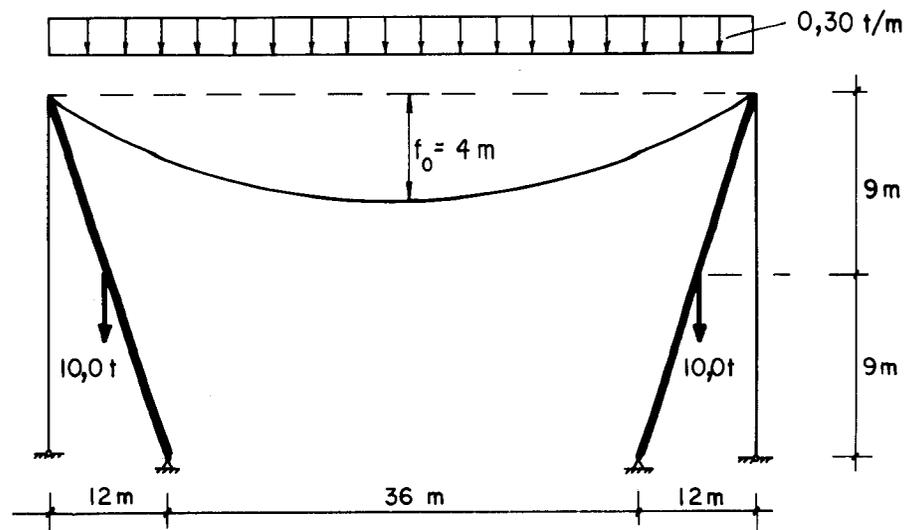
$f_0$ (m)	$A_c$ ( $\text{cm}^2$ )	$A_e$ ( $\text{cm}^2$ )	$f_1$ (m)	$H_1$ (t)	$u$ (cm)	
6,000	2,25	0,00	6,825	19,78	0,0	
6,000	2,25	4,05	7,516	17,65	25,5	

A comparação acima é útil para mostrar o efeito do deslocamento dos arranques sobre a flecha final. No caso, esse efeito se traduziu num acréscimo de 70 centímetros na flecha.

Omitem-se os quadros relativos a influência do coeficiente de segurança e do módulo de elasticidade, por serem de compreensão imediata.

A influência da variação de temperatura e de cargas adicionais aplicadas nos pilares, será mostrada através de exemplos.

Exemplo 3: Determinar os valores finais do deslocamento nos arranques e da componente horizontal da força no cabo, para o esquema da figura acima.



Dados

$$v = 2,0$$

$$\sigma_{rup} = 20,0 \text{ t/cm}^2$$

$$E = 1200 \text{ t/cm}^2$$

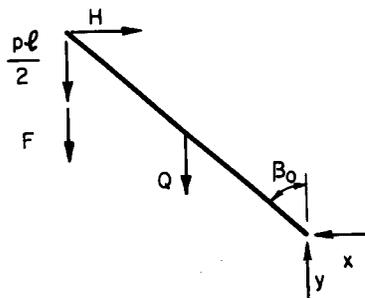
Solução: A fim de poder avaliar a influência da carga que atua no pilar, serão levados simultaneamente dois casos – um com a ação de uma carga  $Q = 10,0 \text{ t}$  e outro onde  $Q = 0$ .

De exemplo 1 tem-se

$$H_0 = 33,8 \text{ t}$$

$$s_0 = 60,7 \text{ m}$$

Para o cálculo de  $F_0$  basta isolar o pilar



Q = 10,0t

$A_c = 3,37\text{cm}^2$   
 $A_e = 4,17\text{cm}^2$   
 $F_0 = 36,7\text{t}$   
 $\Delta l_0 = 13,2\text{cm}$   
 $u_0 = \Delta l / \text{tg}\beta_0 = 19,8\text{cm}$   
 $l_1 = 59,60\text{m}$   
 $f_1 = 4,96\text{m}$   
 $H_1 = 26,8\text{t}$   
 $\Delta s = 40,3\text{cm}$   
 $s_2 = 61,10\text{m}$   
 $f_2 = 5,79\text{m}$   
 $H_2 = 23,0\text{t}$   
 $F_2 = 20,5\text{t}$   
 $\Delta l_2 = 6,53\text{cm}$   
 $u_2 = 9,8\text{cm}$   
 $f_3 = 5,37\text{m}$

Q = 0

$A_c = 3,37\text{cm}^2$   
 $A_e = 4,17\text{cm}^2$   
 $F_0 = 41,7\text{t}$   
 $\Delta l_0 = 15\text{cm}$   
 $u_0 = 22,5\text{cm}$   
 $l_1 = 59,55\text{m}$   
 $f_1 = 5,07\text{m}$   
 $H_1 = 26,2\text{t}$   
 $\Delta s = 39,0\text{cm}$   
 $s_2 = 61,09\text{m}$   
 $f_2 = 5,86\text{m}$   
 $H_2 = 22,7\text{t}$   
 $F_2 = 25,1\text{t}$   
 $\Delta l_2 = 9,0$   
 $u_2 = 13,5\text{cm}$   
 $f_3 = 5,52\text{m}$

A presença da carga  $Q = 10,0\text{t}$  afeta diretamente a força nas espigas, diminuindo o alongamento das mesmas. Como consequência a componente  $u$  também diminui, resultando uma flecha menor.

Exemplo 4: Resolver o mesmo problema do exemplo(1), acrescentando o efeito de variação de temperatura.

	$\Delta t$	$f_0$	$A_c$	$A_e$	$f_1$	$H_1$	$F_1$	$u$
	$^{\circ}\text{C}$	(m)	$\text{cm}^2$	$\text{cm}^2$	(m)	(t)	(t)	(cm)
EXEMPLO 1	0	4,000	3,37	6,08	5,801	22,92	41,32	22,0
EXEMPLO 4	40	4,000	3,37	6,08	5,810	22,88	41,26	22,2
EXEMPLO 4	-40	4,000	3,37	6,08	5,791	22,96	41,40	21,9

Como se vê, mesmo para valores altos da variação de temperatura, os resultados do exemplo(1) são pouco afetados.

### 3. CONSIDERAÇÕES DE PROJETO

Depois de se ter ideia sôbre o comportamento das diversas variáveis, torna-se oportuno fazer alguns comentários sobre possíveis variantes na eleição das incógnitas, e conseqüentemente, das variáveis a serem inicialmente fixadas.

Todos os sistemas do ítem 3 (capítulo II) foram montados tendo como incógnitas base  $H$  e  $u$ , admitindo-se fixadas as demais variáveis. Pode-se entretanto eleger diferentes conjuntos como incógnitas base, em função dos dados iniciais do problema em foco.

Considere-se então o esquema da fig.(III.1), onde se vê uma área útil a ser coberta respeitando uma altura útil. Se não existirem imposições arquitetônicas, qualquer um dos três esquemas estáticos poderá ser adotado. Resta saber qual deles.

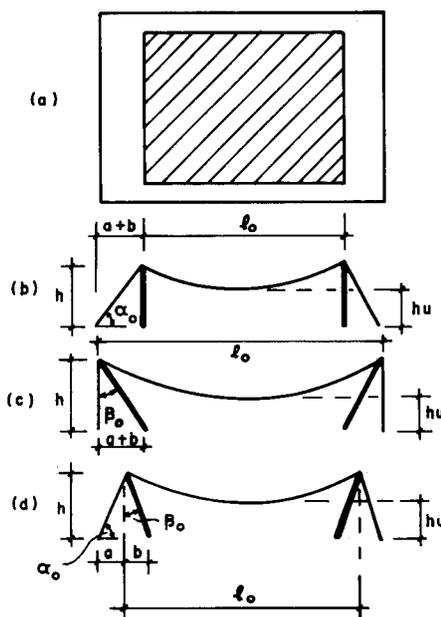


Fig. III.1

As grandezas que entram em jogo no problema estático proposto são:  $u$ ,  $F$ ,  $H$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $h$ ,  $A_c$ ,  $A_e$ ,  $f$ ,  $\ell$ ,  $s$  e  $p$ .

Como existe simetria o sistema correspondente será aquele formado pelas equações (III.6) e (III.7), que deve ser satisfeito para qualquer par de incógnitas.

Sejam, por exemplo,  $p$  e  $u$  as incógnitas eleitas. Elegar  $p$  como incógnita significa, indiretamente, procurar o espaçamento entre pilares quando se tem definidas as cargas da cobertura por unidade de área em projeção horizontal.

Agora é necessário fixar as demais variáveis:

a) estabelece-se um critério para a adoção da "tensão inicial" levando em conta os resultados do Quadro I.

b) A partir daí fixam-se as grandezas  $A_c$  e  $A_e$ .

c) O valor de  $H_1$  pode ser estabelecido através de  $F_1$ , o qual fica determinado quando se dispõe de um estudo prévio que forneça as limitações de  $F_1$  para os tipos de fundação selecionados.

d) A variável  $h$  será fixada em função da relação  $f_0/\ell_0$  inicial, e do valor  $h_u$  estabelecido, levando em conta que o valor final  $f_1$  pode diferir sensivelmente do valor inicial, como mostram os dados do Quadro I.

e) Com esses dados determinam-se os valores de  $u$  e  $p$  para um número suficiente de variantes relativas às grandezas  $a$  e  $b$ , de tal modo que a escolha possa ser melhor guiada. Vale dizer ainda que se deve tomar um certo cuidado na fixação do valor  $(a+b)$ , pois a força na espia aumenta muito à medida que se reduz aquele valor.

A fim de comprovar esse fato, relacionam-se a seguir dados relativos ao QUADRO II adotando-se agora  $(a+b = \ell_0/12)$  ao invés de  $(a+b = \ell_0/5)$ .

a (m)	b (m)	h (m)	A <sub>c</sub> (cm <sup>2</sup> )	A <sub>e</sub> (cm <sup>2</sup> )	f <sub>0</sub> (m)	f (m)	H <sub>1</sub> (t)	$\frac{\sigma_{c1}}{\sigma_{c0}}$	F <sub>1</sub> (t)	u (cm)
5,0	0,0	18,00	2,24	8,40	6,000	7,960	16,47	0,732	61,56	42,9
4,0	1,0	18,00	2,24	8,11	6,000	7,930	16,55	0,735	59,22	41,6
3,0	2,0	18,00	2,24	7,84	6,000	7,905	16,61	0,738	57,04	40,6
2,0	3,0	18,00	2,24	7,60	6,000	7,884	16,66	0,741	55,01	39,8
1,0	4,0	18,00	2,24	7,39	6,000	7,869	16,70	0,743	53,12	39,2
0,0	5,0	18,00	2,24	6,00	6,000	7,718	17,10	0,760	43,96	33,2

Comparando os dados do quadro acima com aqueles do Quadro II percebe-se a influência do fator (a+b). Embora a força H<sub>1</sub> varie pouco, os valores de F<sub>1</sub> e u podem atingir o dobro dos valores correspondentes no Quadro II, e a variação de flecha chega a quase 50cm.

Em todo caso, os resultados obtidos em e) possibilitam a seleção das grandezas a e b que mais se aproximam da solução desejada. Como o volume total de forças a ancorar – para um determinado conjunto de valores a, b, h e cargas da cobertura – é constante, torna-se agora mais simples um estudo detalhado do espaçamento entre pilares com vistas à otimização.

A análise de outros conjuntos de incógnitas poderia agora perder-se em repetições. Além disso, os comentários anteriores têm mais um caráter de exemplo, do que propriamente de análise.

#### 4. OBSERVAÇÕES FINAIS

Nas considerações do primeiro capítulo, mesmo sem entrar em muitos detalhes sobre todos os tipos de coberturas pênseis, as coberturas cilíndricas não protendidas já aparecem com várias limitações.

Procurar-se-á agora, ainda que numa abordagem rápida e superficial, levantar alguns dos pontos positivos e

negativos das coberturas cilíndricas não protendidas, quando comparadas às coberturas protendidas.

A protensão nas coberturas pênseis torna-se importante quando se procura:

- boa rigidez a carregamentos ocasionais não simétricos e evitar inversão de curvatura, utilizando apenas materiais "leves" para a vedação.
- conferir à cobertura um sistema eficaz de amortecimento das oscilações provenientes da ação dinâmica do vento.

Quando não se emprega protensão, a prática corrente tem sido a utilização de materiais pesados para os elementos de vedação como maneira de melhorar o comportamento da cobertura frente a carregamentos ocasionais não simétricos e solicitações dinâmicas por ação de vento, bem como evitar inversão de curvatura.

Poder-se-ia ainda lançar mão de vigas com apreciável rigidez (fig.III.2), como sugere Siegel<sup>(119)</sup>. A figura mostra que as vigas conferem razoável rigidez à cobertura, sem contudo resolver o problema para carregamentos como o do esquema (c).

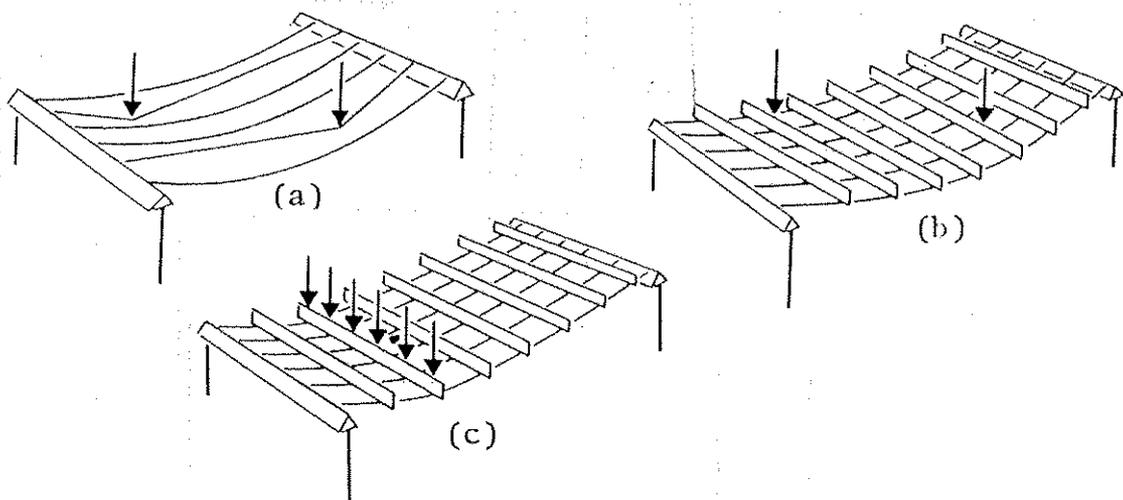


Fig. III.2

De qualquer modo, ambos os processos (a utilização de materiais pesados para a vedação, ou de vigas rígidas) concorrem para a limitação dos vãos econômicos a vencer, além de violentar uma das características principais das coberturas pênseis, que é a leveza.

O esquema (c) da fig.(III.2) pode ganhar aumento significativo de rigidez, espiando-se as vigas como na fig.(III.3). Evidentemente não teria sentido deixar frouxas as espigas. Quando estas são ancoradas no solo com determinada tensão inicial, parte dessa tensão será transmitida aos cabos através das vigas, protendendo-os.

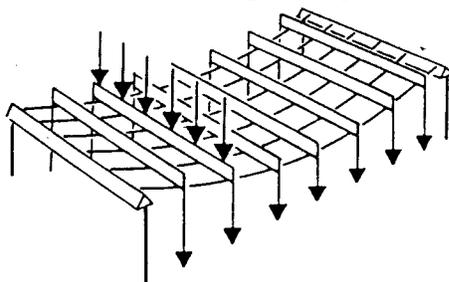


Fig.III.3

O caminho das cargas na fig.(III.3) sugere uma mudança de forma na cobertura, que pode resultar em alterações de extrema importância tanto em termos de plástica, como em termos de comportamento global da estrutura.

É o caso da estrutura esquematizada na figura (III.4), onde a cobertura apresenta dupla curvatura reversa, possibilitando a substituição das vigas rígidas por cabos.

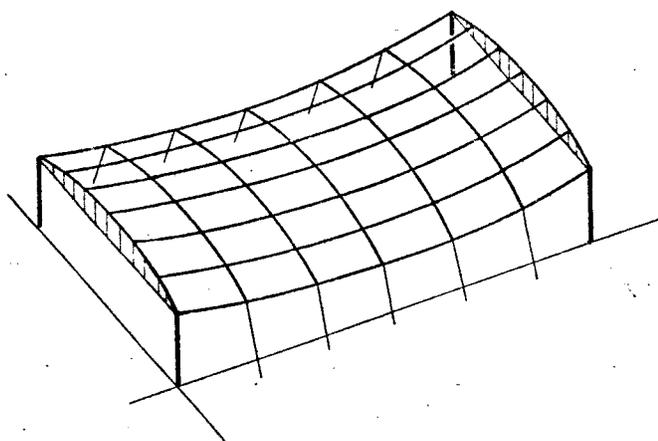


Fig.III.4

Essa nova composição, associando de maneira tão estreita a forma e os elementos resistentes, vem proporcionando enormes vantagens às coberturas pênseis protendidas, quando comparadas às não protendidas. De fato, no que se refere aos aspectos arquitetônicos, principalmente a forma, as possibilidades das coberturas protendidas — especialmente aquelas derivadas de parabolóides hiperbólicos, conóides, hiperbolóides de revolução, etc. — são largamente superiores às das não protendidas, que estão preponderantemente ligadas a plantas retangulares. O fato de as coberturas não protendidas estarem preponderantemente ligadas a plantas retangulares não deve ser encarado como desvantagem, pois mesmo na arquitetura moderna, o retângulo continua sendo uma forma que apresenta especial importância do ponto de vista organizatório.

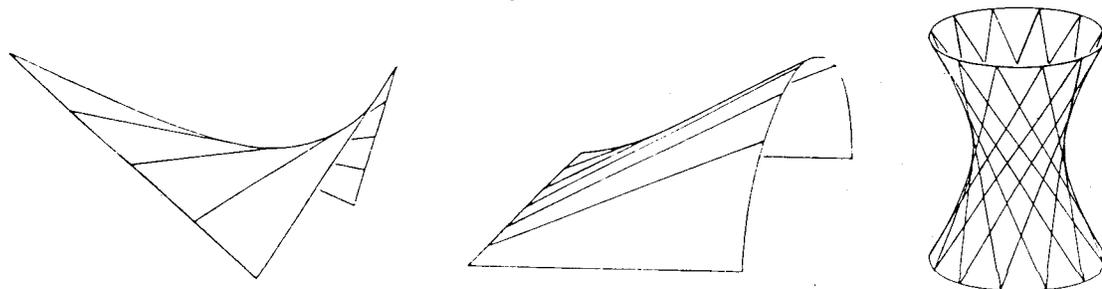


Fig.III.5

No que diz respeito ao princípio estrutural, apresenta-se em seguida, esquemas que procuram evidenciar certas diferenças básicas de comportamento entre as coberturas pênseis protendidas e as não protendidas cilíndricas.

Nos esquemas da fig.(III.6), as cargas passam dos cabos para o contorno, e deste para a fundação, com os elementos trabalhando praticamente com solicitações puras (só tração, só compressão). Ainda, a escolha cuidadosa do contorno pode conduzir até à não necessidade de elementos de sustentação para o conjunto contorno-cabos, pelo menos para carregamentos simétricos. É o caso, por exemplo, da fig.(III.6-b).

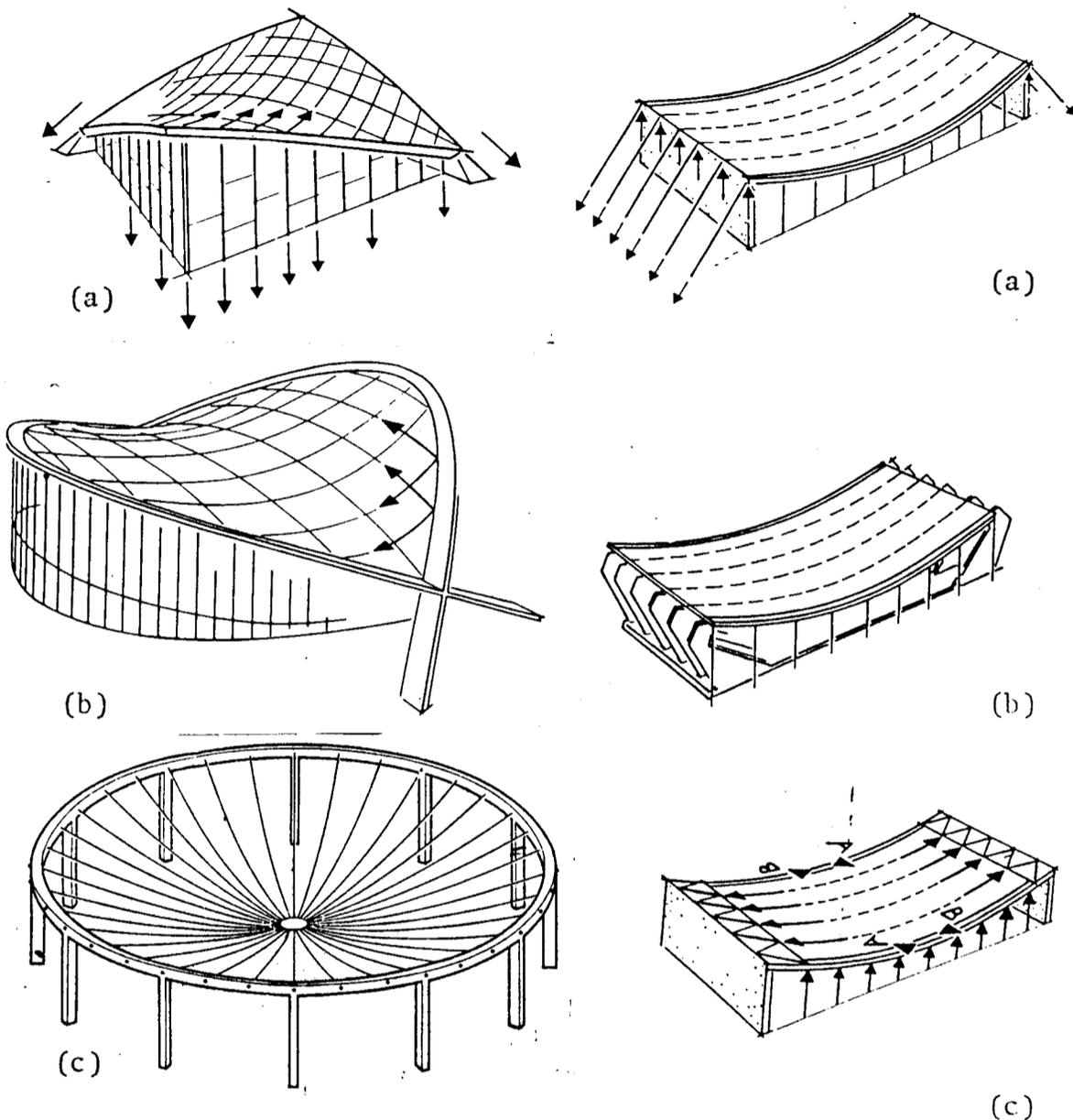


Fig.III.6

Fig.III.7

Na estrutura da fig.(III.6-c) os pilares recebem apenas as cargas verticais da cobertura, pois os expuxos horizontais são auto-equilibrados.

Observando os esquemas da fig.(III.7), percebe-se:

- fig.(III.7-a): as cargas passam dos cabos para os conjuntos pilar-espia, repartindo-se em tração e compressão no solo. Na opinião de Siegel<sup>(119)</sup> esse caminho das cargas caracteriza mais um comportamento de ponte pênsil, do que propriamente de cobertura pênsil.

- fig.(III.7-b): as cargas são transmitidas ao solo por verdadeiros contrafortes, em virtude dos elevados esforços de flexão e cisalhamento.

- fig.(III.7-c): os empuxos dos cabos são recebidos pelas treliças que por sua vez transmitem as resultantes aos pilares de canto, que se apoiam em arcos invertidos apoiados nas paredes laterais. Enfim, o caminho das cargas não é de simples visualização como nos esquemas da fig.(III.6), justamente por ser o princípio estrutural mais complicado.

Um outro ponto importante a ser ressaltado nessa comparação é a estanqueidade. A rigidez oferecida pela protensão favorece a execução de vedação mais eficiente, enquanto que nas coberturas cilíndricas não protendidas, a vedação torna-se mais complicada em face da probabilidade maior de oscilações fortes.

Por outro lado, existem outros aspectos onde as coberturas cilíndricas não protendidas podem ser exploradas com vantagens:

a) Em obras de caráter urgente, a rapidez na montagem e a relativa facilidade de cálculo podem influir decisivamente a favor desse tipo de cobertura. Mesmo sem o fator urgência, a redução no tempo de execução quase sempre resulta em economia.

b) A simplicidade de execução, resultando na não necessidade de mão de obra especializada, é também um fator econômico positivo.

c) Embora não exista ainda um estudo pormenorizado das possibilidades econômicas das coberturas em foco, é de se esperar que esse tipo de cobertura possa competir com outras estruturas pelo menos para vãos compreendidos entre 40 e 80 metros.

Para vãos menores que 40 metros, uma das principais vantagens das coberturas pênseis – a não necessidade do cembre convencional – fica prejudicada, pois para vãos desse porte existem outras estruturas que também dispensam cembre: as estruturas em arco, as vigas protendidas pré-moldadas, as treliças metálicas, etc.

Para vãos da ordem de uma centena de metros, o problema da ancoragem dos esforços de tração pode se tornar crítico. Além disso, o aumento do vão é em geral acompanhado de um aumento na altura do edifício, com consequente agravamento da influência do vento.

d) As coberturas cilíndricas permitem expansão, tanto longitudinal como transversalmente.



Certamente haverá uma série de outros pontos onde as coberturas pênseis cilíndricas não protendidas precisam ser analisadas dos pontos de vista de possibilidades e limitações. Com o objetivo de sugerir pesquisas futuras, pode-se relacionar:

- estudo das possibilidades econômicas quando comparadas com outros tipos de estruturas, com vistas à limitação objetiva dos vãos máximos e mínimos.

- estudo do comportamento dinâmico em túneis de vento para examinar definitivamente a questão do enrijecimento por elementos de vedação pesados.

- estudo das possibilidades das "tiras protendidas" (fig.I.31) como meio de diminuir o número de juntas e

simplificar a montagem. Como foi comentado anteriormente, a utilização de placas pré-moldadas como elementos de vedação apresenta o inconveniente do grande número de juntas que dificulta e encarece a estanqueidade. A utilização das "tiras protendidas" pode reduzir bastante esse problema, e sua eliminação completa pode ser conseguida com a protensão transversal das "tiras".

- estudo do dimensionamento das traves de rigidez (vigas sobre apoios elásticos).

- estudo das possibilidades de se empregar argamassa rica em cimento, protendida, como proteção dos cabos. Quer dizer, se o cabo for estirado no canteiro, e enquanto ainda estiver com essa deformação imposta, for envolvido por uma camada de argamassa rica em cimento, depois de solto a argamassa ficará protendida, podendo acompanhar a curvatura do cabo sem risco de ocorrerem tensões de tração indesejadas.

Enfim, superadas as limitações tecnológicas ainda existentes para as coberturas cilíndricas não protendidas, ter-se-á ampliado o campo de possibilidades de um tipo de estrutura que já conta com vários pontos positivos.

APÊNDICE I

BIBLIOGRAFIA

Nota: Embora apenas uma pequena parte da bibliografia apresentada tenha sido efetivamente consultada, julgou-se conveniente a inclusão de indicações mais completas a título de contribuição.

BIBLIOGRAFIA

ORDEM ALFABÉTICA POR TÍTULO (das referências sem autor declarado)

- 1 - "Arena Suspension Roof", ARCHITETURAL RECORD, Vol.135, Nº7, Pag.185, Junho de 1964.
- 2 - "Atirantamento em Solo", O DIRIGENTE CONSTRUTOR, Vol.8, Nº9, pp34-42, Julho de 1972.
- 3 - "Cable Roof Structures", Booklet 2318, Bethlehem Steel Corp., Bethlehem, Pa.
- 4 - "Bicycle Wheels", PROGRESSIVE ARCHITECTURE, Fevereiro/1961.
- 5 - "Cable-Suspended Roof Construction State-of-the-Art", JOURNAL OF THE STRUCTURAL DIVISION, ASCE, Vol. 97, Nº ST6, Junho, 1971, pp. 1715-1761.
- 6 - "Cable, Concrete- Pylon Supported Roof", PROGRESSIVE ARCHITECTURE, Vol. 41, Nº 3, Março/1960.
- 7 - "Cables Support Steel Plate Roof", ENGINEERING NEWS RECORD, Vol. 175, Nº 19, Nov. 4, 1965, p. 33.
- 8 - "Cables Support 130 Foot Hangar Roof", ENGINEERING NEWS RECORD, Vol. 157, Nº 26, Dez. 27, 1956, pp. 39-40.
- 9 - "Cable Hung Roof Goes to the Races", ENGINEERING NEWS RECORD, Vol. 161, Nº 10, Setembro 4, 1958, pp. 33-36.
- 10 - "Cable Hung Olympic Roof Spans 300 Feet", ENGINEERING NEWS RECORD, Vol. 163, Nº 5, Julho 30, 1959, pp. 30-34.
- 11 - "Cable Roof of New Health and Physical Education Building at Central Washington College", PROGRESSIVE ARCHITECTURE, 41, pp. 182-3, Março/1960.
- 12 - "Cable Supported Roof Cuts Costs", CIVIL ENGINEERING, Vol. 28, Nº 4, pp. 52-54, Abril/1958.
- 13 - "Cable-Suspended Roof for Yale Hockey Arena", CIVIL ENGINEERING, Vol. 28, Nº 9, pp. 60-63.
- 14 - "Cable-Suspended Roof for San Antonio Assembly Building", CIVIL ENGINEERING, Vol. 30, Nº II, pp. 62-63, Nov./1960.
- 15 - Catálogo da CIMAF - Janeiro de 1968.
- 16 - "Complex Concrete Ring Used for Utica Auditorium", CONSTRUCTION METHODS AND EQUIPMENT, Pag. 96, Maio/1960.
- 17 - "Design of Prestressed Suspension Roofs", (ZERNA), ARCHITECTURAL SCIENCE REVIEW, Vol.2, Nº 2, pp. 97-100, Junho/1959.
- 18 - "New Approach to Roof Tension", ARCHITECTURAL RECORD, Vol. 120, Nº 3, pp. 211-216, Setembro/1956.
- 19 - "Our Two Largest Airports-Dulles International Airport", PROGRESSIVE ARCHITECTURE, Vol. 44, Nº 8, Ago./1963.
- 20 - "Parabolic Cable Roof", ARCHITECTURAL FORUM, Vol. 98, pp. 170-1, Junho/1953, Vol. 98, pp. 170-1, Junho/1953.
- 21 - "Suspended Steel Blanket Roof", ARCHITECTURAL FORUM, Vol. 104, Nº 4, Abril/1956, p. 164.
- 22 - "Prestressing Stabilizes Unusual Roof", ENGINEERING NEWS RECORD, Vol. 164, Nº 17, Abril 28, 1960, pp. 36-38.
- 23 - Revista PROJETO E CONSTRUÇÃO - Abril/1972-5.
- 24 - "Savvy Smooths Erection of 427-ft Cable Roof", ENGINEERING NEWS RECORD, pag. 24, Julho/14, 1966.
- 25 - "Sports Complex Features Cable Supported Roof", CIVIL ENGINEERING, Vol. 37, Nº 1, Janeiro/1967.
- 26 - "Steel Cables Suspended 220 Foot Diameter Roof from Concrete Cantilevers", ENGINEERING NEWS RECORD, Vol. 172, Nº 24, Junho 11, 1964, pp. 40-41.
- 27 - "Suspended Catenary Cable Roof in Oklahoma", JOURNAL OF THE AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, Vol. 62, Nº 4, pp.385-402, Abril/1965.
- 28 - "Suspended Steel Blanket Roof", ARCHITECTURAL FORUM, Vol. 104, Nº 4, p. 164, Abril/1956.
- 29 - "Tentative Criteria for Structural Applications of Steel Cables for Buildings", AMERICAN IRON AND STEEL INSTITUTE, New York, N.Y., 1966.
- 30 - "Tokyo Olympic Structures", ENGINEERING NEWS-RECORD, Vol. 171, Nº 4, pp. 40-41, Julho 25, 1963.
- 31 - "TWA Hangar at Philadelphia", ENGINEERING NEWS-RECORD, Pag. 39, Dezembro 27, 1956.
- 32 - "U.S. Pavilion at Brussels", ENGINEERING NEWS-RECORD, Pag. 36, Set. 26, 1957.
- 33 - Vocabulário de Teoria das Estruturas - Associação Brasileira de Cimento Portland - S. Paulo - Brasil - 1967.
- 34 - "Voiles Suspendues par Cables d'Acier pour le Port de Breme", ARCHITECTURE D'AUJOURD'HUI, Nº 32, pp. 84-85, Dezembro/1961.
- 35 - "Voiles Pretendues en Resilles de Cables d'Acier", ARCHITECTURE D'AUJOURD'HUI, Nº 32, pp. 94-95, Dezembro/1961.
- 36 - "Voiles Pretendues par Resilles de Cables en Matière Plastique", ARCHITECTURE D'AUJOURD'HUI, Nº 32, pp. 90-91, Dezembro/ 1961.

ORDEM ALFABÉTICA POR AUTOR

- 37 - Avent. R.R., "Nonlinear Field Analysis of Structural Nets", JOURNAL OF THE STRUCTURAL DIVISION, ASCE, Vol. 95, Nº ST5, Proc. Paper 6556, Maio/1969, pp. 889-907.
- 38 - Bandel, H.K., "Redes Ortogonais em Forma de Parabolóide Hiperbólico Sujeitas a Cargas Verticais e Variação de Temperatura", (em alemão); DER BAUINGENIEUR, Vol.34, Nº 10, Berlin, Alemanha Ocidental, 1959, pp. 394-396.

- 39 - Bandel, H.K., "Cabos Simples Solicitados por Carregamentos Tridimensionais e Variação de Temperatura", (em alemão), DER BAUINGENIEUR, Vol.37, Nº 4, Berlin, Alemanha Ocidental, 1962, pp. 145-146.
- 40 - Barbato R.L.A., "Sobre o comportamento estático dos cabos de cobertura#penseis", Publ. Nº 167, EESC-USP, MAIO/72.
- 41 - Borges, A. e Alliana, R.C., "Pavilhão do Rio Grande do Sul", REVISTA DE ENGENHARIA, Nº 35, Escola Nacional de Engenharia, Rio de Janeiro, Novembro/Dezembro/1954.
- 42 - Bowman, W., "1958 World's Fair is a Structural Show", ENGINEERING NEWS-RECORD, Vol. 159, Nº 13, Setembro 26, 1957, pp. 36-46.
- 43 - Buchholdt, H.A., "Deformation of Prestressed Cable-Nets", ACTA POLYTECHNICA SCANDINAVICA, Trondheim, Norway, Series (b) Nº 138, 3, 1966.
- 44 - Bureau de Contrôle pour la Sécurité de la Construction en Belgique "Enseignements Recueillis lors du Contrôle de Toitures Suspendues Réalisées en Belgique" - PROCEEDINGS, IASS Colloquium, Paris, France, Julho de 1962
- 45 - Clark, S.H., "Cable Supported Roof for Olympic Arena", CIVIL ENGINEERING, Vol. 29, Nº 9, Setembro/1959.
- 46 - Dean, D.L., and Ugarte, C.P., "Analysis of Structural Nets", PUBLICATIONS, International Association of Bridge and Structural Engineers (IABSE), Vol. 23, 1963.
- 47 - Dean, Donald L., "Static and Dynamic Analysis of Guy Cables", A.S.C.E. TRANSACTIONS, Vol. 127, Parte II, p.382, 1962.
- 48 - Eras, G., and Elze, H., "Cable Networks: Their Calculation and Statically Advantageous Shape", PROCEEDINGS, International Association for Shell Structures (IASS), Colloquium on Hanging Roofs, Continuous Metallic Shell Roofs and Superficial Lattice Roofs, Paris, France, Julho 1962, editado por N. Esquillan and Y. Saillard, North Holland Publishing Co. (John Wiley and Sons, Inc., New York, N.Y.), 1963.
- 49 - Entwistle, O. "Tension Structures", INDUSTRIAL DESIGN, 10, pp. 64-7, abril 2, 1963.
- 50 - Fishman, Alan C., CABLE SUSPENSION STRUCTURES, Cornell University Thesis, Ithaca, New York, 1961, Fine Arts Library, TC 265, F53.
- 51 - Fischer, F., Jr., "Cable-supported Warehouse Roof Provides Large Open Area", CIVIL ENGINEERING, Vol. 36, Nº 9, Setembro/1966.
- 52 - Fonseca, A., Curso de Mecânica, Vol. II, Ao livro Técnico Ltda; Rio de Janeiro/1958.
- 53 - Fourtané, M. "Poutre Cables Jawerth" - CAHIERS DU CENTRE D'ETUDES ARCHITETURALES, Nº 5 - 1967
- 54 - Fragoso, P. R., Considerações sobre coberturas pênseis, REVISTA ESTRUTURA, Nº 56/57, Rio de Janeiro, 1964/65.
- 55 - Francis, A. J., "Single Cables Subjected to Loads", CIVIL ENGINEERING TRANSACTIONS, The Institution of Civil Engineers, Australia, Vol. CE7, Nº 2, Outubro/1965.
- 56 - Francis, A.J., "Analysis of Suspension Cable Behaviour", THE ENGINEER, Vol. 219, Nº 5709, London, England, Junho 25, 1965.
- 57 - Franz, G., Tratado del Hormigon Armado, Vol II, Gustavo Gili, Barcelona.
- 58 - Hoadley, A., Essentials of Structural Design, New York, John Wiley & Sons Inc., 1964.
- 59 - Greenberg, D.P., "Inelastic Analysis of Suspension Roof Structures", JOURNAL OF THE STRUCTURAL DIVISION, ASCE, Vol. 96, Nº ST5, Proc. Paper 7284, Maio/1970, pp. 905-930.
- 60 - Hottinger, H., "Concepts for the Design of Structures Using Tensional Cable Systems", PROCEEDINGS, IASS.
- 61 - Howard, H.S., Jr., "Suspended Structures Concepts", UNITED STATES STEEL CORPORATION PUBLICATION, Pittsburgh Pa 1956.
- 62 - Howard, Seymour, "Prestressing Prevents Flutter of Cable Roof", ARCHITECTURAL RECORD, Agosto/1959.
- 63 - Howard, Seymour, "Suspension Structures", ARCHITECTURAL RECORD, Setembro/1960.
- 64 - Jawerth, D. "Sistemas Suspensos Protendidos Compostos por Cabos Curvatura Oposta", (em alemão), DER STAHLBAU Vol. 28, Nº5, Berlin, Alemanha Ocidental, Maio de 1959, pp.126-131
- 65 - Jawerth, D., "Some Counterstressed Dual-Cable Structures", PROCEEDINGS, IASS Colloquium, Paris, France, Julho/62.
- 66 - Jawerth, D., e Schulz, H., "Sobre a Frequência Natural e a Estabilidade Aerodinâmica de Tetos Suspensos" (em alemão), DER STAHLBAU, Vol.35, Nº 1, Berlin, Alemanha Ocidental, Janeiro de 1966.
- 67 - Jawerth, David, "Structures Tendues en Cables d'Acier", ARCHITECTURE D'AUJOURD'HUI, Nº 32, pp. 94-95, Dezembro, 1961.
- 68 - Jennings, A., "The Free Cable", THE ENGINEER, Vol. 214, Nº 5579, London, England, Dezembro 28, 1962, pp. 1111-1112.
- 69 - Johnson, D., and Brotton, D.M., "A Finite Deflection Analysis for Space Structures", ed. by R.M. Davies, John Wiley and Sons Inc., New York, N.Y., 1967.
- 70 - Jonatowski, J.J., and Birnstiel, C., "Inelastic Stiffened Suspension Space Structures", JOURNAL OF THE STRUCTURAL DIVISION, ASCE, Vol. 96, Nº ST6, Proc. Paper 7364, Junho, 1970, pp. 1143-1166.
- 71 - Krishna, P., and Sparkes, S.R., "Analysis of Pretensioned Cable Systems", PROCEEDINGS, The Institution of Civil Engineers, London, England, Vol. 39, Janeiro 1968, pp. 103-109.

- 72 - Langendonck, T., *Resistência dos Materiais: Deformações*, Editora Científica, Rio de Janeiro, 1960.
- 73 - Leonhardt, F., Egger, H., e Haug, E., "O Pavilhão Alemão na Expo 70 em Montreal - uma Estrutura em Rede de cabos Protendida", (em alemão), *DFR STAHLBAU*, Vol.37, Nº 4, Berlin, Alemanha Ocidental, Abril de 1968, pp.97-105.
- 74 - Leonhardt, F., *Prestressed Concrete*, Berlin/1964.
- 75 - Lessing, Lawrence, "Suspension Structures", *ARCHITECTURAL FORUM*, Dezembro/1957.
- 76 - Liudkovsky, I. G., "On the Choice of the Optimum Types of Suspended Roofs and of their Bearing Contours" - *PROCEEDINGS, IASS Colloquium, Paris, France, Julho de 1962.*
- 77 - Makowski, Z.S., "Estruturas Espaciais de Aço", Gustavo Gili S.A., Barcelona.
- 78 - Martinelli, D.A.O., "Introdução ao Estudo de Coberturas Pênséis", Notas de Aula, Curso de Pós-Graduação, EESC, São Carlos, USP, 1953.
- 79 - Martinelli, D.A.O., "A Observação da Cobertura Pênsil da Exposição Internacional da Indústria e Comércio", *ENGENHARIA*, Nº 217, Dezembro/1960.
- 80 - Martinelli, D.A.O., "Cobertura Pênsil Resolve Templo Circular" *O DIRIGENTE CONSTRUTOR* Vol. 4, Nº 2, dezembro de 1967.
- 81 - Medlin, Richard Larry, "Prestressed Membrane Tension Structures", *PROGRESSIVE ARCHITECTURE*, Agosto/1965.
- 82 - Miller, A.S. e Rios, L., "LE STADE DE MONTEVIDEO" *La Technique de Travaux*, Jan-Fev. de 1958.
- 83 - Moretto, O., *Curso de Hormigón Armado, "El Ateneo"*, Buenos Aires/1967.
- 84 - Markland, E., "Deflection of a Cable Due to a Single Point Load", *PHILOSOPHICAL MAGAZINE*, London, England, Vol. 42, Nº 33, Setembro/1951.
- 85 - McCormick, J.M., and Wright, J.P., discussion of "Nonlinear Field Analysis of Structural Nets", by R. Richard Avent, *JOURNAL OF THE STRUCTURAL DIVISION, ASCE*, Vol. 96, Nº ST3, Proc. Paper 7116, Março/1970 pp. 729-731.
- 86 - Merritt, F.S., "Curved Roof on Cable Spans Big Arena", *ENGINEERING NEWS RECORD*, Fevereiro 5, 1953.
- 87 - Michalos, J., and Birnstiel, C., "Movements of a Cable Due to Changes in Loading", *TRANSACTIONS, ASCE*, Vol. 127, Part II, Paper Nº 3368, 1962, pp. 267-282.
- 88 - Mollmann, H., *Suspension Structures*, Akademisk Forlag, Denmark, 1965.
- 89 - Mollmann, H., and Lundhus Mortensen, P., "The Analysis of Prestressed Suspended Roofs (Cable Nets)", *Space Structures*, ed. by R.M. Davies, John Wiley and Sons, Inc., New York, N.Y., 1967.
- 90 - Morrey, G.B. "Nonlinear Methods", *Modern Mathematics for the Engineer*, Beckenbach, ed. by University of California Engineering Extension Series, Chapter 16, McGraw-Hill Book Co., Inc., New York, N.Y., 1956.
- 91 - Müller, L., "Der MV Pfahl", Marburg/Lahn.
- 92 - O'Brien, T., "General Solution of suspended Cable Problems", *JOURNAL OF THE STRUCTURAL DIVISION, ASCE*, Vol.93, Nº ST1, Proc. Paper 5085, Fevereiro/1967, pp. 1-26.
- 93 - O'Brien, W.T., and Francis, A.J., "Cable Movements under Two-Dimensional Loads", *JOURNAL OF THE STRUCTURAL DIVISION, ASCE*, Vol. 90, Nº ST3, Proc. Paper 3929, Junho/1964, pp. 89-123.
- 94 - Otto, F., "Das Hängende Dach", Ullstein Verlag, Berlin, Alemanha Ocidental, 1954, (existe tradução espanhola: *Cubiertas Colgantes*, Editorial Labor S/A, Barcelona/1958).
- 95 - Otto, F., "Tensile Structures", Vol. I, MIT Press, Cambridge, 1967.
- 96 - Otto, F., "Tensile Structures", Vol II, MIT Press, Cambridge, 1967.
- 97 - Otto, F., "Les Toitures Suspendues et les Voilures", *ARCHITECTURE D'AUJOURD'HUI*, Vol. 27, pp. 56-53, Março/1956.
- 98 - Otto, F., "Open Theatre" *ARTS & ARCHITECTURE* 79, pp. 12-13, Novembro/1962.
- 99 - Otto, F., "Phantasie und Architektur", *DEUTSCHE BAUZEITUNG*, Vol. 69, pp. 543-4, Julho/1964.
- 100 - Otto, F., "Tents", *AIA JOURNAL* 35, pp. 77-86, Fevereiro 1961, pp. 109-16, Abril/1961.
- 101 - Pugsley, A., *The Theory of Suspension Bridges*, 2nd ed., Edward Arnold, Ltda., London, England, 1968.
- 102 - Pellissier, R., "Physical Properties of Wire Ropes for Hanging Roofs" - *PROCEEDINGS, IASS Colloquium, Paris, France, Julho de 1962.*
- 103 - Rabinovic, I.M., ed., *Hängedächer*, traduzido do original Russo para o alemão pelo Technischen Informationsbibliothek Hannover e publicado por Bauverlag GmbH, Wiesbaden, Berlin, West Germany, 1966.
- 104 - Rosenthal, H. H. Werner, *STRUCTURAL DECISIONS*, London, Chapman & Hall Ltda., 1962
- 105 - Rossetti, Ugo, "Endurance des cables", *LE GENIE CIVIL*, Vol. 140, Issue 1, Janeiro 1, 1963.
- 106 - Salvadori and Heller, *STRUCTURE IN ARCHITECTURE*, Prentice-Hall, Inc. 1964.
- 107 - Scalzi, J.B., Podolny, W, Jr., and Teng, W.C., "Design Fundamentals of Cable Roof Structures", Booklet ADUSS 55-3580-01, United States Steel Corp., Pittsburgh, Pa., Outubro/1969
- 108 - Schierle, G.C. *Lightweight Tension Structures*, Department of Architecture, University of California, Berkeley, California/1968.

- 109 - Schlever, F.K., "Sobre a Análise de Redes de Cabos", (em alemão), Dissertação da Technische Universität em Berlin, Alemanha Ocidental, 1960.
- 110 - Schlever, F.K., "Análise de Redes de Cabos", (em alemão), PROCEEDINGS, International Association for Shell Structures, Paris, França, Julho de 1962.
- 111 - Schupack, M., "Cable-supported Roof Cuts Cost" CIVIL ENGINEERING, Vol. 28, Nº 4, Abril/1958.
- 112 - Schwenke, William, "Suspended Roofs for Economical Column-Free Space", BUILDING CONSTRUCTION, Maio/1965.
- 113 - Severud, F.N., "Cable Suspended Roof for Yale Hockey Rink", CIVIL ENGINEERING, Vol. 28, Nº 9, Setembro/1958.
- 114 - Scordelis, A.C., Baron, F., and Lin, T.Y., "Optimum Design of Two Large Shells of Post-tensioned Precast Concrete", PROCEEDINGS, International Association for Shell Structures, Congress on Large Span Shells, Vol. I. Leningrad, U.S.S.R., 1966.
- 115 - Seymour, H.H. Jr., "Suspended Structures-Concepts", Booklet ADUSS, 55-1898, United States Steel Corp., Pittsburgh, Pa., 1966.
- 116 - Shore, S., and Bathish, G.N., "Membrane Analysis of Cable Roofs", SPACE STRUCTURES, ed. by R.M. Davies, John Wiley and Sons, Inc. New York, N.Y., 1967.
- 117 - Shore, S., and Chaudhari, B., "Bibliography - Structural Applications of Steel Cable Systems, THE AMERICAN IRON AND STEEL INSTITUTE, New York, N.Y., Junho/1969.
- 118 - Siev, A., "Prestressed Suspended Roofs Bounded by Main Cables", PUBLICATIONS, IABSE, Vol. 27, 1967.
- 119 - Siegel, C., "Formas Estructurales en la Arquitectura Moderna", Companhia Editorial S/A, México, D.F., - 1966.
- 120 - Siev, A., and Eidelman, Jr., "Shapes of Suspended Roofs", PROCEEDINGS, IASS, Paris, France, Julho/1962.
- 121 - Siev, Avinadav, and Eidelman, J., "Stress Analysis of Prestressed Suspended Roofs", JOURNAL OF A.S.C.E. STRUCTURAL DIVISION, pp. 103, Agosto/1964.
- 122 - Simpson, W.E., "Cable-Suspended Roof for San Antonio Assembly Building" CIVIL ENGINEERING, Vol. 30, Nº 11, Novembro/1-69.
- 123 - Sinicyn, A.P., "A Dinâmica de Coberturas Flexíveis com Grandes Relações Flecha/Vão", (em alemão), no Hängedächer, ed. by I.M. Rabinovic, Bauverlag, Wiesbaden, Alemanha Ocidental, 1966.
- 124 - Sterner, J.A., "Fabrication and Erection of Cable Supported Roof", CIVIL ENGINEERING, Vol. 37, Nº 10, Outubro, 1967.
- 125 - Thornton, C.H., and Birnstiel, C., "Three-Dimensional Structures", JOURNAL OF THE STRUCTURAL DIVISION, ASCE, Vol. 93, Nº ST2, Proc. Paper 5196, Abril/1967, pp. 247-270.
- 126 - Van de Moortel, Denis, "Combined Fatigue Tests on Steel Cables", LE GENIE CIVIL, Vol. 139, Issue 19, Outubro 1, 1962.
- 127 - Zetlin, Lev, "Steel Cable Creates Novel Structural Space Systems", ENGINEERING JOURNAL OF A.I.S.C., Vol. 1, Nº 1, p. 1, Janeiro/1964.
- 128 - Zetlin, L., "Elimination of Flutter in Suspension Roofs" - PROCEEDINGS IASS - Paris, France, Julho/62.
- 129 - Zetlin, L., "Basic Design Principles of Cable Roofs, Including Statics, Dynamics and Systems", Cables Roofs Structures, Booklet 2318, Bethlehem Steel Corp., Bethlehem, Pa.
- 130 - Zetlin, L., "Suspension Roofs", Chap. 22. Structural Engineering Handbook, edited by E. Gaylord and C. Gaylord, McGraw-Hill Book Co. Inc. New York, N.Y., 1968.

APÊNDICE II

SOBRE O COEFICIENTE DE SEGURANÇA A  
SER UTILIZADO NO CÁLCULO DOS CABOS

SOBRE O COEFICIENTE DE SEGURANÇA A SER ADOTADO NO CÁLCULO DOS CABOS<sup>(83)</sup>

As recomendações do Comitê Europeu do Concreto (C.E.B) prescrevem para as estruturas de concreto armado, um coeficiente de segurança composto de duas parcelas - uma relativa às solicitações (coeficiente de majoração  $\gamma_s$ ) e outra relativa à resistência dos materiais (coeficiente de minoração  $\gamma_m$ ).

$$\gamma = \gamma_s \cdot \gamma_m$$

O coeficiente de majoração ( $\gamma_s$ ) procura cobrir eventuais erros de concepção e cálculo da estrutura (seja pela diferença no comportamento real da estrutura em face das hipóteses simplificadoras adotadas, seja pelo fato de algumas influências não terem sido levadas em conta), erros de execução, o funcionamento imperfeito de uma articulação, a fluência e fadiga, etc.

Naturalmente a ocorrência de um ou vários erros desse tipo, pode trazer consequências graves em termos de danos materiais e humanos.

A fixação do valor  $\gamma_s$  depende teoricamente da probabilidade de variação das solicitações e daqueles fatores de resistência que não dependem da natureza dos materiais, sendo por isso de difícil determinação direta, ficando quase sempre condicionada a valores estimados por estudiosos do assunto.

Segundo as prescrições do CEB, o valor básico do coeficiente  $\gamma_s$  será 1,25, devendo ser corrigido (aumentado ou diminuído) de acordo com o tipo de estudos, cálcu

los, execução e riscos.

Assim:

- a) estudos e cálculos medianamente cuidadosos, hipóteses incertas → somar 0,15
- b) execução mediana → somar 0,15
- c) riscos de danos muito importantes → somar 0,15
- d) riscos de danos mínimos → subtrair 0,15

Esses aumentos e diminuições podem ser acumulados. Na prática, porém, é normal a adaptação de estudos e execução com a natureza dos riscos, de tal modo que para a grande maioria dos casos resulta  $\gamma_s = 1,40$ . Com efeito, no caso de riscos importantes (grandes obras, diques, teatros, pavilhões de exposição, etc.), o estudo, a execução e o controle são particularmente cuidadosos obtendo-se então, segundo o critério acima:

$$\begin{aligned} \gamma_s &= 1,25 \\ &+ 0 \text{ (execução cuidadosa)} \\ &+ 0 \text{ (estudos e cálculo cuidadosos)} \\ &+ 0,15 \text{ (riscos importantes)} \\ &1,40 \end{aligned}$$

O coeficiente de minoração ( $\gamma_m$ ) para o material aço utilizado na forma de barras em peças de concreto armado tem, segundo o CEB) um valor único ( $\gamma_a = 1,15$ ).

No caso de cabos de aço utilizados nas coberturas pênseis, a fixação do valor  $\gamma_s$  pode obedecer ao mesmo critério estabelecido pelo o CEB. Já o valor de  $\gamma_m = 1,15$  precisará ser corrigido, pois vários outros fatores que não precisam ser levados em conta para as barras de aço usadas em concreto armado, deverão ser considerados no cabo de aço:

- a) os cabos de aço utilizados em coberturas pênseis são em geral industrializados, constituídos por fios torcidos, que na fase de solicitação inicial – por efeito de acomodação – podem entrar em contato entre si, ocorrendo então uma diminuição prematura de resistência por fenômenos de atrito.

- b) os fenômenos de fluência e fadiga em cabos de aço são ainda pouco conhecidos.

- c) a vibração interna do material por efeitos dinâmicos

- d) a probabilidade talvez maior de imperfeições no processo de fabrico, em relação às barras.

Foi, certamente, levando em conta esses e outros importantes fatores que Frei Otto<sup>(94)</sup> estabeleceu um critério para a segurança no cálculo de cabos de coberturas pênseis. Segundo esse renomado autor, o coeficiente de segurança  $\gamma$  (global) pode ser fixado em função da relação ( $\lambda$ ) entre a carga total e a carga permanente:

$$\begin{aligned}\lambda > 2,2 &\rightarrow \gamma = 2,5 \\ 1,5 < \lambda < 2,2 &\rightarrow \gamma = 2,0 \\ \lambda < 1,5 &\rightarrow \gamma = 1,82\end{aligned}$$

Para cabos de fios paralelos esses coeficientes poderiam ser modificados, tomando-se valores ligeiramente menores, uma vez que o comportamento desse tipo de cabo é sensivelmente semelhante ao comportamento de cada fio de per si.

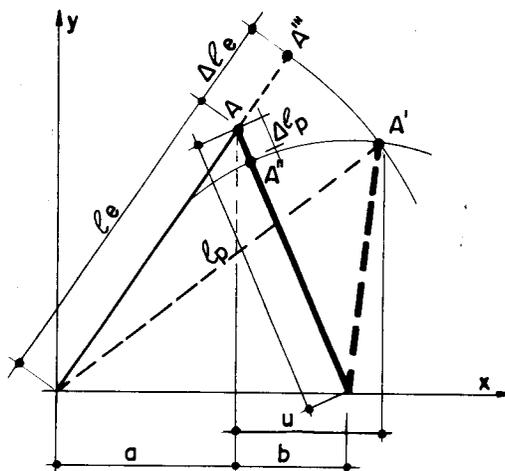
APÊNDICE III

SOBRE A INFLUÊNCIA DA DEFORMAÇÃO AXIAL DOS  
PILARES E DA VARIAÇÃO DO MÓDULO DE ELASTICI  
CIDADE DOS CABOS

SÔBRE A INFLUÊNCIA DA DEFORMAÇÃO AXIAL DOS PILARES E DA VARIAÇÃO DO MÓDULO DE ELASTICIDADE DOS CABOS

Os sistemas de equações do capítulo II, relativos ao cálculo de cabos deformáveis com arranques deslocáveis, foram encontrados apoiando-se em hipóteses simplificadoras, como a não consideração de deformação axial dos pilares, ou da variação do módulo de elasticidade dos cabos. Além disso, a configuração geométrica que define a posição deformada do conjunto pilar-espia, foi construída com a interseção das retas tangentes às circunferências de raios  $(l_e + \Delta l_e)$  e  $(l_p)$  (ver fig.II.12-b).

Afim de comprovar a validade dessas simplificações, desenvolve-se a seguir a solução que leva em conta os efeitos acima mencionados, e onde a geometria é definida pela interseção das circunferências de raios  $(l_e + \Delta l_e)$  e  $(l_p - \Delta l_p)$ , como mostra a figura abaixo.



A abscissa do ponto A' é obtida com a resolução do sistema formado pelas equações das duas circunferências:

$$x^2 + y^2 = (l_e + \Delta l_e)^2 \quad (1)$$

$$\left[ x - (a+b) \right]^2 + y^2 = (l_p - \Delta l_p)^2 \quad (2)$$

ou seja,

$$x = \frac{1}{2(a+b)} \left[ (\ell_e + \Delta\ell_e)^2 - (\ell_p - \Delta\ell_p)^2 + (a+b)^2 \right] \quad (3)$$

Por outro lado

$$x = a + u \quad (4)$$

Portanto

$$u = \frac{1}{2(a+b)} \left[ (\ell_e + \Delta\ell_e)^2 - (\ell_p - \Delta\ell_p)^2 + (a+b)^2 \right] - a \quad (5)$$

Mantendo a hipótese de que a variação dos ângulos  $\alpha_0$  e  $\beta_0$  (fig.II.12) é desprezível, os deslocamentos  $\Delta\ell_e$  e  $\Delta\ell_p$  assumem a forma:

$$\Delta\ell_e = \frac{\ell_e}{E_e A_e} \cdot \frac{\cos\beta_0}{\cos(\alpha_0 - \beta_0)} \left( H_1 - \frac{1}{2} p \ell_1 \operatorname{tg}\beta_0 \right) \quad (6)$$

$$\Delta\ell_p = \frac{\ell_p}{E_p A_p} \cdot \frac{\operatorname{sen}\alpha_0}{\cos(\alpha_0 - \beta_0)} \left( H_1 + \frac{1}{2} p \ell_1 \operatorname{ctg}\alpha_0 \right) \quad (7)$$

onde  $H_1$ ,  $p$ , e  $\ell_1$  têm o mesmo significado já definido no capítulo II.

Com a substituição de  $\Delta\ell_e$  e  $\Delta\ell_p$  na equação (5), obtem-se a equação que relaciona  $u$  e  $H_1$ .

A equação que leva em conta a deformabilidade do cabo não se altera (equação II.64):

$$H_1^3 + E_c A_c \left( \frac{s_0 - \ell_1}{\ell_1} \right) H_1^2 + \frac{p^2 \ell_1^2}{12} H_1 - \frac{1}{24} E_c A_c p^2 \ell_1^2 = 0 \quad (8)$$

Note-se que até o momento a variação do módulo de elasticidade dos cabos não foi ainda introduzida. O mô

Primeira solução: o problema será resolvido como no capítulo II, isto é, adotando-se o valor nominal do módulo de elasticidade dos cabos, assumindo  $\Delta l_p = 0$ , e considerando que a posição final do conjunto pilar-espia é caracterizada pela interseção das retas tangentes às circunferências de raios  $(l_e + \Delta l_e)$  e  $(l_p)$ .

$$H = 17,7t$$

$$u = 25,5\text{cm}$$

Segunda solução: O problema será resolvido adotando-se o valor nominal para o módulo de elasticidade dos cabos, assumindo  $\Delta l_p = 0$ , e considerando que a posição final do conjunto pilar-espia é caracterizada pela interseção das circunferências de raios  $(l_c + \Delta l_e)$  e  $(l_p)$ .

Da expressão (6) tira-se

$$\Delta l_e = 0,80247H_1$$

Substituindo este valor na equação (5), vem

$$0,644H_1^2 + 3,472H_1 - 2,400u = 0$$

A outra equação do sistema é a equação (8)

$$H_1^3 + 2,700 \frac{61,6 - l_1}{l_1} H_1^2 + 0,0075l_1^2 H_1 - 10,125l_1^2 = 0$$

onde  $l_1 = 60 - 2u$

Resolvendo, obtem-se os valores de  $H_1$  e  $u$

$$H_1 = 17,5$$

$$u = 25,4\text{cm}$$

Fica constatado então, comparando essas duas primeiras soluções, que o processo simplificado de estabelecer a geometria da posição deformada, praticamente não produz alteração no resultado final.

Terceira solução: O problema será resolvido adotando-se o valor nominal para o módulo de elasticidade dos cabos, considerando a deformação axial dos pilares ( $\Delta\ell_p \neq 0$ ) e assumindo que a posição final do conjunto pilar-espia é caracterizada pela interseção das circunferências de raios  $(\ell_e + \Delta\ell_e)$  e  $(\ell_p - \Delta\ell_p)$ .

Da equação (6) vem

$$\Delta\ell_e = 0,80247H_1$$

Da equação (7) vem

$$\Delta\ell_p = 0,063 H_1 + 0,1(\ell_o - 2u)$$

$$\Delta\ell_p = 0,063H_1 + 0,0063\ell_o - 0,012u$$

O terceiro fator desta última expressão é muito pequeno quando comparado aos outros dois, e poderá ser desprezado.

$$\Delta\ell_p = 0,063(H+6)$$

Substituindo os valores de  $\Delta\ell_e$  e  $\Delta\ell_p$  na equação (5), vem

$$0,64H_1^2 + 3.698,75H_1 + 1.360,7 - 2.400u = 0$$

A outra equação do sistema é:

$$H_1^3 + 2.700 \frac{61,6 - \ell_1}{\ell_1} H_1^2 + 0,0075H_1\ell_1^2 - 10,125\ell_1^2 = 0$$

Resolvido o sistema obtém-se

$$H_1 = 17,5t$$

$$u = 27,7t$$

Comparando esta solução com a primeira, observa-se que o valor de  $u$  sofreu alteração sensível (2,2cm), enquanto o valor de  $H_1$  praticamente não se alterou.

Quarta solução: O problema será resolvido adotando para o módulo de elasticidade dos cabos um valor majorado de 10%, considerando a deformação axial dos pilares ( $\Delta l_p \neq 0$ ), e assumindo que a posição deformada do conjunto pilar-espia é caracterizado pela interseção das circunferências de raios  $(l_e + \Delta l_e)$  e  $(l_p - \Delta l_p)$ .

Observação: Majorar em 10% o valor nominal do módulo de elasticidade do cabo é uma tentativa de levar em conta a variação do mesmo durante o carregamento. Considerando que esta variação pode chegar até 20%, a intenção foi adotar um valor médio quando se considerou o acréscimo de apenas 10%.

Da equação (6) vem

$$\Delta l_e = 0,7295H_1$$

Da equação (7) vem

$$\Delta l_p = 0,063(H_1 + 6)$$

Substituindo esses valores na equação (5) vem

$$0,528H_1^2 + 3.383,05H_1 + 1.360,7 - 2.400u = 0$$

A outra equação do sistema e

$$H_1^3 + 2.970 \cdot \frac{61,6 - \ell_1}{\ell_1} \cdot H_1^2 + 0,0075 H_1 \ell_1^2 - 11,1375 \ell_1^2 = 0$$

Resolvendo o sistema, chega-se a

$$\begin{aligned} H_1 &= 18,0t \\ u &= 26,0cm \end{aligned}$$

Esses resultados são bem próximos àqueles encontrados na primeira solução, o que significa que os efeitos da deformação axial dos pilares e da variação do módulo de elasticidade influem em sentidos opostos, isto é, enquanto a deformação dos pilares tende a aumentar o valor de  $u$ , a variação de  $E$  tende a diminuir aquele valor, compensando-se mutuamente.

Mesmo quando os cabos forem de fios paralelos, onde a variação do valor de  $E$  é realmente desprezível, a solução aproximada (primeira solução) não apresenta diferenças muito marcantes em relação à terceira solução.