

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE ESTRUTURAS

LARA KAWAI MARCOS

**Estudo numérico e experimental do comportamento dinâmico de lajes pré-
moldadas**

São Carlos

2021

LARA KAWAI MARCOS

**Estudo numérico e experimental do comportamento dinâmico de lajes pré-
moldadas**

VERSÃO CORRIGIDA

A versão original encontra-se na Escola de Engenharia de São Carlos

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutora em Ciências.

Área de concentração: Engenharia Civil (Estruturas)

Orientador: Prof. Assoc. Ricardo Carrazedo

São Carlos

2021

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTA TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Prof. Dr. Sérgio Rodrigues Fontes da EESC/USP com os dados inseridos pelo(a) autor(a).

M321e Marcos, Lara Kawai
Estudo numérico e experimental do comportamento dinâmico de lajes pré-moldadas / Lara Kawai Marcos; orientador Ricardo Carrazedo. São Carlos, 2021.

Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (Engenharia de Estruturas) e Área de Concentração em Estruturas -- Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2021.

1. Lajes pré-moldadas. 2. Vibração. 3. Conforto. 4. Análise dinâmica. 5. Análise experimental. 6. Análise numérica. 7. Laje alveolar. 8. Laje duplo T. I. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidata: Engenheira **LARA KAWAI MARCOS**.

Título da tese: "Estudo numérico e experimental do comportamento dinâmico de lajes pré-moldadas".

Data da defesa: 27/07/2021.

Comissão Julgadora

Resultado

Prof. Associado **Ricardo Carrazedo**

APROVADA

(Orientador)

(Escola de Engenharia de São Carlos – EESC/USP)

Prof. Titular **Mounir Khalil El Debs**

APROVADA

(Escola de Engenharia de São Carlos – EESC/USP)

Prof. Dr. **Daniel de Lima Araújo**

APROVADA

(Universidade Federal de Goiás/UFG)

Prof. Dr. **Gustavo Henrique Siqueira**

APROVADA

(Universidade Estadual de Campinas/UNICAMP)

Prof. Dr. **Cláudius de Sousa Barbosa**

APROVADA

(Escola Politécnica/EP-USP)

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil
(Engenharia de Estruturas):

Prof. Associado **Vladimir Guilherme Haach**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:

Prof. Titular **Murilo Araujo Romero**

AGRADECIMENTOS

À Escola de Engenharia de São Carlos, por todos os aprendizados e vivências desde o começo da graduação.

Ao Departamento de Engenharia de Estruturas, por me disponibilizar toda a estrutura e amparo para crescimento.

A todos os professores e professoras pela generosidade de ensinar.

Ao Prof. Ricardo Carrazedo, pela atenção e apoio ao longo de todo esse trabalho.

À minha família e amigos, pelo apoio e compreensão.

RESUMO

MARCOS, L. K. **Estudo numérico e experimental do comportamento dinâmico de lajes pré-moldadas**. 2021. Tese (doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2021.

As lajes pré-moldadas em painéis de concreto protendido ou mesmo nervuradas existentes no mercado, a saber, lajes alveolares, duplo T (DT) e nervuras treliçadas ou protendidas, são muito eficientes sobre o ponto de vista estrutural e amplamente utilizadas no Brasil e no mundo. O estudo a respeito do comportamento dinâmico dessas lajes submetidas a atividades humanas é necessário para auxiliar os projetistas na compreensão e análise da vibração. Dessa forma, esse trabalho consiste no estudo dessas três tipologias de lajes pré-moldadas e como suas características afetam a vibração devido à ação humana. Primeiramente foram feitos estudos de caso em lajes constituídas de painel alveolar, painel duplo T e nervurada (treliçada). No estudo experimental percebeu-se forte influência da rigidez transversal das lajes no comportamento dinâmico e a importância de um modelo numérico para representar a ortotropia dessas lajes. Um método para cálculo da rigidez transversal das lajes alveolares foi desenvolvido e testado, com bons resultados. Em seguida, foi realizado um estudo paramétrico no qual avaliou-se os efeitos da rigidez do apoio, massa adicional, seção transversal, vão livre, largura, nível de amortecimento e excitação (caminhar e pular) no comportamento dinâmico. A análise paramétrica indicou que a aceleração não foi diretamente influenciada pela frequência fundamental das lajes. O vão livre e a largura da laje foram as características que mais afetaram o comportamento dinâmico: o aumento da largura reduziu as frequências naturais e ocasionou modos de vibração com frequências naturais próximas. O aumento da altura da seção transversal e a redução da massa adicional existente sobre a laje aumentaram as frequências naturais. No entanto, em alguns casos a frequência foi alterada para um valor próximo da frequência de excitação, sendo evidente o efeito da sintonização da estrutura com os harmônicos da excitação. Assim, é recomendado que sejam realizadas variações na frequência de excitação dentro da faixa de possível interesse, a fim de verificar a maior aceleração esperada para a laje. Finalmente, o aumento do amortecimento conseguiu reduzir as acelerações no caso de ressonância, no entanto teve pouca influência nas demais situações.

Palavras-chave: Lajes pré-moldadas. Vibração. Conforto. Análise dinâmica. Análise experimental. Análise numérica. Laje alveolar. Laje duplo T. Vigota nervurada.

ABSTRACT

MARCOS, L. K. **Experimental and numerical study on dynamic behavior of precast floors**. 2021. Thesis (Ph.D.) – School of Engineering of São Carlos, University of São Paulo, São Carlos, 2021.

Precast floors, prestressed or ribbed slabs, such as hollow core slabs, double tee and beam-and-blocks are highly efficient because they have great strength and stiffness with low self-weight, being widely employed worldwide. The study on vibration sensitivity of these precast floors is crucial to help designers to better understand this behavior. Therefore, this work aims to contribute to a better comprehension on vibration sensitivity of precast floors (hollow core, double tee and beam-and-blocks) and how the structural characteristics affects their dynamics. Firstly, three case studies were performed in hollow core, double tee (DT) and beam-and-block slabs. The case studies pointed out the importance of transverse stiffness of these slabs in their dynamic behavior and allowed the development of representative numerical models for vibration analysis. A method for calculating the transverse stiffness of hollow core slabs was developed and tested, presenting great results. After the case studies, the parametric analyses were performed, varying the spans, slab's width, cross sections, additional mass, damping ratio and excitation (walk and jump). The parametric analysis showed that the natural frequency and the slab acceleration are not directly related. The span and width had an important influence in the dynamic behavior: the width increase reduced the natural frequencies and created closely spaced mode shapes. The increase in section depth and reduction in the system's mass increased the natural frequencies. However, in some cases the frequency altered to a value close to excitation frequency, resulting in poor vibration behavior. Thus, it is recommended to slightly vary the excitation frequency to assess worst acceleration scenarios. Finally, the damping ratio increase could decrease high accelerations in resonance cases, however, it did not change accelerations in other cases.

Key words: Precast floors. Precast slabs. Vibration. Comfort. Vibration serviceability. Experimental Analysis, Numerical Analysis, Hollow core slab. Double tee slab. Beam-and-block slab.

SUMÁRIO

1	Introdução.....	13
1.1	Objetivos.....	13
1.2	Justificativa.....	14
1.3	Metodologia.....	16
2	Revisão bibliográfica.....	19
2.1	Lajes pré-moldadas.....	19
2.2	Ações dinâmicas de origem humana.....	26
2.3	Vibração em lajes.....	33
2.4	Critérios de conforto.....	37
2.4.1	ISO.....	39
2.4.2	PCI.....	44
2.4.3	FIB.....	48
2.4.4	NBR 6118.....	48
2.4.5	Bachmann.....	49
2.4.6	Sociedade do Concreto.....	50
2.4.7	Comentários.....	51
2.5	Métodos de análise.....	53
2.5.1	Análise experimental.....	54
2.5.2	Análise numérica.....	59
2.5.3	Análise teórica.....	71
3	Estudos de caso de pavimentos reais.....	77
3.1	Metodologia dos estudos de caso.....	77
3.1.1	Análise experimental.....	77
3.1.2	Análise numérica.....	78
3.2	Laje nervurada.....	82
3.2.1	Descrição da estrutura.....	82
3.2.2	Análise experimental.....	85
3.2.3	Análise numérica.....	94
3.2.4	Análise teórica.....	97
3.2.5	Conclusão do estudo de caso da laje nervurada.....	99
3.3	Laje duplo T.....	100
3.3.1	Descrição da estrutura.....	100
3.3.2	Análise experimental.....	104

3.3.3	Análise numérica	114
3.3.4	Análise teórica	117
3.3.5	Conclusão do estudo de caso da laje duplo T	118
3.4	Laje alveolar	120
3.4.1	Descrição da estrutura	120
3.4.2	Análise experimental	124
3.4.3	Análise numérica	131
3.4.4	Análise teórica	136
3.4.5	Conclusão do estudo de caso da laje alveolar.....	137
3.5	Conclusão dos estudos de caso	139
4	Análise paramétrica	143
4.1	Metodologia da análise paramétrica	144
4.2	Influência do vão livre e largura da laje.....	149
4.2.1	Frequências naturais	151
4.2.2	Acelerações.....	166
4.3	Influência da rigidez do apoio	179
4.4	Influência da seção transversal	183
4.4.1	Frequências naturais	184
4.4.2	Acelerações.....	185
4.5	Influência da massa adicional	187
4.5.1	Frequências naturais	187
4.5.2	Acelerações.....	188
4.6	Influência do amortecimento	190
4.7	Análise dos limites de conforto.....	191
4.8	Conclusões das análises paramétricas.....	196
5	Conclusão	199
6	Sugestões para estudos futuros	205
	Referências	207
	Apêndice A - Análise do modelo numérico da laje alveolar.....	213

1 Introdução

As lajes pré-moldadas protendidas são amplamente utilizadas como uma solução econômica e eficiente para pavimentos de edifícios. Em todo o mundo, aproximadamente metade das lajes utilizadas em edifícios comerciais e industriais, estádios esportivos e shopping centers são em concreto pré-fabricado (FIB, 2014). O concreto protendido aperfeiçoa o uso de concreto para elementos fletidos e com isso permite grandes vãos com elementos com seção transversal de pequena altura. Essa solução é extremamente vantajosa, pois reduz o consumo de material, peso próprio da estrutura e permite atender requisitos arquitetônicos, tais como o pé-direito, vãos livres, modulação de garagens, etc. No entanto, estruturas de concreto, que usualmente não apresentam problemas relativos ao conforto devido às vibrações, podem estar susceptíveis a vibrações excessivas devido à menor rigidez e menor massa dos elementos estruturais.

As tipologias mais comuns de lajes pré-moldadas no Brasil são: alveolar, duplo T e nervurada. As lajes alveolares foram desenvolvidas na década de 1950, quando começaram a se utilizar longas pistas de protensão e concretagem através de máquinas. Depois disso, os engenheiros continuaram a otimizar as seções transversais dos elementos, desenvolvendo os painéis duplo T, que alcançam vãos maiores com massa reduzida, se comparado com os painéis alveolares (ELLIOT, 2002). Para vãos menores, comuns em residências e escritórios, é corriqueiro o uso de laje nervurada treliçada ou protendida, que possibilita montagem sem equipamentos de içamento.

O comportamento dinâmico de estruturas submetidas a forças dinâmicas de origem humanas tem sido alvo de estudos recentes, buscando melhorar as recomendações de análise do Estado Limite de Vibrações Excessivas.

1.1 Objetivos

O objetivo desse trabalho é analisar o comportamento dinâmico de três tipologias de lajes pré-moldadas (alveolares, duplo T e nervuradas) submetidas a forças dinâmicas de origem humanas. Para isso, alguns objetivos específicos podem ser destacados:

- a) Analisar o efeito de alvenarias e divisórias através de estudo experimental;
- b) Analisar nível de amortecimento dessas tipologias de lajes em estrutura real;

- c) Verificar se os métodos de cálculo manual da frequência são precisos;
- d) Representação da ortotropia dessas lajes no modelo numérico;
- e) Representação do caminhar e pular no modelo numérico;
- f) Analisar influência da frequência natural nas acelerações;
- g) Analisar se os critérios de conforto de diferentes normas convergem para mesmo resultado;
- h) Analisar se as lajes mais esbeltas são mais susceptíveis a vibrações;
- i) Analisar qual a influência da forma (largura e vão livre) na resposta dinâmica através de modelos numéricos;
- j) Analisar o efeito do amortecimento nas acelerações;
- k) Analisar o efeito de massa adicional existente sobre a laje no comportamento dinâmico;

1.2 Justificativa

A atual mudança da tipologia dos escritórios, com menos divisões e vãos livres maiores reduz o amortecimento da estrutura, o que potencializa casos de vibrações excessivas.

No caso de lajes maciças moldadas in-loco, são raras as vibrações excessivas, porque, em geral, essas lajes apresentam grande massa de concreto (seção transversal maciça) e ligação entre os elementos estruturais (laje e viga, viga e pilar) monolíticas, aumentando a rigidez de todo o sistema. Além desses dois fatores, as lajes são corriqueiramente utilizadas em edifícios residenciais com alvenarias internas, forros, revestimentos, que aumentam o amortecimento da laje.

Esses fatores não são observados em lajes pré-moldadas. Como o método construtivo possibilita uso corriqueiro de protensão, essas lajes conseguem vencer grandes vãos-livres com pequena espessura, ou seja, baixo peso próprio. Além disso, a industrialização possibilita formas diferenciadas e otimizadas, que também reduzem o peso próprio da laje e que implicam na execução separada de cada elemento estrutural, obtendo-se ligações articuladas ou semi-rígidas.

As lajes alveolares podem apresentar situações em que o Estado Limite de Serviço de Vibrações Excessivas (ELS-VE) é ultrapassado, mesmo que não ocorra ruptura nos Estados Limites Últimos (ELU) ou problemas em outros Estados Limites de Serviço (ELS). Além disso,

as recomendações da NBR 6118:2014 para limitar a frequência fundamental da estrutura podem não ser suficientes para a verificação segura desse ELS (MARCOS, 2015). Assim, julga-se necessária uma análise mais completa do comportamento das lajes pré-moldadas protendidas, devido aos grandes vãos e baixa massa que apresentam.

Ao verificar a bibliografia, nota-se alguns estudos a respeito do comportamento dinâmico das lajes pré-moldadas. Com relação às lajes alveolares, Johansson (2009) analisou apenas as frequências naturais, sem obtenção dos modos de vibração e recentemente foram publicados estudos com obtenção das frequências naturais e modos de vibração de lajes alveolares apoiadas em vigas metálicas (LIU et al., 2017) e também da análise da vibração devido ao caminhar de uma pessoa para laje com apoios em vigas metálicas (LIU; BATTINI; PACOSTE, 2019). Esses autores ensaiaram uma laje composta por 6 elementos de laje alveolar de 10m de vão, apoiadas em vigas metálicas e analisaram quatro modelos numéricos para representar o caminhar. Eles observaram que as amplitudes sofrem grandes variações dependendo do modelo do caminhar adotado na análise numérica.

Em dois estudos diferentes encontrados na literatura sobre lajes alveolares com mesmo vão livre (10m) e seção transversal (20+5cm), as lajes alveolares apoiadas sobre vigas de concreto, estudada por Marcos (2015) apresentaram frequência fundamental de aproximadamente 9 Hz, superior às lajes apoiadas em vigas metálicas, feito no trabalho de Liu; Battini; Pacoste (2019), que foi em torno de 6 Hz.

Com relação às lajes nervuradas, destaca-se o estudo de Pavic, Miskovic e Živanović (2008) que avaliaram o comportamento dinâmico de lajes de vigotas e blocos, obtendo as frequências naturais, modos de vibração e amortecimento.

Diógenes (2010) realizou análise modal em painel duplo T e obteve frequências fundamentais inferiores a 3 Hz em alguns casos. Ehland (2009) estudou o comportamento dinâmico de painéis duplo T sujeitos a carregamento dinâmico de empilhadeiras.

CHEN (1999) analisou a modelagem numérica da vibração de lajes duplo T submetidas a forças de caminhar e concluiu que as lajes duplo T com relação de vão livre/espessura de 20 a 28 atendem aos critérios de conforto de vibração se considerado amortecimento de 3,0 a 3,5% e que o uso de ferramenta numérica para estudo de vibração dessa tipologia de laje é eficiente.

No entanto, cabe destacar que CHEN (1999) não realizou ensaios experimentais e não avaliou profundamente diversas relações de vão livre /espessura.

Nota-se que nas pesquisas, de forma geral, é feita uma avaliação modal das lajes, mas sem avaliar qual característica da laje mais afeta o comportamento dinâmico, nem a respeito do conforto aos usuários. Assim, percebe-se a necessidade de estudo a respeito de vibrações em lajes de elementos pré-moldados de concreto, pois elas apresentam algumas diferenças com relação às lajes maciças moldadas in-loco, a saber:

- Menor peso próprio (decorrente da seção transversal vazada ou com EPS);
- Grandes vãos-livres com pequena altura de laje (decorrente da protensão);
- Comportamento ortotrópico (decorrente de elementos alinhados em uma única direção);
- Ligações semi-rígidas ou isostáticas entre os elementos (típico de elementos pré-moldados).

Finalmente, o estudo das propriedades dinâmicas, vibração e conforto de estruturas não é um tema rotineiro dos engenheiros civis no Brasil. O fato do nosso país não apresentar histórico de abalos sísmicos intensos, faz com que a dinâmica das estruturas seja um tópico negligenciado na formação dos engenheiros. O intuito desse trabalho é trazer novos conhecimentos para auxiliar na elaboração de projetos de lajes, com vistas à análise do conforto de vibrações excessivas geradas por atividades humanas.

1.3 Metodologia

O trabalho envolveu pesquisa bibliográfica a respeito dos critérios normativos de análise das vibrações excessivas, análise dinâmica experimental e análise numérica paramétrica. As etapas podem ser discriminadas em:

1. Revisão bibliográfica sobre lajes alveolares, duplo T e nervuradas, critérios de conforto, análise dinâmica numérica;
2. Estudo das características das lajes pré-moldadas utilizadas no Brasil: seções transversais típicas, nível de protensão utilizado, vãos-livres usuais para cada seção, etc. A partir desse estudo foram determinadas as configurações estudadas na análise paramétrica.

3. Estudos de caso com análise numérica e experimental em estruturas com laje alveolar, painel duplo T e nervurada a fim de obter frequências naturais, modos de vibração, taxa de amortecimento e aceleração devido ao caminhar.
4. Análise do conforto das lajes ensaiadas, visando analisar compatibilidades e possíveis discrepâncias entre os critérios;
5. Desenvolvimento de estratégias para modelagem numérica dessas tipologias de lajes pré-moldadas;
6. Análise paramétrica através de simulação numérica das configurações de interesse. Nos modelos numéricos foram aplicadas ações dinâmicas para obtenção do nível de vibração. Essa análise foi feita no programa computacional Abaqus e envolve:
 - a. Simulação de lajes de diversas seções transversais e vãos livres, sempre com casos que possam ser reais, ou seja, que não haja ruptura por flexão ou cisalhamento e que atenda aos deslocamentos limites;
 - b. Simulação das lajes excitadas pela força do caminhar e também de pulos;
 - c. Três configurações de lajes: simplesmente apoiadas, laje com uma continuidade e lajes com duas continuidades;
 - d. Variação da massa adicional na laje: consideração de diferentes níveis de massa de móveis, forros, divisórias e outros elementos arquitetônicos na estrutura – adicionais ao peso próprio da estrutura.
 - e. Diferentes taxas de amortecimento.
7. Análise dos resultados dos modelos numéricos com o objetivo de conhecer os fatores mais relevantes no comportamento dinâmico.

2 Revisão bibliográfica

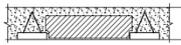
Nesse capítulo são apresentados os principais temas para estudar o comportamento dinâmico de lajes submetidas a forças dinâmicas de origem humanas.

2.1 Lajes pré-moldadas

Os elementos pré-moldados mais antigos são de estruturas de laje, que podem ser divididas em lajes alveolares e lajes nervuradas. A principal vantagem de lajes pré-moldadas é a velocidade da construção, ausência de escoramento, grande variedade de tipos, capacidade de vencer grandes vãos livres e economia. Os pisos pré-fabricados são utilizados extensivamente em todos os tipos de construções. A escolha do tipo de laje depende do edifício, do país, além de depender dos equipamentos para transporte e içamento (FIB, 2014).

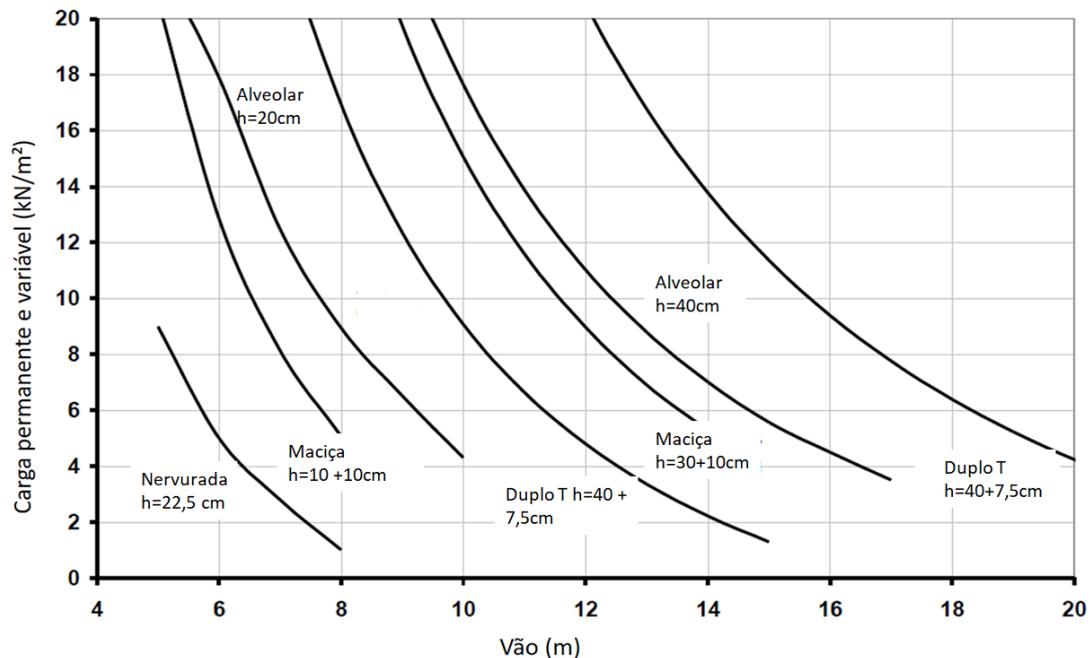
Existem diversos tipos de lajes pré-moldadas de concreto, que oferecem solução para variados carregamentos e vãos-livres. Os principais tipos que podem ser citados são: lajes alveolares, lajes nervuradas, lajes maciças e lajes treliçadas. As lajes maciças pré-moldadas são pouco empregadas no Brasil, sendo adequadas para situações de ações variáveis e permanentes altas. As demais tipologias são amplamente utilizadas em edifícios residenciais e comerciais. As principais características de cada tipo são resumidas na Tabela 1 e a Figura 1 mostra a relação de vão livre e carga de acordo com os tipos de laje.

Tabela 1 – Características dos principais tipos de laje

Tipo de laje	Vão máximo (m)	Espessura da laje (mm)	Largura comum do elemento (mm)	Peso da laje (kN/m ²)
 Alveolar	20	120 – 500	600 – 1200 – 2400	2,2 – 5,2
 Nervurada (duplo T)	30	200 – 800	2400	2,0 – 5,0
 Nervurada	12	175 – 355	2400	1,2 – 1,8
 Maciça	6	100 – 250	300 – 600	2,4 – 7,2
 Nervurada (vigota)	10	100 – 400	600 – 2400	0,7 – 3,0

Fonte: FIB, 2014

Figura 1 - Relação do carregamento total (permanente e variável) com o vão livre dos principais tipos de lajes pré-moldadas



Fonte: adaptado de FIB (2014)

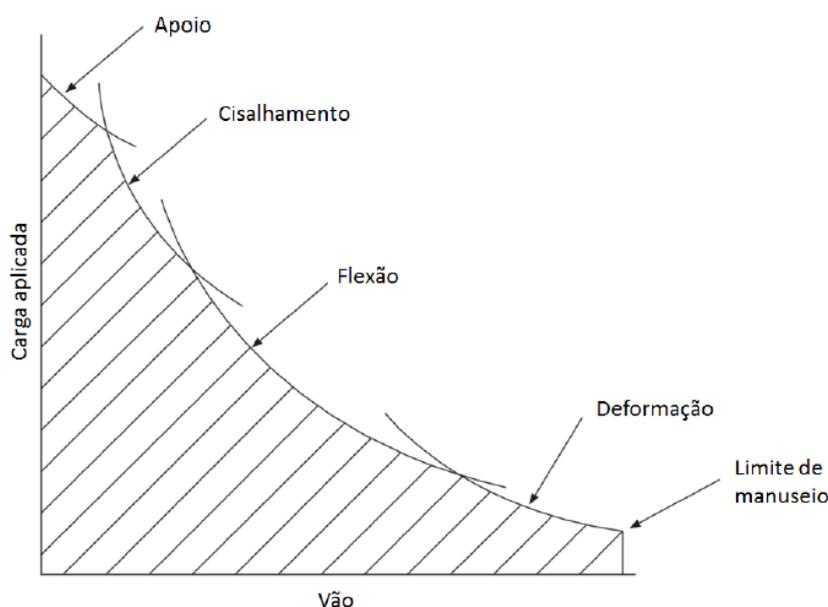
Em geral, os painéis duplo T são adequados para grandes vãos e elevados carregamentos, como em edifícios industriais, casas de força, shopping centers, centros de distribuição, etc. Eles geralmente são utilizados com capa de concreto moldada no local. As lajes alveolares são frequentemente utilizadas para grandes vãos e carga moderada, comum em escritórios, apartamentos, estacionamentos, shopping centers, etc. Já as lajes nervuradas (sistema de viga e bloco) são utilizadas para pequenos vãos e cargas, principalmente em residências (FIB, 2014).

As lajes nervuradas do tipo duplo T possuem peso semelhante às lajes alveolares e alcançam vãos livres até 50% maior (Tabela 1), no entanto, ao se analisar a máxima relação vão-livre/altura da laje, percebe-se que as lajes alveolares apresentam relação da ordem de 50, contra 23 das lajes nervuradas duplo T (Figura 1). Ao se comparar as lajes alveolares com as demais, nota-se que os painéis alveolares são os elementos de laje mais esbeltos.

De forma geral, os modos de ruptura de elementos pré-moldados fletidos variam de acordo com a carga para a qual a peça é dimensionada e o vão (Figura 2). Peças com vão pequeno e elevada carga apresentam ruptura por cisalhamento, a ruptura por flexão é observada em elementos com carga e vão moderados, enquanto elementos para baixa carga podem ter o

dimensionamento limitado pela deformação e, no extremo, pelo manuseio do elemento (ELLIOTT, 2002). Nota-se que o autor não estabelece a curva que limita o Estado Limite de Vibrações Excessivas no dimensionamento de elementos submetidos a baixo carregamento e grandes vãos. Essa configuração geralmente subestima os efeitos dinâmicos das ações, que são tratadas como estáticas e resultam em elementos muito esbeltos e susceptíveis às vibrações.

Figura 2 - Modos de ruptura de elementos fletidos pré-fabricados de acordo com a carga x vão



Fonte: ELLIOTT (2002)

A laje alveolar protendida é o tipo de laje pré-moldada mais utilizada, pelos grandes vãos-livres alcançados com pequena espessura (Figura 3). Atualmente, no exterior, é comum utilizar laje de 400 mm de espessura para vãos de 17 m e 500 mm de espessura para vãos de 21 m, em ambos os casos com carga acidental de 5 kN/m² (FIB, 2014). Essas lajes apresentam relação de vão-livre por espessura de 42,5 e de 42, respectivamente. As lajes alveolares são vantajosas ao se projetar edifícios nos quais há limitação da altura final da estrutura, pois possibilita ter espessura total da viga, laje e capa de concreto reduzida. A Federação Internacional do Concreto (FIB) cita exemplo de edifício em Bruxelas no qual a laje alveolar permitiu alcançar vão de 6,80 m a 11,50 m com apenas 405 mm de espessura do conjunto de viga, laje e capa de concreto (FIB, 2014). Com isso foi possível aumentar um pavimento na solução pré-moldada com lajes

alveolares mantendo-se a mesma altura total do edifício quando comparada com a estrutura de concreto moldada no local.

Figura 3 – Vista de sala comercial com lajes alveolares sem vigas internas em Bruxelas



Fonte: FIB (2014)

O dimensionamento das lajes alveolares visa garantir a máxima eficiência estrutural para os painéis, inclusive com a consideração de continuidade nos apoios das lajes, que permite reduzir a protensão para lajes com a mesma carga e vão-livre (PETRUCELLI; CARVALHO, 2010). A consideração da continuidade nos apoios reduz o momento fletor positivo, sendo possível aumentar o vão livre da laje. Assim, a relação vão/espessura da laje atinge valores altos. O Instituto Canadense de Concreto Pré-moldado Protendido (CPCI) recomenda que a máxima relação seja de 45 (CPCI, 2013), enquanto o Instituto Americano de Concreto (ACI) estabelece a relação do vão/espessura máxima de 42 para pisos, e esse limite pode ser aumentado para 48 desde que as deflexões ao longo do tempo, contra-flecha, frequências naturais e amplitudes das vibrações estejam adequadas (ACI, 2011). No Brasil, a NBR 6118 (ABNT, 2014) determina espessuras mínimas para as lajes maciças e cita a NBR 14861 (ABNT, 2011) para determinar a dimensão mínima das lajes alveolares protendidas. No entanto, essa norma não estabelece limite para a relação vão/espessura da laje alveolar, de forma que, no Brasil, altos níveis de protensão geram lajes com relação vão/espessura de até 50 (EL DEBS, 2000).

As lajes duplo T apresentam duas nervuras armadas (geralmente protendidas) unidas por uma mesa fina, a fim de garantir estabilidade (Figura 4). As lajes em painéis duplo T apresentam relação vão/altura da ordem de 25 a 30 e podem ser empregadas com ou sem capa de concreto moldada no local. Elliot (2002) cita exemplo de laje duplo T com 1,2m de espessura (altura da seção transversal) para vencer um vão livre de 39 m, com relação vão/espessura de 32,5.

Figura 4 - Painel de laje duplo T apoiado em viga L

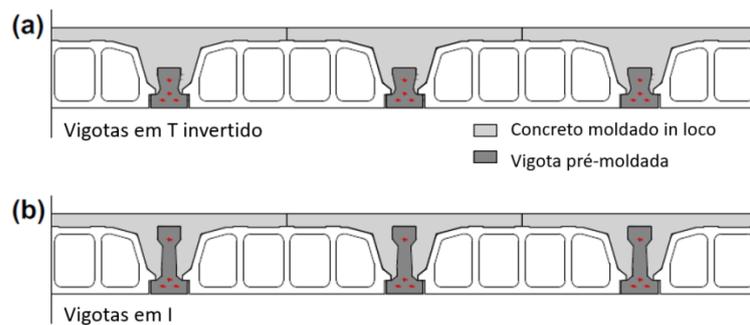


Fonte: PCI (2010)

As lajes nervuradas pré-moldadas, também chamadas de vigotas pré-moldadas são elementos com ou sem armadura saliente, em forma de T invertido ou I (Figura 5), espaçadas em uma direção, com elemento de preenchimento entre elas e concreto moldado no local sobre os elementos (EL DEBS, 2017). Os materiais de enchimento reduzem a massa do sistema, além de funcionar como forma para a concretagem no local. Por não possuir grande função estrutural, existem estudos para utilizar resíduos da construção civil na confecção dos blocos de preenchimento (LÓPEZ GAYARRE et al., 2018; MILIČEVIĆ; BJEGOVIĆ; SIDDIQUE, 2015). São raros os estudos do comportamento dinâmico dessa tipologia de laje. PAVIC, A.; MISKOVIC; ŽIVANOVIĆ (2008) analisaram, numérica e experimentalmente, 4 lajes

aparentemente idênticas e constataram taxa de amortecimento consideravelmente superior (de 8 a 17%) ao amortecimento esperado para estruturas de concreto. Os autores acreditam que o alto amortecimento foi devido à fricção entre os blocos de preenchimento e as vigotas.

Figura 5 - Exemplo de laje com vigotas pré-moldadas



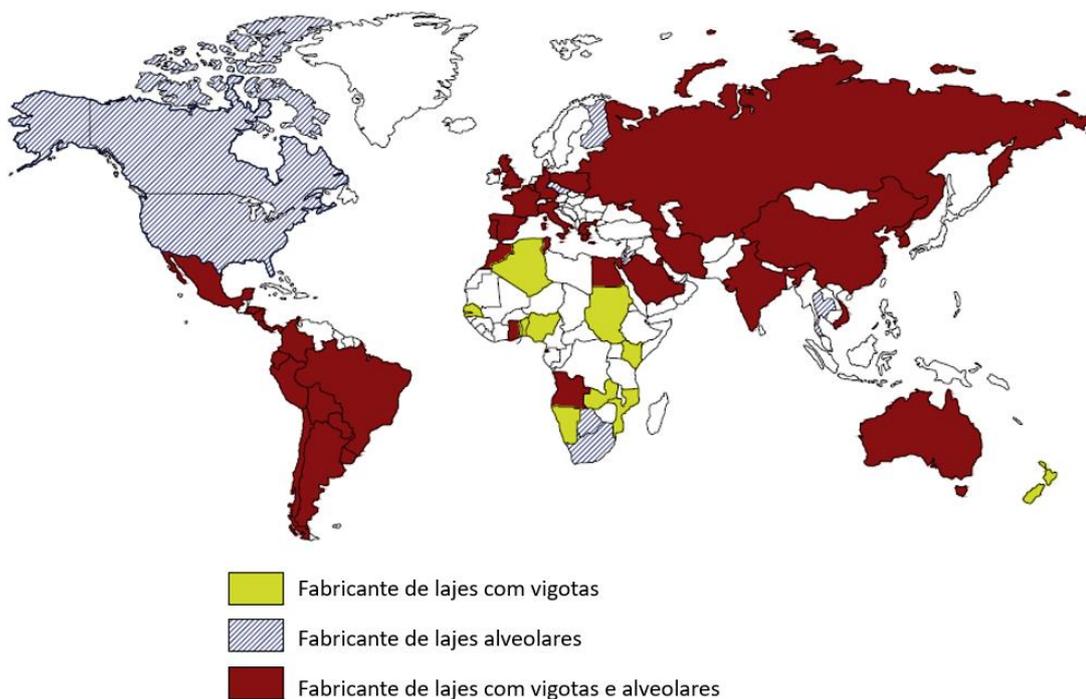
Fonte: Ribas e Cladera (2013)

Tanto as lajes alveolares, DT e nervuradas são elementos lineares, armados em uma única direção que são montados justapostos a fim de formar a laje. Dessa forma, seu dimensionamento envolve apenas o vão livre da laje e a seção transversal. Pavic, A.; Miskovic; Živanović (2008) realizaram estudo experimental do comportamento dinâmico em lajes nervuradas e compararam as frequências naturais obtidas com as frequências calculadas para placas ortotrópicas. Os autores observaram que as lajes nervuradas possuem rigidez transversal que não deve ser desprezada do ponto de vista dinâmico, pois ela permite envolver áreas consideráveis do piso de maneira similar a placas ortotrópicas.

Dessa forma, apesar do dimensionamento das lajes considerar apenas o vão livre, para a análise dinâmica a largura da laje também pode ser importante.

A Figura 6 ilustra os países que utilizam lajes alveolares, lajes nervuradas e ambas. Nota-se que as vigotas pré-moldadas são mais utilizadas em países menos desenvolvidos, pois sua fabricação é simples e a montagem pode ser feita sem equipamento de içamento.

Figura 6 - Mapa com os países fabricantes de cada tipologia de laje



Fonte: Ribas e Cladera (2013)

2.2 Ações dinâmicas de origem humana

A movimentação das pessoas gera forças dinâmicas nas estruturas. Caminhar, correr, pular, dançar, balançar o corpo com alguma música, todas essas atividades geram forças dinâmicas com diferentes faixas de frequência.

A frequência média do caminhar é de 2 Hz, com desvio padrão de 0,175 Hz. Isso significa que 50% dos pedestres andam na faixa de frequência entre 1,90 Hz a 2,10 Hz ou, alternativamente, 95% dos pedestres andam entre 1,65 Hz a 2,35 Hz (BACHMANN *et al.*, 1997).

Apesar da força dos pedestres ser dominada pela frequência do passo, ela também inclui componentes de harmônicos maiores causados pela resposta impulsiva da força com as frequências correspondentes a múltiplos inteiros da frequência do passo. Ou seja, um pedestre caminhando a 2 Hz carrega a estrutura com uma força composta por componentes a 2 Hz (1º harmônico), 4 Hz (2º harmônico), 6 Hz (3º harmônico), etc. Uma laje está susceptível a vibrações excessivas induzidas pelo caminhar se uma ou mais frequências naturais estiverem

na faixa de 1,6-2,4 Hz (1º harmônico), 3,2-4,8 Hz (2º harmônico) ou 4,8-7,2 Hz (3º harmônico). Os harmônicos mais altos raramente causam vibrações excessivas (SAIDI *et al.*, 2006).

Ao considerar outra atividade humana exercida na estrutura, a faixa de frequências de excitação se altera. De modo geral, a estrutura está mais susceptível a vibrações excessivas quando a razão obtida entre a frequência fundamental da estrutura e a frequência de excitação for próxima de um número inteiro (1, 2 ou 3).

As forças dinâmicas são frequentemente descritas com séries de Fourier, com componentes em frequências múltiplas da frequência do caminhar. A maior parte das reclamações de vibrações é devido ao caminhar de uma única pessoa. No entanto, grandes grupos de pessoas caminhando podem causar vibrações excessivas e não devem ser excluídos da análise, principalmente em locais onde é esperado o movimento coordenado de várias pessoas (BACHMANN *et al.*, 1997).

Atividades rítmicas humanas que duram mais de 20s geram forças dinâmicas quase periódicas. Isso pode ocasionar vibrações estacionárias nas estruturas. Geralmente, essas atividades são realizadas com música e com diversas pessoas, que sincronizam o movimento. Nesses casos, a força dinâmica aumenta quase linearmente com a quantidade de pessoas (BACHMANN *et al.*, 1997).

Nas séries de Fourier são consideradas não apenas a frequência do primeiro harmônico, mas também outros harmônicos (até o quinto, por exemplo) que podem ser relevantes para a análise da laje. Ao utilizar as séries de Fourier, as atividades são tratadas de forma determinística, sem considerar a aleatoriedade da ação. Além disso, é desprezada a interação das pessoas com a estrutura.

Usualmente, as atividades humanas são tratadas isoladamente. A Figura 7 ilustra as forças geradas por uma pessoa em diversas atividades. Cada atividade possui frequência específica, sendo possível descrever uma força dinâmica específica para cada atividade. A função de força para uma atividade humana pode ser matematicamente representada por uma série de Fourier (Equação 1) (BACHMANN *et al.*, 1997).

$$F_p(t) = G + \sum_{i=1}^n G \cdot \alpha_i \cdot \text{sen}(2\pi i f_p t - \phi_i)$$

Equação 1

onde:

G = peso de uma pessoa ($G=800$ N)

α_i = coeficiente de Fourier do i -ésimo termo

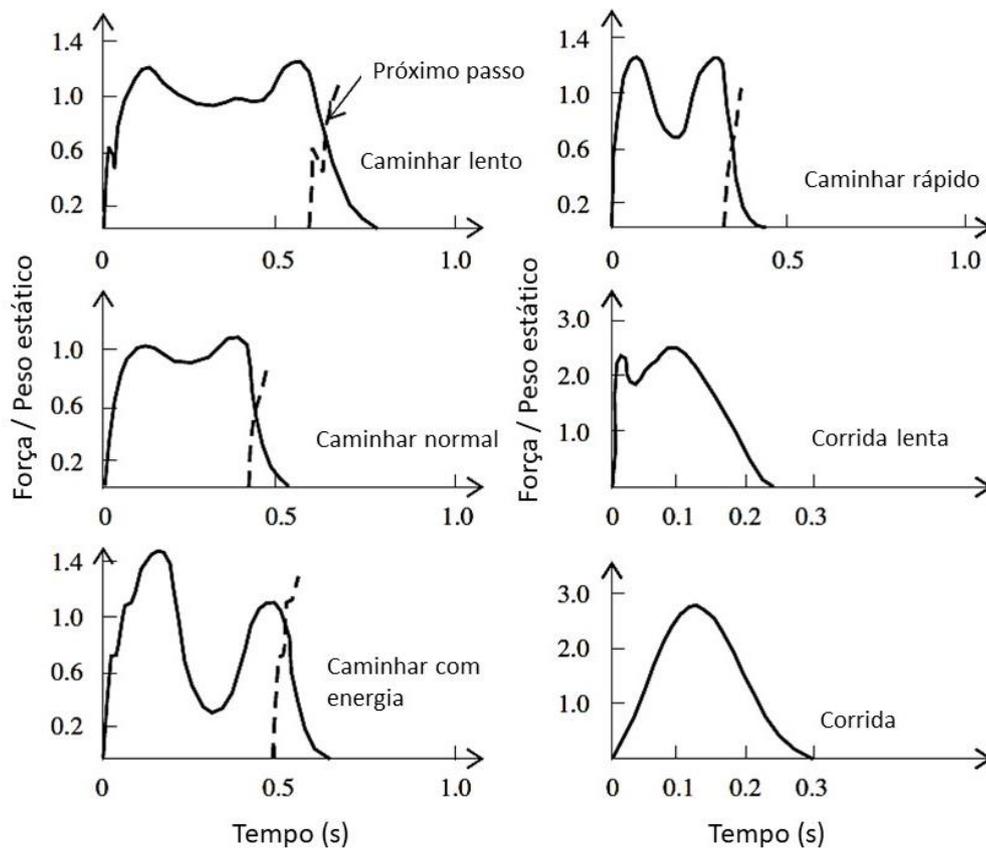
f_p = frequência da atividade (Hz)

ϕ_i = ângulo de fase do i -ésimo harmônico relativo ao primeiro harmônico

i = número do i -ésimo harmônico

n = número total de harmônicos

Figura 7 – Padrão de forças verticais típicas para diferentes tipos de atividades humanas



Fonte: Adaptado de Wheeler, apud Racic et al. (2009)

Os coeficientes de Fourier e os ângulos de fase para algumas atividades humanas foram obtidas através de pesquisas experimentais e são mostradas na Tabela 2.

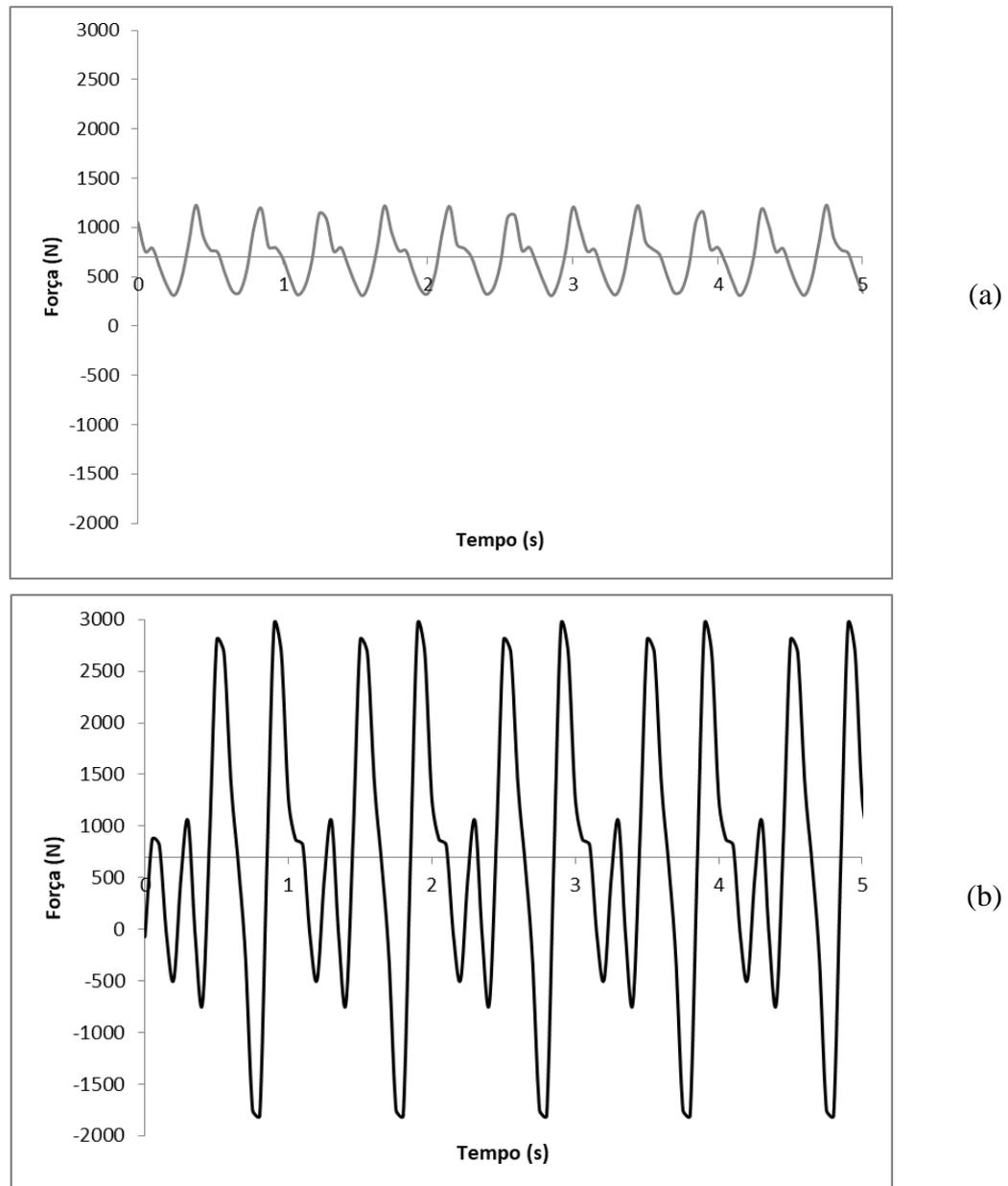
Tabela 2 - Forças dinâmicas normalizadas

Atividade	Frequência (Hz)		Coeficiente de Fourier e ângulo de fase				
			α_1	α_2	ϕ_2	α_3	ϕ_3
Andar	vertical	2,0	0,4	0,1	$\pi/2$	0,1	$\pi/2$
		2,4	0,5				
	frente	2,0	0,2	0,1			
			$\alpha_{1/2} = 0,1$				
	lateral	2,0	$\alpha_{1/2} = 0,1$	$\alpha_{3/2} = 0,1$			
Correr		2,0 a 3,0	1,6	0,7		0,2	
Pular	normal	2,0	1,8	1,3	*	0,7	*
		3,0	1,7	1,1	*	0,5	*
	alto	2,0	1,9	1,6	*	1,1	*
		3,0	1,8	1,3	*	0,8	*
Dançar		2,0 a 3,0	0,5	0,15		0,1	
Aplaudir	normal	1,6	0,024	0,010		0,009	
		2,4	0,047	0,024		0,015	
	intenso	2,0	0,170	0,047		0,037	
* $\phi_2 = \phi_3 = \pi(1-f_p t_p)$ t_p = tempo de contato do pé no piso (s)							

Fonte: Bachmann et al. (1997)

A fim de comparar, visualmente, o que significam os coeficientes da Tabela 2, os valores da força ao longo do tempo gerada pelo caminhar a 2,4 Hz e de pular alto a 2,0 Hz de uma pessoa de 80 kg são mostrados na Figura 8.

Figura 8 - Comparação da força gerada pela série de Fourier para (a) caminhar com 2,4 Hz e (b) para pular alto com 2,0 Hz



Fonte: elaborado pela autora

Nota-se que o caminhar gera força máxima de aproximadamente 1200 N, enquanto o pular gera força de até 3000 N. Além da magnitude da força, a frequência também é diferente, de 2,0 Hz para 2,4 Hz.

A frequência das atividades varia de acordo com a velocidade do caminhar, correr, pular e podem gerar maior resposta dinâmica, dependendo da frequência natural da estrutura. Por

isso, Smith, Hicks e Devine (2009) recomendam que a verificação da resposta da estrutura seja feita com diversas frequências para cada atividade, de forma a obter a pior situação à qual a estrutura pode estar exposta. Ou seja, caso seja analisado o caminhar, a frequência da atividade deve ser variada de 1,8 Hz a 2,2 Hz.

A série de Fourier consegue representar a variação da força no tempo. A variação da força do caminhar no espaço pode ser modelada modificando-se a cada tempo o local de aplicação da força obtida com a Equação 1, conforme proposto por Mello et al. (2007) e utilizado por Marcos (2015).

Além das pessoas afetarem a estrutura com as atividades realizadas, elas modificam o comportamento da estrutura. Enquanto pessoas paradas diminuem a frequência natural, pessoas em movimento aumentam a frequência natural. Em ambos os casos, o amortecimento aumenta consideravelmente. No entanto, o amortecimento obtido na estrutura com pessoas andando é maior que com as pessoas paradas, provavelmente pelo corpo humano em movimento funcionar como um amortecedor ativo (SHAHABPOOR, E. et al., 2017).

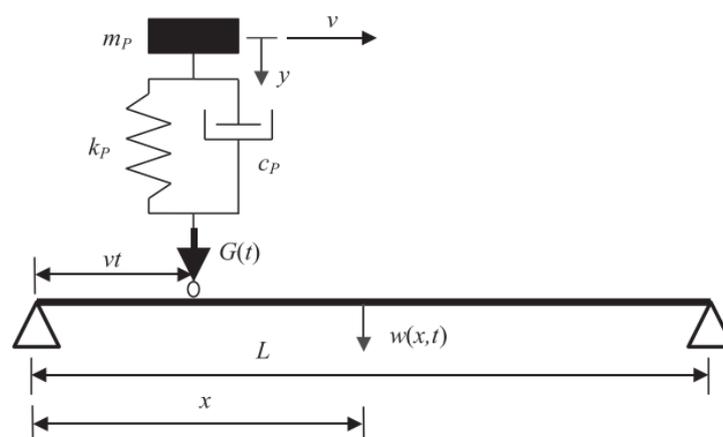
O corpo humano é um receptor muito sensível às vibrações e consegue se adaptar rapidamente a praticamente todo tipo e nível de vibração que normalmente ocorre na natureza, o que faz com que as pessoas sincronizem seus movimentos de acordo com a vibração estrutural (esse efeito foi observado na abertura da Millennium Bridge, em 2000). Assim, desconsiderar a variabilidade intra e inter subjetiva das pessoas que caminham na estrutura e a sincronização das pessoas em um grupo pode levar a uma resposta estrutural irrealista em estruturas utilizadas por multidão. No entanto, faltam métodos de projeto mais precisos para se considerar a interação dinâmica entre homem-estrutura, que ou é desprezada (como a ISO 10137) ou não é adequadamente tratada (Anexo Nacional UK do Eurocode 1 – BSI) (SHAHABPOOR, ERFAN; PAVIC; RACIC, 2017).

A revisão bibliográfica a respeito de vibrações mostra recente interesse em melhorar a representação das atividades humanas na estrutura. Considerar as atividades humanas puramente como forças aplicadas na estrutura conduz a projetos relativamente conservadores, devido ao modelo de força adotado. Estudos recentes mostram que o uso de modelos biodinâmicos (sistema de massa, mola, amortecedor) para representar o comportamento

humano conduz a projetos mais econômicos, pois levam em consideração as propriedades dinâmicas do corpo humano (GASPAR *et al.*, 2017).

Através desses modelos de massa-mola-amortecedor, podem-se considerar as pessoas como ativas, ou seja, que geram forças dinâmicas ou como passivas, que atuam apenas como massa e amortecedor no sistema. A Figura 9 mostra um exemplo de modelo de massa-mola-amortecedor para considerar a ação de uma pessoa sobre a estrutura.

Figura 9 - Exemplo de modelo de massa - mola - amortecedor para representar um pedestre na estrutura



Fonte: Caprani e Ahmadi (2016)

O uso de um modelo de interação das pessoas com a estrutura é relevante em análise de passarelas, quando as estruturas são esbeltas, com grandes vãos e baixo peso próprio. Caprani e Ahmadi (2016) analisaram uma passarela carregada dinamicamente por uma pessoa e notaram pequena variação da frequência natural e amortecimento. A diferença foi mais pronunciada no caso de carregamento por multidão. No caso de passarelas com baixa frequência (< 6 Hz), a consideração da interação homem-estrutura no modelo gera amortecimento mais compatível com a realidade (maior que da estrutura vazia), o que melhora a resposta das passarelas às vibrações (VAN NIMMEN *et al.*, 2017). Venuti, Racic e Corbetta (2016) propõe metodologia para análise da interação homem-estrutura na vibração vertical de passarelas. Além de modelos diferenciados para incorporar a força na estrutura, as passarelas também exigem a análise da vibração horizontal, decorrente da componente horizontal da força do caminhar.

Outra linha de pesquisa para melhorar a representação da força gerada pelas pessoas é a consideração da aleatoriedade da atividade. Assim, existem modelos determinísticos e modelos probabilísticos.

Uma alternativa à série de Fourier para representação da força da atividade humana é a geração aleatória de time history da força, que leva em consideração as fases entre indivíduos da multidão. Em seu trabalho, Martínez et al. (2016) apresenta um modelo que consegue simular com maior precisão a excitação gerada pelo pulo nas frequências mais altas.

Um modelo de carregamento ideal deveria incorporar outros parâmetros, tais como caminho da força, frequências do caminhar e número de pessoas caminhando. O estudo recente de Abdeljaber et al. (2019) desenvolveu um método de obter informações da atividade real de caminhar baseado em monitoramento através de vídeos das pessoas nos escritórios. Dessa forma, o autor pretende fornecer um modelo no qual os móveis do ambiente, número de pessoas, tipo de atividade do escritório sejam considerados na força de excitação da estrutura.

Apesar de refinados estudos para simulação do caminhar nas estruturas (incorporando multidão, sincronização e a biodinâmica do corpo humano) no caso de vibração em lajes de edifícios, que estão susceptíveis, em geral, a vibrações verticais, a série de Fourier representando uma única pessoa caminhando obtém resultados adequados. Pavic, Aleksandar; Reynolds (2002) afirmam que o caminhar de uma pessoa é o caso de carga governante para verificar a vibração excessiva em lajes de escritórios.

Assim, nesse trabalho, as forças das atividades humanas foram consideradas como séries de Fourier.

2.3 Vibração em lajes

A vibração excessiva gerada por atividades humanas em pisos geralmente não é um problema de segurança para a estrutura, mas pode causar desconforto e incômodo aos usuários. As vibrações excessivas podem ocorrer tipicamente em: (a) lajes leves; (b) lajes com baixa rigidez, nas quais a frequência natural é próxima da frequência de excitação e (c) lajes com amortecimento baixo. O amortecimento é o parâmetro mais difícil de se prever, pois ele é associado a componentes não estruturais, como divisórias, pisos falsos, forros, dutos e também móveis (SAIDI *et al.*, 2006).

Lajes de ginásios de esportes de grandes vãos que foram dimensionadas apenas pela ação estática, geralmente apresentam frequência fundamental de 4,5 a 5,5 Hz. Essas lajes podem ser susceptíveis a ressonância principalmente devido ao segundo harmônico da atividade humana (3,6 Hz a 6,8 Hz). Lajes de ginásios de esportes com vãos menores possuem, em geral, frequência fundamental de 6 a 9 Hz e também podem apresentar ressonância pela frequência do terceiro harmônico (6 Hz a 9 Hz) e, em casos extremos, pelo quarto harmônico da atividade (BACHMANN *et al.*, 1997).

As frequências naturais são ainda mais baixas em lajes de grandes vãos dimensionadas apenas para forças estáticas de teatros, galerias, salas de concerto, que apresentam frequências fundamentais de aproximadamente 2 Hz. A taxa de amortecimento geralmente é em torno de 0,015 a 0,03. Essas lajes podem apresentar forte ressonância pela frequência do primeiro harmônico da força do caminhar ou de bater palmas por uma audiência sentada (1,5 Hz a 3,0 Hz) (BACHMANN *et al.*, 1997).

Ao pesquisar sobre vibrações, nota-se diversos estudos a respeito de vibração em pisos de madeira laminada colada, por serem estruturas leves frequentemente utilizadas na Europa e nos Estados Unidos. Ebadi, Doudak e Smith (2019) analisaram experimentalmente uma laje de escritório após a conclusão da estrutura e novamente após concretagem do piso, instalação de móveis, etc. Eles perceberam uma diminuição nas frequências fundamentais (de 7,4 Hz para 5,0 Hz) e um grande aumento do amortecimento (de 2,7% para 10%). Nesse estudo, a laje apresentou frequência fundamental de 5,0 Hz e amortecimento de 10% sem vibrações excessivas aos usuários.

A taxa de amortecimento da estrutura exerce grande influência no conforto das pessoas, pois quanto maior o amortecimento, mais rápida será a diminuição da amplitude gerada pelas atividades dinâmicas. O amortecimento está relacionado com o mecanismo de dissipação de energia da estrutura, o que raramente é completamente compreendido. A Tabela 3 indica valores típicos de amortecimento para diferentes estruturas de concreto sem acabamentos (revestimento, fachada, móveis, etc.). Para estruturas metálicas, o amortecimento pode variar conforme indicado na Tabela 4.

Tabela 3 - Amortecimento para cada tipo de estrutura de concreto

Material	ζ
Concreto armado	
Nível baixo de tensão (poucas fissuras)	0,007 – 0,010
Nível médio de tensão (com fissuras)	0,010 – 0,040
Nível alto de tensão (com fissuras, sem escoamento da armadura)	0,005 – 0,008
Concreto protendido (sem fissuras)	0,004 – 0,007
Concreto protendido (com poucas fissuras)	0,008 – 0,012

Fonte: Bachmann *et al.* (1997)

Tabela 4 - Amortecimento para cada tipo de estrutura metálica

Acabamento	ζ
Estrutura totalmente soldada (exemplo: escadas)	0,005
Estrutura sem acabamentos ou com poucos móveis	0,011
Estrutura com todos os móveis, em utilização normal	0,030
Estrutura com divisórias estrategicamente localizadas para interromper os modos relevantes de vibração	0,045

Fonte: Smith, Hicks e Devine (2009)

O amortecimento da estrutura é afetado por todas as características do ambiente. Os valores fornecidos para estruturas de concreto e estruturas metálicas (Tabelas 3 e 4) apresentam grande diferença, pois o amortecimento para estruturas metálicas inclui os móveis e divisórias existentes, enquanto os valores de amortecimento para estruturas de concreto são relativos apenas à estrutura. É interessante notar que o dado do amortecimento de estruturas de concreto é raro de ser obtido na bibliografia, o que não ocorre para estruturas metálicas. Isso pode ser devido às extensas pesquisas a respeito de vibração em estruturas metálicas, pois no passado elas apresentavam problemas relativos à vibração que eram incomuns nas estruturas de concreto.

A resposta dinâmica das lajes é afetada por todo o sistema do piso, ou seja, espessura das lajes, seção transversal das vigas, alvenarias que se conectam na estrutura, divisórias, móveis, etc.

Pavic, Miskovic e Živanović (2008) ensaiaram quatro lajes nervuradas similares, de 7,5m de vão livre (nervuradas de 22,5cm de altura, espaçadas a cada 31,5cm com 7,5cm de capa de concreto). Elas apresentam frequência fundamental de 8,2 a 8,7 Hz e amortecimento de 7,6 a 17,5%. Os autores justificam o alto amortecimento obtido para o primeiro modo de vibração

com o envolvimento da fundação da estrutura, solo ou outras partes da estrutura nesse modo. Essas lajes são destinadas a salas de aula, possuem cadeiras, mesas e revestimento de carpete em todo o piso. Apesar de todas as lajes possuírem basicamente a mesma forma estrutural, cada uma apresentou frequência fundamental, taxas de amortecimento e massa modal diferentes.

Santos e Leite (2018) desenvolveram um programa para cálculo da aceleração de lajes unidirecionais de concreto devido a atividades humanas. Nesse programa, as lajes são tratadas como vigas e simplificadas em um modelo de um grau de liberdade. Após analisar diversas relações de esbeltez (relação vão/espessura da laje), os autores concluíram que lajes com esbeltez em torno de 30 podem ter seu dimensionamento afetado pelo comportamento dinâmico.

O trabalho de Santos e Leite (2018) fornece uma abordagem simples para análise numérica da vibração nas lajes nervuradas, mas ainda exige a necessidade de se aprofundar a análise com a consideração da rigidez transversal das lajes.

O trabalho desenvolvido Liu; Battini; Pacoste (2020) envolveu a análise experimental e o cálculo por elementos finitos de seis diferentes lajes alveolares, sendo duas de modelo em escala real montado especialmente para o teste e outras quatro lajes de estruturas reais. Os autores notaram que alguns modos observados nos ensaios somente foram obtidos numericamente quando se incluiu na análise os pavimentos superiores e inferiores ao ensaiado. Nesse trabalho, os autores compararam os resultados de aceleração através de dois métodos distintos, propostos pelo Centro de Concreto (The Concrete Centre) e pelo Instituto Americano de Construções em Aço (SCI). Eles perceberam que ao aplicar o carregamento conforme recomendado pelas diferentes normas, as acelerações obtidas nas lajes foram diferentes. Nos seis casos analisados, o carregamento proposto pelo SCI ocasionou acelerações maiores que as do Centro de Concreto. Os autores ressaltam que as máximas acelerações foram obtidas em pontos de ressonância com a frequência fundamental da laje. Consequentemente, a precisão da frequência de excitação que causa a ressonância também depende da precisão do cálculo da frequência fundamental da laje. Assim, os autores consideraram importante variar a frequência de excitação do caminhar além dos limites de 1,8 a 2,2 Hz proposto pelas normas. Essa variação permitiria obter pontos de ressonância e contemplar o erro de estimativa da frequência natural da laje.

2.4 Critérios de conforto

Todas as estruturas se movimentam com as ações dinâmicas e estabelecer o valor máximo das amplitudes da vibração é um tema controverso. Quando as vibrações se relacionam com operação de máquinas, o valor limite pode ser calculado a fim de não afetar o maquinário. No entanto, o mesmo não pode ser feito quando as vibrações devem ser limitadas para garantir conforto às pessoas que utilizam as estruturas. O corpo humano é capaz de sentir vibrações a diversas frequências e amplitudes e a sensibilidade varia de acordo com faixa etária, gênero, atividade do usuário (se a pessoa está em repouso ou em movimento na estrutura) tipo de estrutura e direção da vibração. A grande parcialidade das pessoas torna difícil estabelecer um critério de limite de conforto confiável e único para todos os tipos de estruturas, tanto que Murray (1981) não recomenda utilizar critérios de conforto obtidos em ensaios de estruturas mistas (aço-concreto) para se verificar estruturas de concreto e madeira, pois existe forte subjetividade no conforto do usuário, explicável pela sensação esperada ou o condicionamento pré-existente do comportamento de cada tipo de estrutura.

Em geral, existem dois métodos para se verificar o comportamento dinâmico da laje com relação às vibrações causadas pelas atividades das pessoas. O primeiro limitar a frequência natural do sistema acima de um nível pré-determinado, a fim de evitar a ressonância da estrutura com o primeiro harmônico da atividade. O segundo método é calcular a resposta dinâmica do sistema à força quase periódica da atividade e verificar o nível de vibração obtido de acordo com as normas existentes. Cabe ressaltar que é a real resposta dinâmica da laje, e não a sua frequência natural, que governa o estado limite de serviço das vibrações excessivas no caso de usuários “quietos” e baixos níveis de vibração. No entanto, o método da frequência natural foi popular no passado como um cálculo analítico quando a resposta dinâmica real era difícil de ser calculada (PAVIC, ALEKSANDAR; REYNOLDS, 2002).

A maior parte dos critérios de verificação do conforto foi elaborada na década de 80, quando as estruturas eram, em sua grande maioria, calculadas sem emprego de ferramentas computacionais. Por isso, os métodos se limitam em estabelecer a frequência natural mínima que a estrutura deve possuir, a fim de distanciar a frequência do primeiro harmônico das atividades dinâmicas atuantes na estrutura da sua frequência fundamental. Pavic e Reynolds (2002) ressaltam que, em caso de pisos de concreto protendido, o método da sintonia da frequência, que é muito obsoleto, resulta em projetos não-econômicos. Assim, o cálculo da real

resposta da estrutura se mostra como o caminho do futuro, pois as análises de elementos finitos se tornam gradualmente uma ferramenta acessível para esse uso. No entanto, classificar o nível de vibração obtido na análise numérica é um assunto delicado. O critério de conforto mais difundido para análise das vibrações em estruturas é da ISO 2631-2 (1989), no qual são estabelecidas acelerações máximas permitidas de acordo com a frequência e uso da estrutura. No entanto, a norma ISO 2631 em vigor (ISO, 2003) não limita mais as acelerações, pois pesquisas apresentaram valores discrepantes para esses limites, por depender de diversos fatores tais como tipo físico do usuário, ruídos, etc. A referida norma apenas recomenda a medição e avaliação da vibração em edifícios de forma a se obter uma ampla base de dados com ensaios similares.

Recentemente o Reino Unido produziu uma pesquisa nacional para se produzir relações de exposição/resposta a vibrações ambientais (trens, construções, etc.). Assim, foram produzidos diversos estudos com pesquisas a respeito do incômodo das pessoas a vibrações causadas por tráfego de trens e construção de linhas férreas (Sica *et al.*, (2014); Whittle *et al.* (2015); Wong-McSweeney *et al.* (2016)). Visto que os resultados dos artigos tratam de outra fonte de vibração, ainda é necessário um estudo similar considerando as atividades humanas como força de excitação na laje.

O manual técnico da Sociedade de Concreto do Reino Unido (CS TR43, 1994) trata da análise de conforto de pisos, sem estabelecer a tipologia estrutural. Esse foi o primeiro método proposto que considera a aleatoriedade das ações humanas atuantes na estrutura. A norma propõe análise diferente para lajes com frequência natural abaixo de 10 Hz (lajes de baixa frequência) e acima de 10 Hz (lajes de alta frequência). No caso de lajes de baixa frequência, devido à sua susceptibilidade a ressonância com o caminhar, a força é modelada utilizando os quatro primeiros harmônicos. Já nas lajes de alta frequência, a vibração pode ser considerada transiente, devido ao impacto de cada passo na laje. Essa separação na metodologia de análise considera que o comportamento da laje precisa se enquadrar em um dos dois modelos. No entanto, algumas lajes podem ter a resposta altamente influenciada tanto pelas baixas quanto pelas altas frequências (ŽIVANOVIC; PAVIC, 2009).

O guia de projeto do Instituto de Construção em Aço (SCI), elaborado por Smith, Hicks e Devine (2009) estabelece critérios simples para se calcular a frequência natural e aceleração da laje, ponderá-la de acordo com a percepção humana e compará-la com os níveis de

aceleração estabelecidos nas normas BS 6472 e ISO 10137. No entanto, os autores ressaltam que esses procedimentos são válidos apenas para pisos de estrutura metálica ou leves (sanduíche) com planta simples.

Nesse tópico são apresentados, resumidamente, os critérios de conforto de normas relacionadas a estruturas pré-moldadas (FIB, 2014 e PCI, 2010), da norma brasileira de estruturas de concreto (ABNT, 2014), da ISO (ISO, 1997 e ISO, 2003) pela sua grande relevância e com os níveis de vibração de Bachmann et al. (1997), que se mostraram aderentes com a realidade das lajes ensaiadas em Marcos (2015). Além dessas normas e autores, também são apresentadas as recomendações da Sociedade de Concreto (WILLFORD; YOUNG, 2006), pois nela são definidos critérios para utilização da ISO.

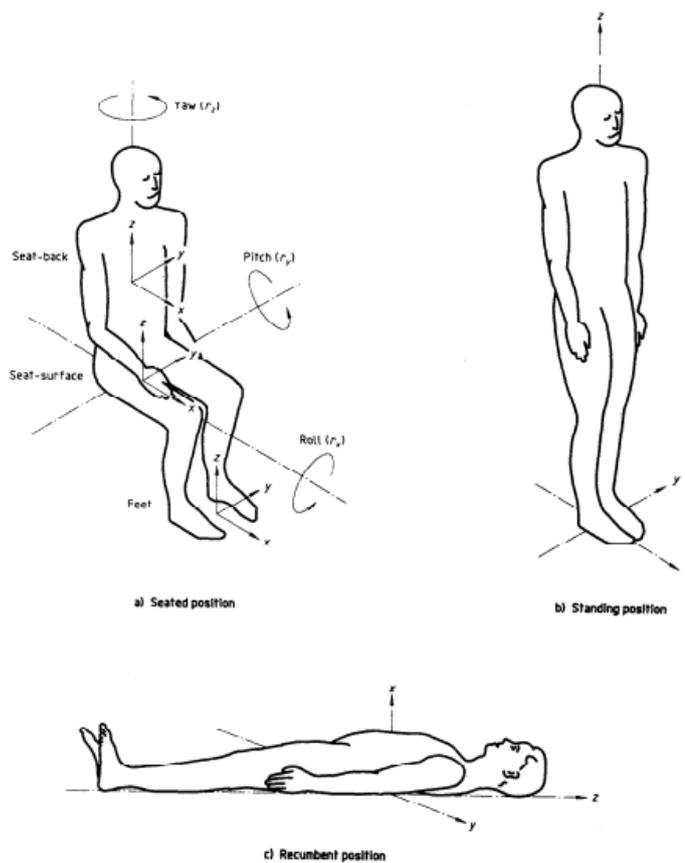
2.4.1 ISO

A norma mais importante para análise de vibração é a ISO 2631 parte 1 e parte 2 (ISO, 1997; ISO, 2003). Nela são definidas curvas de ponderação da aceleração em frequência, de acordo com as frequências que as pessoas são mais sensíveis e a direção da vibração, além de estabelecer critérios para medição das vibrações. Essas normas tratam de todos os aspectos da vibração: saúde dos usuários, conforto e percepção da vibração e enjoo devido ao movimento.

A primeira versão dessa norma foi elaborada no ano de 1989 (ISO, 1989) e ela trazia os limites de aceleração para determinar o nível de conforto de cada tipo de piso. Na sua revisão, esses limites foram suprimidos, pois os autores consideraram esse limite de conforto muito controverso. Dessa forma, tanto a parte 1 quanto a parte 2 da ISO 2631 vigente, apenas fornecem métodos para medição das vibrações. Os autores dizem que, se todas as vibrações forem medidas seguindo essa metodologia, no futuro poderá ser possível estudar um limite de conforto mais confiável. A seguir serão descritas as principais recomendações dessa norma para análise do nível de vibração.

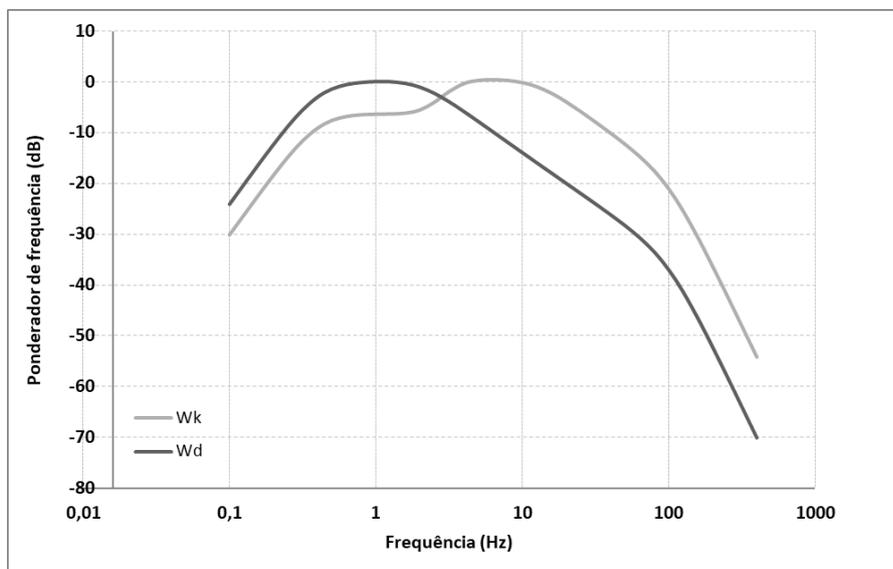
A ISO 2631-1 estabelece que toda vibração deve ser medida em termos da aceleração e toda análise deve ser realizada na aceleração ponderada de acordo com o sentido da vibração no usuário (eixos x , y e z - Figura 10). A ponderação é feita para considerar as frequências nas quais as pessoas são mais sensíveis e o sentido da vibração. Assim, existe uma curva de ponderação para cada sentido, sendo: W_k para vibrações no eixo z e W_d para as direções x e y . (Figura 11).

Figura 10 - Eixos do corpo humano



Fonte: ISO (1997)

Figura 11 - Curvas de ponderação da aceleração para os três eixos do corpo humano



Fonte: ISO (1997)

A ISO (1997) determina que a avaliação da vibração deve ser sempre realizada em termos da aceleração r.m.s. (root mean square) ponderada, de acordo com Equação 2:

$$a_w = \left[\frac{1}{T} \int_0^T a_w^2(t) dt \right]^{1/2} \quad \text{Equação 2}$$

Sendo:

a_w = aceleração r.m.s.

$a_w(t)$ = aceleração ponderada em função do tempo em m/s² ou rad/s²

T = tempo de duração da análise, em segundos.

Após determinada a aceleração ponderada r.m.s do sistema, a ISO (1997) estabelece o “fator de pico”, que é o módulo da razão da maior aceleração ponderada instantânea pela aceleração r.m.s. do período total de medição. Para sistemas com fator de pico menor que 9, pode-se utilizar o “Método básico de avaliação”. Caso o fator de pico seja maior, deve-se analisar outros métodos de avaliação, sendo importante calcular a aceleração com média móvel (running r.m.s.) e o valor da vibração em quarta potência (Fourth Power Vibration Dose – VDV). A aceleração de média móvel é calculada, geralmente, utilizando o período de integração de 1s. Dessa forma, a magnitude da vibração é definida como um máximo valor de vibração transiente (MTVV), que é o máximo valor no tempo de $a_w(t)$ (ISO 2631-1).

O valor máximo da vibração transiente (MTVV) é definido pela Equação 3:

$$MTVV = \max [a_w(t_0)] \quad \text{Equação 3}$$

O valor da vibração em quarta potência (Fourth Power Vibration Dose – VDV) é obtido em m/s^{1,75} e calculado pela Equação 4:

$$VDV = \left\{ \frac{1}{T} \int_0^T [a_w(t)]^4 dt \right\}^{1/4} \quad \text{Equação 4}$$

$a_w(t)$ = aceleração ponderada em função do tempo em m/s² ou rad/s²

T = tempo de duração da medição, em segundos.

De acordo com a ISO (1997), as experiências indicam ser importante utilizar métodos de avaliação adicionais para avaliação da vibração quando as seguintes taxas (Equações 5 e 6) são excedidas:

$$\frac{MTVV}{a_w} = 1,5 \quad \text{Equação 5}$$

$$\frac{VDV}{a_w \cdot T^{1/4}} = 1,75 \quad \text{Equação 6}$$

A norma ISO 2631-2 (ISO, 2003) afirma que níveis de vibração levemente acima do limite de percepção estabelecido no anexo C da ISO 2631-1 (ISO, 1997) já podem causar desconforto nos usuários dos edifícios. O anexo C da ISO 2631-1 afirma que metade das pessoas saudáveis podem perceber vibrações com pico de aceleração ponderada de 0,015m/s².

A ISO 10137 (ISO, 2007) trata do estado limite de vibrações excessivas. O anexo C dessa norma diz que, apesar da ISO 2631-2 (ISO, 2003) não fornecer os limites de conforto, eles ainda são relevantes para análise de vibração em edifícios. Assim, a ISO 10137 traz uma versão revisada dos limites suprimidos da ISO 2631-2 (ISO, 1989). A ideia é utilizar fatores multiplicadores (apresentados na Tabela 5) da curva base (Figura 12) para obter nível de aceleração r.m.s. abaixo do qual a probabilidade de desconforto aos usuários é baixa.

Tabela 5 - Fatores multiplicadores da curva base de conforto - Tabela C.1 da ISO 10137

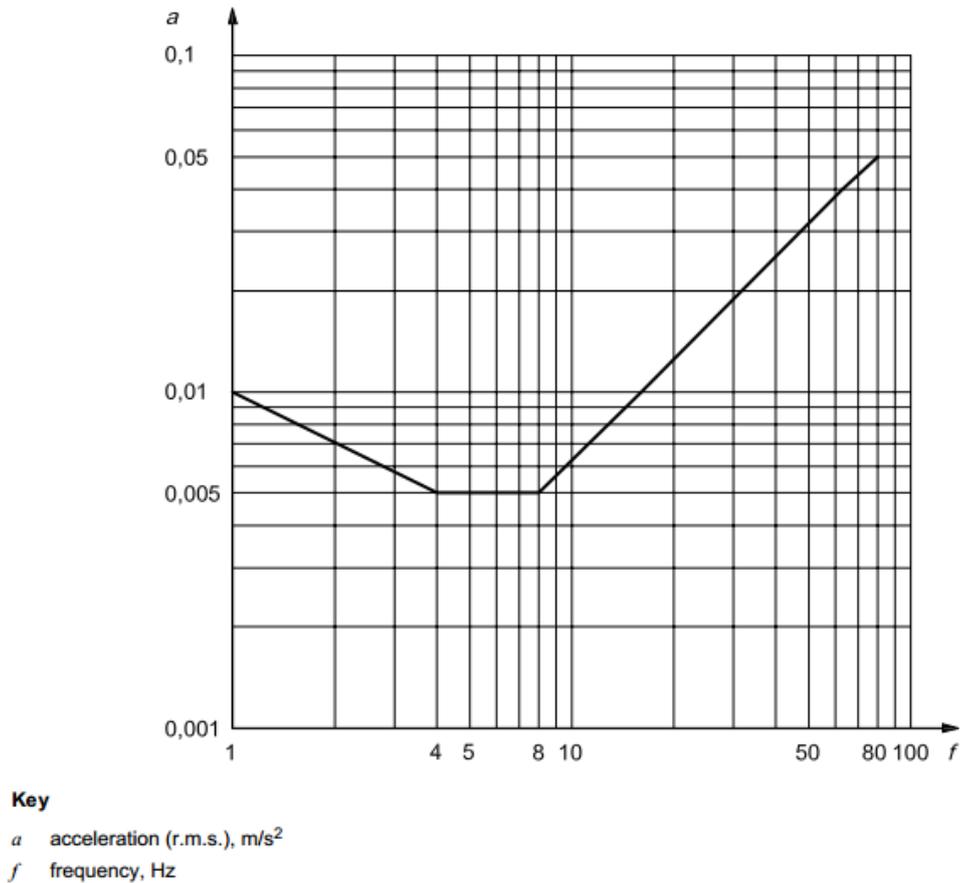
Local	Período	Fatores multiplicadores da curva base	
		Vibração contínua e intermitente	Vibração impulsiva e diversas vezes no dia
Áreas críticas de trabalho (ex. laboratórios de precisão)	Dia	1	1
	Noite	1	1
Residências	Dia	2 a 4	30 a 90
	Noite	1,4	1,4 a 20
Escritórios, áreas amplas	Dia	2	60 a 128
	Noite	2	60 a 128
Oficinas	Dia	8	90 a 128
	Noite	8	90 a 128

*Para maiores detalhes, consultar a ISO 10137 (ISO, 2007)

Fonte: ISO (2007)

A vibração pode ser considerada contínua se durar mais de 30 min a cada 24 h e intermitente se ocorrer mais de 10 vezes a cada 24 h (ISO, 2007). Caso seja analisado um escritório pouco movimentado, pode-se considerar que as vibrações causadas por pessoas caminhando são intermitentes, pois geralmente não possuem duração maior que 30 min sem intervalos. No caso de estruturas com grande fluxo de pessoas, a vibração pode se assemelhar mais a uma vibração contínua, de forma que o engenheiro deve saber o tipo de uso que a estrutura estará submetida quando da análise da vibração. A consideração da vibração contínua reduz consideravelmente o nível de vibração aceitável nas lajes (conforme pode ser visto na Tabela 5).

Figura 12 - Curva base de aceleração para vibração na direção pé-cabeça no eixo z das pessoas



Fonte: ISO (2007)

2.4.2 PCI

O Instituto de Concreto Pré-moldado (PCI) recomenda que o limite para análise do conforto dos usuários às vibrações seja em função da mínima frequência natural ideal para a laje. Essa frequência mínima depende da aceleração de pico permitida, da massa movimentada pela atividade, do grau de continuidade do sistema de laje, do ambiente no qual a vibração ocorre, da efetividade da interação entre os elementos estruturais e do nível de amortecimento (PCI, 2010).

Além de estabelecer a frequência mínima da laje, o manual também fornece um método simples para cálculo da frequência fundamental da laje (que é apresentado no item 2.5.3.1 desse texto).

Após estimar a frequência fundamental da laje, deve-se compará-la com a mínima estabelecida pelo manual, que fornece três métodos de análise distintos, cada um para um tipo de excitação: caminhar de uma pessoa, atividades rítmicas de diversas pessoas e equipamentos mecânicos. Qualquer frequência fundamental menor que 3 Hz deve ser evitada, pela possibilidade de sincronização das ações das pessoas nessa faixa de frequência.

Uma fórmula empírica (Equação 7) é fornecida para se determinar a frequência mínima que um sistema deve possuir a fim de evitar vibrações causadas pelo caminhar:

$$f_n \geq 2,86 \left[\ln \left(\frac{K}{\beta W} \right) \right] \quad \text{Equação 7}$$

Sendo:

f_n = frequência mínima da laje (Hz)

W = peso efetivo (kg)

O peso efetivo, W , deve ser o peso próprio do pavimento mais parte da carga de utilização (o mais realista possível). Para lajes sólidas ou alveolares, que são rígidas à torção, é recomendado considerar toda a massa do pavimento (largura igual ao vão) e não dividir a massa de acordo com o elemento (que possui, em geral, 1,25 m de largura).

Os valores de K e β variam de acordo com o uso da laje e são apresentados na Tabela 6:

Tabela 6 - Valores dos parâmetros K e β

Uso da estrutura	K (kN)	β
		0,02 ^a
Escritórios, residências, igrejas	58	0,03 ^b
		0,05 ^c
Comércio	20	0,02
Passarelas externas	8	0,01

a. Pisos com poucos elementos não estruturais e mobília, espaço aberto e igrejas
 b. Pisos com elementos não estruturais e mobília, divisórias
 c. Pisos com divisórias até o teto

Fonte: PCI (2004)

O PCI determina outro tipo de análise caso a excitação seja por atividade rítmica. Nesse caso, a frequência deve ser suficientemente maior que a frequência de excitação a fim de se evitar a ressonância da estrutura. Assim, a frequência mínima é calculada com base na resposta dinâmica do sistema de laje sujeito ao carregamento dinâmico (Equação 8).

$$f_n \geq f \sqrt{1 + \left(\frac{k}{a_g/g}\right) \left(\frac{\alpha_i w_p}{w_t}\right)} \quad \text{Equação 8}$$

Sendo:

a_g/g = fração da aceleração de pico pela aceleração da gravidade (ver Tabela 7);

f = frequência de excitação (ver Tabela 8);

k = constante adimensional: 1,3 para dança, 1,7 para concertos ou eventos esportivos e 2,0 para atividades aeróbicas;

α_i = coeficiente dinâmico (ver Tabela 8);

w_p = peso efetivo, por área, das pessoas participando da atividade rítmica (ver Tabela 8);

w_t = peso efetivo total, por área, correspondente ao peso das pessoas mais o peso do sistema de laje;

Tabela 7 – Limite de aceleração como fração da gravidade

Uso da estrutura	Limite de aceleração, fração da gravidade a_g/g^*
Escritório ou residências	0,004 – 0,007
Área de jantar	0,015 – 0,025
Levantamento de peso	0,015 – 0,025
Apenas atividades rítmicas	0,040 – 0,070
a_g = máxima aceleração r.m.s.	

Fonte: PCI (2004)

Tabela 8 – Parâmetros para cálculo da frequência mínima para atividades rítmicas

Atividade	Frequência de excitação - f (Hz)	Peso dos participantes w_p (kPa)	Coefficiente dinâmico - α_i
Dançar			
Primeiro harmônico	1,5 a 3,0	0,6	0,5
Concertos ou esportes			
Primeiro harmônico	1,5 a 3,0	1,5	0,25
Segundo harmônico	3,0 a 5,0	1,5	0,05
Atividades rítmicas (pulos)			
Primeiro harmônico	2,0 a 2,75	0,2	1,5
Segundo harmônico	4,0 a 5,50	0,2	0,6
Terceiro harmônico	6,0 a 8,25	0,2	0,1

Fonte: PCI (2004)

Em uma análise mais aprofundada, percebe-se que o PCI recomenda a fórmula proposta por MURRAY; ALLEN; UNGAR (1997), na qual se considera o limite de aceleração da ISO (ISO, 1989) para se obter a mínima frequência natural do piso, então, apesar do limite ser dado através da frequência mínima, a aceleração de pico da ISO também é respeitada.

O parâmetro fundamental nessa expressão é a massa modal da laje que participa no primeiro modo de vibração (W). Os autores ressaltam a necessidade de estudos aprofundados para auxiliar a estimar com precisão esse parâmetro. Além disso, a modelagem incerta de elementos fundamentais da laje, tais como condições de apoio, continuidade, rigidez lateral, etc. foi destacada como o maior problema para a estimativa precisa das propriedades modais da laje.

O manual ressalta que a frequência natural da laje pode ser estimada com precisão razoável, mas que o cálculo da frequência mínima necessária é baseado no amortecimento do sistema e na resposta humana, ambos fatores sujeitos a muita variação. Quando houver dúvidas a respeito da aceitabilidade de um sistema de piso projetado, o manual recomenda decidir através da análise do nível de conforto de sistemas similares, já construídos.

2.4.3 FIB

A Federação Internacional do Concreto (FIB) adota a abordagem de limitar a frequência fundamental da estrutura, a fim de distanciá-la da frequência natural do primeiro harmônico da atividade predominante para a qual a estrutura foi dimensionada. Assim, a Tabela 9 mostra as frequências mínimas que cada uso de laje deve possuir a fim de se evitar vibrações excessivas (FIB, 2014).

Tabela 9 - Frequências críticas em estruturas sujeitas a vibrações causadas pela movimentação de pessoas

Uso da estrutura	Frequência mínima (Hz)
Ginásios e centros esportivos	8,0
Salas de dança e concerto sem assentos fixos	7,0
Salas de concerto com assentos fixos	3,4
Áreas de trabalho críticas	1,0
Residências	1,4 – 4,0
Escritórios	4,0
Oficinas	4,0
Estruturas para pedestres e ciclistas	*

* Frequência natural entre 1,6 e 2,4 Hz e 3,5 e 4,5 Hz devem ser evitadas em estruturas para pedestres e ciclistas. Corredores podem causar vibrações em estruturas com frequência natural entre 2,4 e 3,5 Hz.

Fonte: FIB (2014)

2.4.4 NBR 6118

A ABNT NBR 6118:1980 não fazia referência nenhuma a vibrações em edifícios. Os únicos ELS existentes nessa norma antiga eram relativos às fissuras e deformações. Apenas na versão de 2003, a ABNT NBR 6118 estabeleceu o critério que limita a frequência mínima da estrutura para cada uso. Na versão atual (ABNT, 2014), essa seção foi mantida: a estrutura deve ter frequência fundamental 20% superior à frequência crítica de uso de cada ambiente, (Tabela 10). É importante destacar que a ABNT NBR 6118:2014 não especifica a direção da frequência crítica que ela apresenta na Tabela 10. As atividades humanas geram forças dinâmicas nas três

direções e todas podem causar vibrações excessivas, dessa forma, falta na norma brasileira esclarecer qual direção deve atender às frequências críticas da tabela.

Além da frequência mínima que a estrutura deve ter, a ABNT NBR 6118 limita o deslocamento vertical na estrutura a fim de se evitar vibrações sentidas no piso em 1/350 (deslocamento devido a ações variáveis).

Tabela 10 - Frequências críticas em estruturas sujeitas a vibrações causadas pela movimentação de pessoas

Uso da estrutura	Frequência crítica (Hz)
Ginásios e centros esportivos	8,0
Salas de dança e concerto sem assentos fixos	7,0
Passarelas de pedestres ou ciclistas	4,5
Escritórios	4,0
Salas de concerto com cadeiras fixas	3,5

Fonte: ABNT (2014)

A ideia de estabelecer a frequência crítica e exigir frequências maiores é distanciar a frequência fundamental da frequência de atividade a ser realizada na estrutura, reduzindo o risco de ressonância. No entanto, ainda existe a possibilidade de ressonância com as frequências mais altas (segundo, terceiro ou quarto harmônicos da força de excitação).

A limitação do deslocamento devido a cargas acidentais não consegue evitar a vibração excessiva, principalmente quando a laje analisada é protendida (caso da maior parte das lajes pré-moldadas), pois é possível ter pequenos deslocamentos mesmo com a laje esbelta. Além disso, lajes destinadas a locais de baixas ações variáveis podem atender ao deslocamento máximo e ainda assim apresentarem vibrações excessivas.

2.4.5 Bachmann

De acordo BACHMANN et al. (1997), a perceptibilidade do corpo humano às vibrações se relaciona com a aceleração quando a faixa de frequência é baixa, de 1 a 10 Hz. No caso de altas frequências naturais (de 10 a 100 Hz), a perceptibilidade é mais proporcional à velocidade da vibração. Dessa forma, o autor estabelece aceleração e velocidade máxima para cada grau de percepção (Tabela 11).

Tabela 11. Indicação do limiar da perceptibilidade para vibrações verticais

Descrição	Frequência de 1 a 10 Hz	Frequência de 10 a 100 Hz
	Aceleração de pico (m/s ²)	Velocidade de pico (m/s)
Somente perceptível	0,034	0,0005
Claramente perceptível	0,100	0,0013
Perturbador/desconfortável	0,550	0,0068
Intolerável	1,800	0,0138

Fonte: Bachmann et al. (1997)

Na laje com painéis alveolares e estrutura em concreto pré-moldado, esse critério se mostrou aderente aos níveis de vibração reais obtidos nos testes experimentais (MARCOS, 2015).

2.4.6 Sociedade do Concreto

O guia de análise de vibração induzida pelo caminhar da Sociedade do Concreto (WILLFORD; YOUNG, 2006) segue as recomendações da ISO, tanto com relação às grandezas analisadas (aceleração r.m.s, VDV), quanto ao limite de percepção (curva base da ISO). Além das considerações de limite de conforto, o guia apresenta diversas recomendações quanto à forma de análise numérica e os pontos considerados mais relevantes para análise do conforto de estruturas são apresentados nesse item.

Os autores utilizam a aceleração r.m.s. ponderada conforme indicado pela ISO 2631 e incluem o fator de resposta (R) para análise do conforto da estrutura. O fator R é a divisão do nível de aceleração da estrutura pelo limite de percepção médio humano, que é a curva base de aceleração da ISO 10137 (Figura 12). Assim, um fator R de 1 representa que a magnitude da vibração é apenas perceptível por uma pessoa típica.

Os autores afirmam que a vibração do caminhar é intermitente e que os piores níveis de vibração são com R=8 e estabelecem valor alvo de R<8 para o caminhar de uma pessoa para garantir que a estrutura atenda aos critérios de conforto de vibração.

No entanto, a vibração causada por diversas pessoas caminhando pode ser mais próxima de contínua do que intermitente. Nesses casos, o valor alvo de R<8 para o caminhar de uma pessoa deve ser reduzido por 2 nas seguintes circunstâncias:

- Edifícios de escritórios abertos, de alto padrão e quando atividades de precisão devem ser realizadas;
- Escritórios abertos, com corredores agitados próximos do meio do vão da laje;
- Áreas públicas de grande tráfego de pessoas e com áreas de sentar.

Segundo os autores, é possível considerar o efeito benéfico das divisórias, aumentando em 1,5 vezes o fator R em caso de lajes com muitas divisórias.

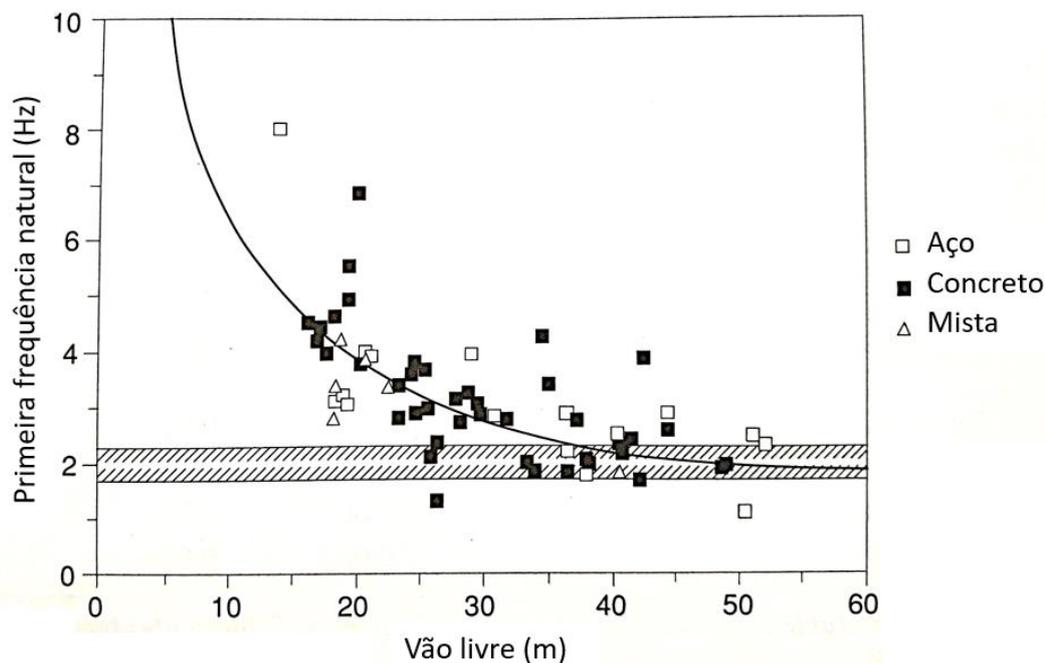
Considerando que a frequência do caminhar tipicamente varia de 1,5 Hz a 2,5 Hz, qualquer estrutura com frequência natural entre 1,5 Hz e 10,5 Hz (aproximadamente $4,2 \times 2,5$ Hz) é potencialmente susceptível a altas respostas de vibração devido à ressonância. A variação da frequência de excitação pode levar a estrutura a se aproximar a algum nível de ressonância com a frequência natural da estrutura, assim, é interessante variar, na análise numérica, a frequência da atividade exercida pelas pessoas, a fim de obter a maior resposta dinâmica da estrutura (WILLFORD; YOUNG, 2006).

Estruturas com frequência natural inferior a 10 Hz possuem comportamento dinâmico predominado pela resposta ressonante do caminhar. Nesse caso, os modos de vibração com frequência de até 15 Hz devem ser incluídos na análise numérica (WILLFORD; YOUNG, 2006).

2.4.7 Comentários

As frequências mínimas recomendadas para cada tipo de uso do piso, determinadas pela NBR 6118 (ABNT, 2014) e pela FIB (FIB, 2014) são similares, no entanto, a FIB não apresenta uma frequência mínima para passarelas como faz a NBR 6118, apenas orienta o projetista a evitar as frequências naturais prováveis de apresentar ressonância. Estruturas de passarelas reais, dificilmente apresentam frequência fundamental maior que 5,4 Hz (20% superior a 4,5 Hz) que é o limite da NBR 6118, pois são, em geral, estruturas esbeltas e com grandes vãos livres, como pode ser visto na Figura 13.

Figura 13 - Frequência natural de passarelas em função do vão



Fonte: adaptado de BACHMANN *et al.* (1997)

Ao analisar os valores de aceleração da curva base da ISO 10137 (ISO, 2007), observa-se que a aceleração deve ser inferior a $0,005\text{m/s}^2$ para a faixa de frequência de 4 a 8 Hz. Considerando fator multiplicador de 2 para se analisar escritórios, a aceleração limite (a_w) para essa faixa de frequência é de $0,01\text{ m/s}^2$. Pelo critério de Bachmann (BACHMANN *et al.*, 1997), estruturas com frequência fundamental menor que 10 Hz apresentam vibrações apenas perceptíveis com aceleração de pico de $0,034\text{ m/s}^2$. No entanto, não se deve comparar as acelerações dessas normas pois a curva da ISO deve ser utilizada para analisar a aceleração r.m.s. enquanto Bachmann considera valores de pico.

Nota-se que o método proposto pela Sociedade do Concreto (WILLFORD; YOUNG, 2006) baseia-se em adotar um fator multiplicador da curva base de aceleração da ISO 10137 e variar esse fator para se adequar a algumas outras situações. Para análise de escritórios sujeitos a pouco trânsito de pessoas (vibração impulsiva), os autores recomendam adotar multiplicador (fator R) limite de 8. No caso de escritórios com grande fluxo de pessoas (vibração contínua), fator R de 4. Ao comparar com os fatores indicados na Tabela 5, percebe-se que esse guia é mais permissivo que a ISO 10137 na análise de vibração contínua, porém é bem mais rígido na análise de vibração impulsiva. O guia da Sociedade do Concreto também considera o efeito

maléfico da posição do caminhar das pessoas, reduzindo pela metade a aceleração máxima quando a laje possui corredores no meio do vão da laje. Por outro lado, efeito benéfico das divisórias nas vibrações também é considerado, aumentando em 50% o fator R.

O guia da Sociedade do Concreto também indica que devem ser considerados os modos de vibração com frequência até 15 Hz na análise numérica. Além disso, as frequências de excitação devem ser variadas a fim de obter o maior nível de excitação.

Considerando-se que a ISO 10137 estabelece amplos intervalos de fatores multiplicadores da curva base de aceleração para análise de vibração impulsiva, o valor de 8 indicado pela Sociedade do Concreto (WILLFORD; YOUNG, 2006) pode ser um bom parâmetro para os projetistas utilizarem na análise de vibração causada pelo caminhar de pessoas, pois os autores afirmam que o método por eles proposto foi testado com sucesso em diversos edifícios.

2.5 Métodos de análise

O comportamento dinâmico das estruturas pode ser estudado de três maneiras distintas: análise experimental, análise numérica e análise com cálculo manual e simplificado das frequências.

Nas últimas décadas, os princípios da análise experimental para se obter parâmetros modais permitiram melhor entendimento e controle das vibrações. Além disso, a popularização do método dos elementos finitos (FEM) e a rápida evolução das tecnologias computacionais forneceram ótimas ferramentas de análise para os engenheiros. Nesse contexto, a identificação experimental dos parâmetros modais da estrutura proporciona bases seguras para os engenheiros compreenderem melhor o comportamento dinâmico da estrutura, permitindo discriminar erros decorrentes de discretização ou de simplificações inadequadas para o modelo numérico (RAINIERI; FABBROCINO, 2014).

A análise experimental é a maneira mais plena de se conhecer a resposta dinâmica da estrutura, pois permite obter, experimentalmente, a taxa de amortecimento da estrutura, as frequências naturais e modos de vibração. As análises experimentais são comuns para estruturas aeronáuticas, automobilísticas, etc. quando o protótipo pode ser submetido a diversos ensaios antes da produção. No entanto, para estruturas de edifícios, dificilmente é possível fazer um

protótipo da estrutura para ensaiá-la. Assim, para esses casos, é usual realizar ensaios em estruturas já prontas, a fim de se obter as características dinâmicas para cada tipo de estrutura.

A análise através de cálculo manual para verificar a vibração de lajes é mais acessível a todos os engenheiros, pois não exige programas de elementos finitos. No entanto, pode ser imprecisa para lajes com formas complexas. Assim, é uma ferramenta interessante para conseguir prever o comportamento de lajes com geometrias mais simples.

A análise numérica é uma ferramenta com muito potencial para análise do comportamento dinâmico das lajes. Com os programas computacionais é possível simular a estrutura antes da execução e sugerir alterações para que possa satisfazer os critérios de conforto e segurança. Para isso, é crucial fazer a correta representação da estrutura no modelo numérico.

2.5.1 Análise experimental

A análise experimental permite conhecer através de ensaio dinâmico os parâmetros modais da estrutura, tais como frequências naturais, modos de vibração e taxa de amortecimento.

De forma geral, podem-se dividir os ensaios dinâmicos em dois tipos: análise modal experimental (EMA) e análise modal operacional (OMA). No caso da EMA, são medidas as forças que geram as movimentações da estrutura e a resposta da estrutura. Por outro lado, a OMA apenas mede a resposta da estrutura.

A utilização da EMA nas estruturas civis apresenta um desafio, por se tratarem de estruturas grandes e baixa faixa de frequência. A aplicação de uma força medida e controlada é uma tarefa complexa, que requer equipamentos caros e pesados. Por esse motivo, a OMA é mais vantajosa para análise desse tipo de estrutura (RAINIERI; FABBROCINO, 2014).

A ideia por trás da OMA é utilizar a força ambiental e operacional (vento, trânsito, micro-tremores, etc.) para excitar a estrutura. Dessa forma, ao invés de atrapalharem a medição (como no caso da EMA), essas forças ambientais possibilitam a identificação modal da estrutura com a OMA.

A OMA é uma técnica muito atrativa, pois os testes são mais baratos e rápidos, além de não interferirem no uso normal da estrutura. Outra vantagem é que os parâmetros modais

identificados são representativos do comportamento real da estrutura em sua situação de uso, não há vibração artificialmente gerada. No entanto, a baixa amplitude das vibrações exige equipamentos mais sensíveis, com baixo ruído e com alto desempenho de medição (RAINIERI; FABBROCINO, 2014).

Medições de boa qualidade são o primeiro passo para o sucesso da identificação modal. Qualquer método da OMA será ineficiente se os dados estiverem com muito ruído. Dados de medição pobres podem ser resultado de escolha inadequada dos sensores, bem como dos pontos de medição.

Os principais componentes de um ensaio de análise modal são: estrutura ensaiada, transdutores de movimento, sistema de aquisição de sinal, sistema de processamento do sinal.

Transdutores: o papel dos transdutores é transformar a grandeza física (deslocamento, velocidade ou aceleração) em sinal elétrico.

Sistema de aquisição de sinal: o sistema de aquisição converte o sinal análogo dos sensores em sinal digital.

A definição da disposição dos sensores e a forma de fixá-los na estrutura influencia a identificação modal da estrutura ensaiada. Enquanto o método de fixação pode influenciar na extensão da frequência estudada, a possibilidade de observar modos de vibração próximos depende da disposição dos sensores (RAINIERI; FABBROCINO, 2014).

Em alguns casos, a quantidade disponível de sensores (ou canais no sistema de aquisição) não é suficiente para obter a resolução espacial desejada para estimativa da deformada modal. Nesse caso, é necessário realizar diversos testes para cobrir todos os pontos de interesse. No entanto, a estimativa da deformada modal de diversos testes diferentes não podem ser simplesmente juntados para se obter a deformada modal da estrutura inteira. A força de excitação não é medida na OMA e, conseqüentemente, a estimativa da deformada modal não pode ser escalonada para completar as propriedades de ortogonalidade da matriz de massa. Na OMA são obtidas deformadas modais não-escalonadas, que podem variar de teste para teste. Nessas condições, a única forma de unir as deformadas modais parciais de diversos testes é manter fixo uma quantidade de sensores (N_{ref} – sensores de referência), enquanto varia a posição de outros sensores a cada teste (N_{mov} – sensores que mudam de posição). A componente

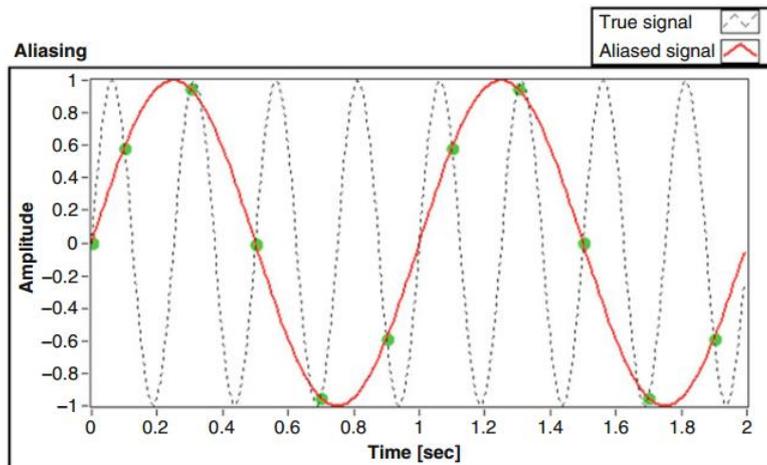
da deformada obtida nos pontos N_{ref} é relacionada a cada teste através de uma constante, que possibilita unificar todos os testes para gerar a deformada modal da estrutura inteira (RAINIERI; FABBROCINO, 2014).

É importante destacar que, se em algum modo de vibração a componente do ponto N_{ref} for muito pequena, o fator de escala pode ser afetado com muito ruído. Assim, é recomendado utilizar vários pontos N_{ref} a fim de garantir grandes componentes em todas as deformadas modais. Quando houver apenas um ponto N_{ref} , ele deve ser cuidadosamente escolhido, a fim de evitar possíveis nós modais da estrutura.

A frequência de aquisição é o parâmetro mais importante do ensaio. Ela não pode ser muito baixa, pois ela determina a faixa de frequência que pode ser investigada, mas também não pode ser tão alta a ponto de ter um alto custo computacional e analisar fora da faixa de frequência de interesse. Pelo teorema de Shannon, a frequência de aquisição deve ser pelo menos o dobro da máxima frequência de interesse da estrutura, também conhecida como frequência de Nyquist ($f_{Nyquist} = 2 \cdot f_{interesse}$) (RAINIERI; FABBROCINO, 2014).

Um problema típico de análise de sinal digital causado pela discretização do sinal é chamado de *aliasing*. Esse problema se deve à discretização do sinal contínuo, quando a amostra do sinal é muito lenta e, como consequência, frequências maiores aparecem como frequências menores, causando erro de amplitude e de frequência no sinal (Figura 14). Para que não haja erro na análise do sinal digital, é necessário remover todos os componentes de frequência no sinal analógico que sejam acima da frequência de aquisição, antes de converter o sinal analógico em digital. Um filtro analógico passa-baixo aplicado antes dessa conversão permite restringir a faixa de frequência do sinal analógico original. Esse filtro é frequentemente chamado de filtro anti-aliasing (RAINIERI; FABBROCINO, 2014).

Figura 14 - Exemplo de aliasing



Fonte: Rainieri e Fabbrocino (2014)

Além de filtro analógico, como o anti-aliasing, ainda podem existir componentes de frequência indesejados no sinal, sendo necessário utilizar filtros digitais. Além dos filtros digitais, pode-se utilizar janelas para melhorar o sinal. No caso da identificação modal, filtros passa-alta são frequentemente utilizados para remover frequências próximas da corrente contínua, enquanto os filtros passa-baixa são utilizados para excluir componentes de frequências altas para a decimação. Os sinais obtidos geralmente são amostrados em uma frequência maior que a necessária para análise e a decimação é utilizada para reduzir a taxa de amostragem (RAINIERI; FABBROCINO, 2014).

A OMA é baseada nas seguintes hipóteses (RAINIERI; FABBROCINO, 2014):

- **Linearidade** – a resposta da estrutura é proporcional à força que nela atua;
- **Estacionaridade** – as características dinâmicas da estrutura não variam com o tempo
- **Observabilidade** – a disposição dos sensores foi adequadamente pensada, evitando pontos nodais.

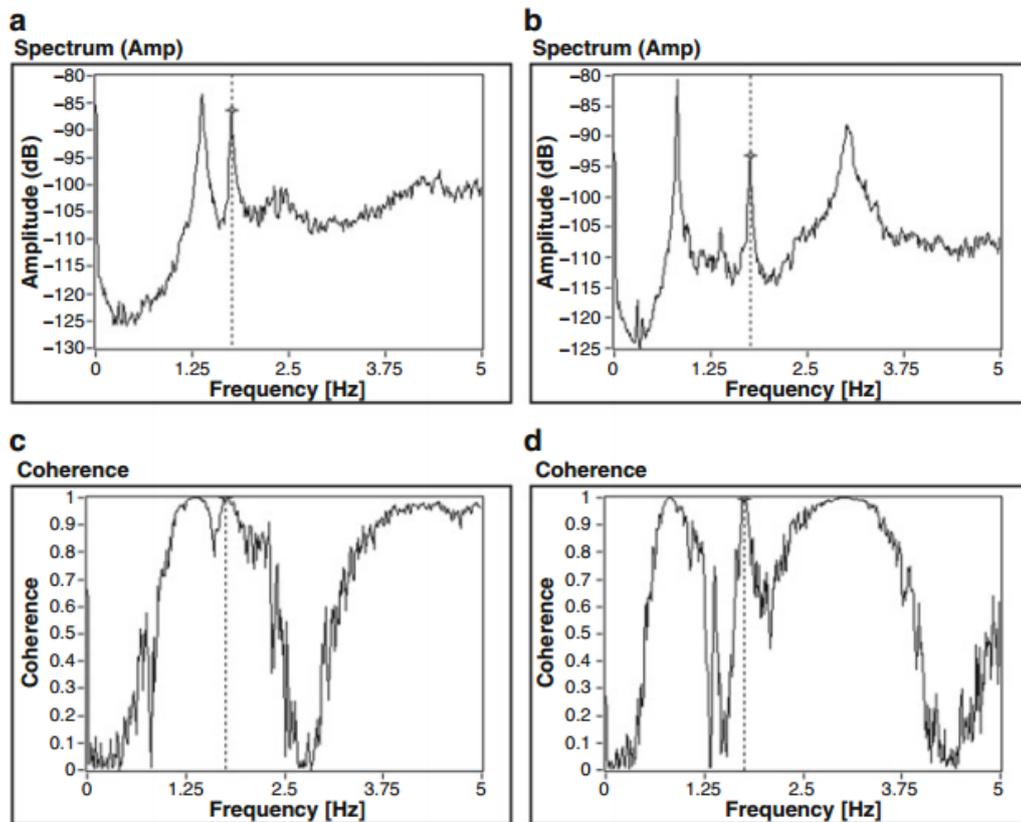
Além disso, como a força de excitação é desconhecida, é necessário fazer algumas hipóteses. Se a estrutura é excitada por ruído branco, ou seja, a força de excitação é constante para todas as frequências, todos os modos de vibração serão igualmente excitados e o sinal medido terá informação completa da estrutura. No entanto, esse é raramente o caso e se assume que a estrutura é excitada por forças desconhecidas que são geradas por excitação de um sistema

forçado por ruído branco. Assim, com essa hipótese, a resposta medida pode ser interpretada como o resultado de um sistema combinado, gerado pela excitação do sistema e da estrutura em série, com um ruído estacionário, de média nula e distribuição Gaussiana (RAINIERI; FABBROCINO, 2014).

A primeira distinção dos métodos de identificação modal é entre métodos paramétricos e métodos não-paramétricos. Se um modelo é ajustado aos dados, a técnica é chamada de paramétrica. Esses procedimentos são mais complexos e demandam mais análise computacional se comparados com os não-paramétricos. No entanto, os métodos paramétricos apresentam melhor performance com relação aos não-paramétricos, que tem a vantagem de ser mais rápidos e simples de utilizar. Uma outra divisão clássica entre os métodos de identificação modal é com relação ao domínio de implementação: existem métodos no domínio da frequência e no domínio do tempo (RAINIERI; FABBROCINO, 2014).

O método mais básico para análise no domínio da frequência é o método de seleção de picos. O nome do método deriva do fato dos modos serem identificados selecionando-se os picos nos gráficos de Power Spectrum Density (PSD). Esse método se baseia na hipótese de que, próximo da ressonância, apenas um modo é dominante. Primeiramente, as frequências naturais são obtidas através dos picos nos gráficos (Figura 15). A análise da função coerência entre duplas de canais ensaiados auxilia no suporte da identificação dos verdadeiros modos de vibração da estrutura. Em seguida, as deformadas modais associadas às frequências identificadas são obtidas de uma das colunas da matriz de PSD. Para isso é necessário selecionar o ponto N_{ref} .

Figura 15 - Seleção dos picos relativos às frequências naturais



Fonte: Rainieri e Fabbrocino (2014)

Maiores detalhes a respeito da teoria e dos métodos de OMA e também EMA para se executar um ensaio pode ser estudado em Ewins (2000) e Rainieri e Fabbrocino (2014).

2.5.2 Análise numérica

A maior parte dos critérios de conforto necessita da frequência fundamental da estrutura, sendo essencial conhecê-la na etapa de projeto. O cálculo manual da frequência fundamental é incapaz de estimar as frequências naturais com a precisão necessária, pois são necessárias diversas simplificações das condições reais da estrutura. Considerar o comportamento dinâmico da laje como um sistema de um grau de liberdade (1GDL) é pouco realista para a maior parte das estruturas. Apesar de ser simples e popular no passado, a modelagem como 1GDL não é adequada para pisos de concreto moldado no local, pois existem modos de vibração próximos e é difícil manter as propriedades de massa, rigidez e amortecimento da laje em um sistema de um grau de liberdade (PAVIC, ALEKSANDAR et al., 2001). Atualmente as ferramentas de

modelagem com elementos finitos são acessíveis e úteis para simular o comportamento dinâmico das estruturas antes de construí-las. No entanto, devem-se analisar cuidadosamente as condições de contorno, excitação devido ao caminhar e rigidez da estrutura a serem utilizadas no modelo numérico.

A análise de vibrações provocadas por atividades humanas tem sido tema de diversas pesquisas recentes. Shahabpoor et al. (2017a) desenvolveram método para análise de vibração de estruturas para pedestres incorporando a interação homem-estrutura e a variação do caminhar entre as pessoas nas forças do caminhar. O modelo proposto analisa a vibração no local que o usuário a percebe, não com a máxima vibração da estrutura, como é feito usualmente. Na análise da estrutura, Shahabpoor et al. (2017b) aprofundou o estudo na determinação das propriedades dinâmicas da estrutura com grupo de pessoas caminhando.

Visando evitar vibrações prejudiciais a equipamentos sensíveis (por exemplo, de nanotecnologia), Friehe, Heinemeyer e Feldmann (2017) propuseram um método de projeto simplificado, chamado de “HIVOSS”, para verificar as vibrações devido ao caminhar de pessoas. No método, a laje é representada por um sistema de um grau de liberdade sujeita à força do caminhar de uma pessoa. Em seguida a resposta dinâmica da estrutura é comparada com uma curva limite de velocidade de vibração para equipamentos, obtendo-se um diagrama com a frequência natural da laje, massa e o nível de “aceitabilidade” do piso. Mas, deve-se ter atenção ao representar as lajes com a simplificação de um grau de liberdade.

A vibração em lajes exige cuidado para ser avaliada, pois, além de depender da forma estrutural, também sofre influência da massa existente na estrutura, presença e distribuição das divisórias de ambientes e o tipo de atividade que será realizada sobre a laje. Todos esses fatores são relevantes, as paredes de alvenaria não-estrutural ou divisórias em gesso acartonado, por exemplo, podem aumentar em até 30% a frequência fundamental da laje. O efeito das divisórias pode ser considerado no modelo numérico incluindo-se rigidez de mola linear entre os pisos. A rigidez da mola é menor que a obtida considerando-se a seção transversal ideal das divisórias, mas seu valor é proporcional à rigidez das paredes (DEVIN; FANNING; PAVIC, 2015).

Nessa seção é discutido cada item que influencia o comportamento dinâmico das lajes e que necessitam ser considerados na modelagem numérica de lajes pré-moldadas.

2.5.2.1 Efeito da força de protensão

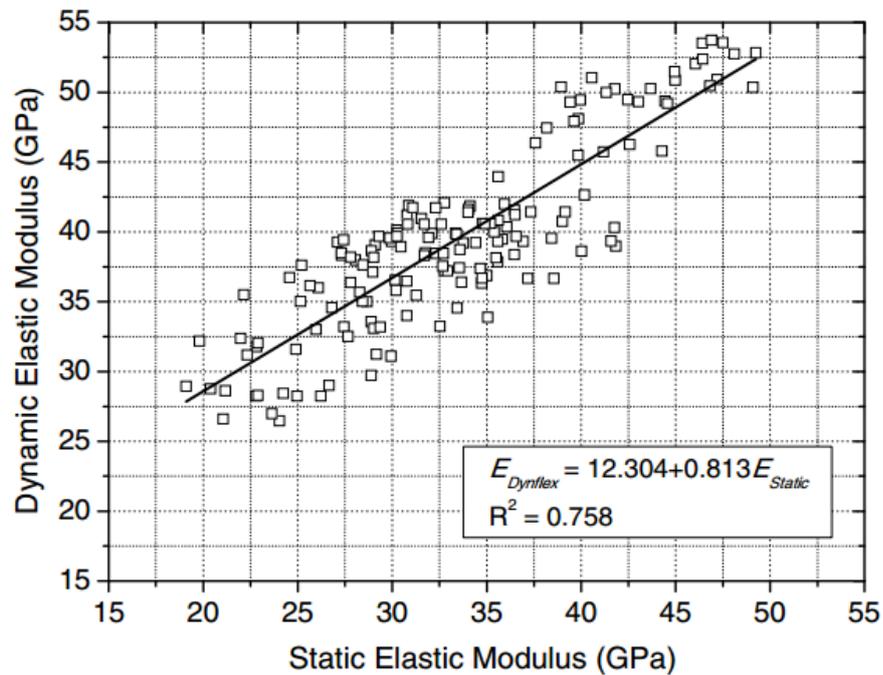
A força de protensão no comportamento dinâmico das lajes é um assunto controverso. Alguns autores, tais como Eriksson (1994) afirmam que a protensão, sendo uma força axial, reduz a frequência natural da estrutura pelo efeito de segunda ordem. Isso é demonstrado por Clough e Penzien (1975), que mostra a redução da rigidez elástica do sistema gerada por uma força axial excêntrica. No entanto, Pavic e Reynolds (2002b) ressaltam que a protensão interna no concreto não gera forças adicionais na direção do deslocamento nodal, uma vez que não há efeito de segunda ordem com a protensão: os cabos se deslocam junto com a estrutura. Dessa forma, as forças de protensão interna não devem ser consideradas na análise dinâmica das estruturas de concreto protendido. No caso de forças axiais externas ao elemento, susceptíveis a excentricidade e então aos efeitos de segunda ordem, pode ser necessário considerá-las no modelo.

A protensão interna não gera redução da rigidez elástica do sistema pelo efeito de segunda ordem, no entanto, a protensão resulta, na maioria das vezes, em estruturas fletidas não fissuradas, de forma que os elementos podem ser considerados com toda a inércia da seção transversal no modelo.

2.5.2.2 Módulo de elasticidade dinâmico do concreto

Sob ações dinâmicas, grande parte das propriedades dos materiais, tais como o módulo de elasticidade, resistência e limites de deformação, são diferentes se comparados com os valores obtidos para carregamento lento ou quase estático (BACHMANN et al., 1997). O módulo de elasticidade do concreto é de fundamental importância para a determinação da frequência natural bem como da resposta dinâmica da estrutura. Dessa forma, na análise dinâmica, deve ser considerado o módulo de elasticidade dinâmico do concreto, que é aproximadamente 20, 30 e 40% maior que o módulo de elasticidade estático para alta, média e baixa resistência respectivamente (MEHTA e MONTEIRO 2005). Isso pode ser percebido claramente na Figura 16, que ilustra a relação do módulo de elasticidade dinâmico obtido através do ensaio acústico com o módulo de elasticidade tangente inicial do concreto, obtido por ensaio estático.

Figura 16 - Relação entre módulo de elasticidade dinâmico e estático



Fonte: Carrazedo *et al.* (2018)

Carrazedo *et al.* (2018) estudaram as características mecânicas do concreto através de ensaios dinâmicos e estáticos em corpos-de-prova de diversas resistências à compressão. Eles propõem uma relação linear entre o módulo de elasticidade dinâmico e estático (Equação 9). A partir dos ensaios realizados, a formulação para cálculo do módulo de elasticidade estático que apresentou melhor aderência com os resultados experimentais é a proposta pelo CEN (2004) (Equação 10).

$$E_{DynFlex} = 12,304 + 0,813 E_{Estático} \text{ (GPa)} \quad \text{Equação 9}$$

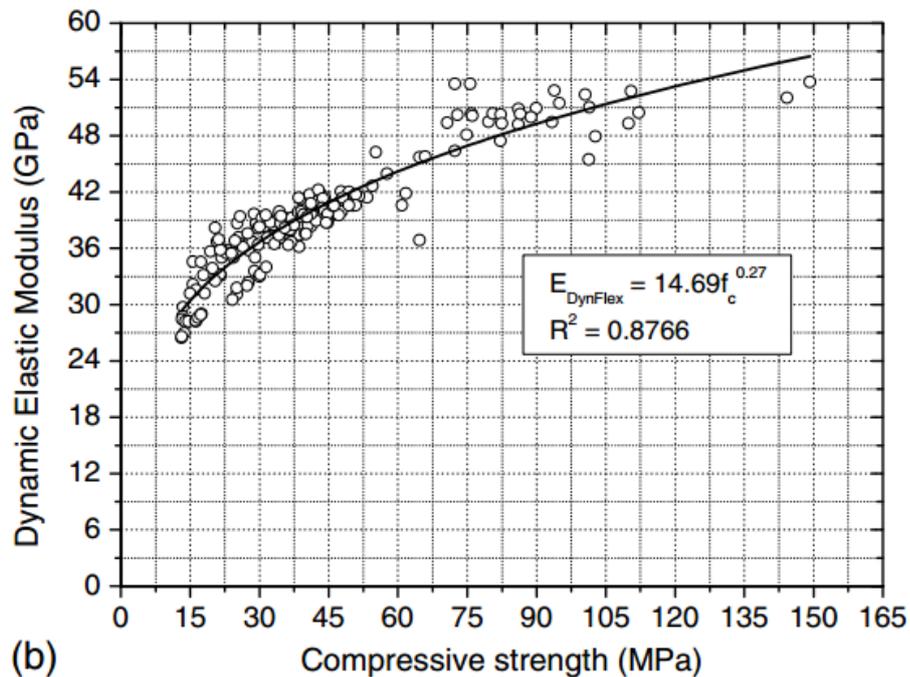
$$E_{Estático} = 22,000(f_c/10)^{0,3} \text{ (MPa)} \quad \text{Equação 10}$$

Sendo:

f_c = resistência à compressão do concreto (MPa)

Quando não for possível realizar ensaio dinâmico no concreto utilizado na obra, pode-se utilizar o gráfico da Figura 17 para se estimar o módulo de elasticidade dinâmico a partir da resistência à compressão do concreto ou as Equações 9 e 10.

Figura 17 - Relação entre módulo de elasticidade dinâmico e resistência à compressão



Fonte: Carrazedo *et al.* (2018)

2.5.2.3 Amortecimento

Qualquer mecanismo de dissipação de energia da vibração de um sistema é chamado de amortecimento. Infelizmente o fenômeno físico real do amortecimento em sistemas de laje não é bem conhecido, pois o amortecimento tende a ser uma mistura de diversos mecanismos de dissipação de energia na estrutura e é extremamente difícil de distinguir a contribuição individual de cada um (PAVIC, ALEKSANDAR *et al.*, 2001).

Na maior parte das estruturas civis é aceitável considerar o amortecimento viscoso na modelagem em elementos finitos, ou seja, amortecimento proporcional à velocidade. Apesar desse amortecimento não representar o real mecanismo de dissipação de energia da estrutura, ele consegue considerar a dissipação geral de energia de uma laje em oscilação, além de ser matematicamente conveniente (PAVIC, ALEKSANDAR *et al.*, 2001).

Os amortecimentos modal e proporcional são os dois modelos mais comuns e adequados para análise dinâmica de lajes em elementos finitos. Desses dois, o primeiro possui significado mais físico, pois pode ser medido através de testes modais experimentais. Além disso, a maior

parte dos amortecimentos medidos e disponíveis na literatura é o amortecimento modal. Finalmente, o amortecimento modal pode mudar para diferentes modos de vibração, o que não é possível com o amortecimento proporcional, por depender apenas de dois parâmetros correspondentes à menor e à maior frequência de interesse. Dessa forma, a fim de se produzir modelos numéricos mais versáteis e possíveis de serem verificados experimentalmente, é prudente se adotar taxa de amortecimento modal. Entretanto, é complexo determinar o amortecimento modal, pois há poucos trabalhos publicados que fornecem o amortecimento modal dos modos mais altos e nos modos baixos e as taxas de amortecimento variam de 1% a 14% do amortecimento crítico. Além disso, também são escassas as medidas de amortecimento em lajes de escritórios com móveis (PAVIC, ALEKSANDAR et al., 2001).

O amortecimento é afetado por todas as características da laje. Em lajes de estruturas de “steel frame” a taxa de amortecimento varia em quase 10 vezes de acordo com o acabamento da laje, conforme é apresentado na Tabela 12 (SMITH; HICKS; DEVINE, 2009):

Tabela 12 - Taxa de amortecimento para lajes de steel frame

ζ	Acabamento da laje
0,5%	Estruturas totalmente soldadas (escadas, por exemplo)
1,1%	Lajes completamente vazias ou com poucos móveis
3,0%	Lajes completamente equipadas e com móveis em uso normal
4,5%	Lajes em que as divisórias interrompem modos de vibração relevantes

Fonte: Smith; Hicks; Devine (2009)

As lajes de madeira também apresentam grande variação da taxa de amortecimento dependendo do estado em que ela se encontra. Enquanto as lajes sem acabamento apresentam amortecimento em torno de 2,5%, as lajes com acabamento tem a taxa de amortecimento de 10% (EBADI; DOUDAK; SMITH, 2019).

Estudo experimental em lajes nervuradas (nervuras pré-moldadas e blocos cerâmicos) mostrou que elas apresentam taxa de amortecimento alto (em torno de 10%), provavelmente devido ao atrito dos blocos cerâmicos com o concreto da nervura e da capa (PAVIC, A.; MISKOVIC; ŽIVANOVIĆ, 2008). Ressalta-se, contudo, que são escassos os relatos de

amortecimentos tão elevados em estruturas de concreto, de forma que não se recomenda o uso de valores assim tão elevados na análise destes pavimentos.

As lajes alveolares com vãos similares e sem acabamento possuem amortecimento de aproximadamente 0,7% quanto apoiadas em vigas metálicas (LIU *et al.*, 2017) e de 1,6% quando apoiado em vigas de concreto (MARCOS, 2015).

Percebe-se que o amortecimento sofre grande variação dependendo das características da estrutura, quantidade de móveis, tipo de acabamentos, existência de divisórias, etc. Dessa forma, cabe ao projetista estimar o amortecimento esperado para o tipo de estrutura na etapa de modelagem numérica para verificação do nível de vibração.

2.5.2.4 Método de análise

A análise do conforto com relação às vibrações na estrutura pode ser feita a partir de modelo linear, pois trata-se de análise em serviço, no qual as forças atuantes na estrutura são menores que as forças utilizadas para o cálculo no ELU, quando ocorrem fissurações e plastificações. Além disso, a resposta dinâmica da vibração causada por pessoas envolve poucos dos modos de vibração mais baixos e pode ser necessário calcular a resposta em longo período de tempo (geralmente mais de 50 vezes o período do modo de vibração mais baixo). Assim, o método de superposição modal é o mais adequado na análise de vibração causada por pessoas, pois é mais eficiente nesses casos (PAVIC, ALEKSANDAR *et al.*, 2001).

2.5.2.5 Massa do sistema

Atualmente, os edifícios possuem espaços amplos e flexíveis, que podem se adaptar para diversos usos e em geral, as divisórias são executadas com materiais leves (gesso acartonado, por exemplo). A mudança de hábitos nos escritórios, com menos arquivos em papel e divisórias escassas e leves diminuem a massa de móveis na estrutura. Assim, realizar a análise dinâmica da estrutura com a massa igual à ação variável de norma do ambiente pode não ser representativo da situação de serviço do edifício. A massa a ser considerada deve ser cuidadosamente analisada, dependendo de cada tipo de utilização. A recomendação é que ao se verificar as vibrações em lajes na etapa de projeto, deve-se considerar uma massa de apenas 10% da ação variável de cálculo do piso, pois é o valor mais próximo do encontrado na situação de uso da estrutura (PAVIC ET AL 2001).

2.5.2.6 Geometria do modelo

O cálculo dos níveis de vibração através do método dos elementos finitos exige um modelo numérico realista, que consiga representar a distribuição da massa, rigidez lateral, condições de contorno e excitação devido à atividade da pessoa (ou pessoas). Modelos extremamente detalhados que envolvem toda a estrutura do edifício, apesar de bem representativos, podem elevar o custo computacional de maneira desproporcional à qualidade dos resultados. É interessante se obter um modelo equilibrado, com simplificações capazes de representar a estrutura real com custo computacional menor, principalmente no caso da análise paramétrica, na qual o modelo será processado diversas vezes. Dessa forma, no caso das lajes, é necessária uma abordagem especial para que o modelo consiga representar a ortotropia gerada pelos alvéolos e nervuras com baixo custo computacional.

A modelagem dos pilares também merece atenção, pois a rigidez deles pode alterar o comportamento dinâmico do sistema. Nos trabalhos publicados, os pilares são tratados desde apoios articulados a apoios rígidos. Os apoios simples são corriqueiramente utilizados pela simplificação, mas isso reduz a frequência natural e pode gerar um comportamento dinâmico não adequado. No entanto, o mesmo modelo com apoios rígidos para simular os pilares pode ter alta frequência natural e satisfazer (erroneamente) aos requisitos de serviço de vibrações (PAVIC, ALEKSANDAR; REYNOLDS, 2002).

a) Modelo das lajes alveolares

As lajes alveolares possuem inércia longitudinal e transversal diferentes, devido aos alvéolos. Simular as lajes alveolares como elementos sólidos é a melhor maneira de se obter o momento de inércia mais realista da laje, mas os modelos se tornam computacionalmente caros. Dessa forma, a simulação das lajes como elementos de placa ou casca se torna a opção mais viável.

Essa tipologia de laje exige um tratamento diferente para representar sua geometria, pois os vazios geram rigidez diferente em cada direção da laje. Assim, torna-se necessário estudar o melhor modelo para representar corretamente a ortotropia gerada pelos alvéolos nas lajes alveolares.

Liu, Battini e Pacoste (2018) estudaram alguns modelos numéricos para representar as lajes alveolares, comparando os resultados de modelos de casca com resultado experimental. Nesse trabalho, os autores calcularam a espessura e a densidade da laje de forma a manter a inércia no sentido principal da laje e a sua massa. Foi utilizado o material de lâmina no Abaqus e eles estabeleceram coeficientes multiplicadores do módulo de elasticidade do concreto para obter o módulo de elasticidade na direção perpendicular à direção principal (direção 2) e o módulo de cisalhamento G_{12} . Os coeficientes foram obtidos através de otimização do modelo numérico, comparando-se os resultados numéricos com dados experimentais. Os coeficientes que apresentaram menor erro (da ordem de 3% a 5%) nas frequências naturais são apresentados nas Equações 11 e 12:

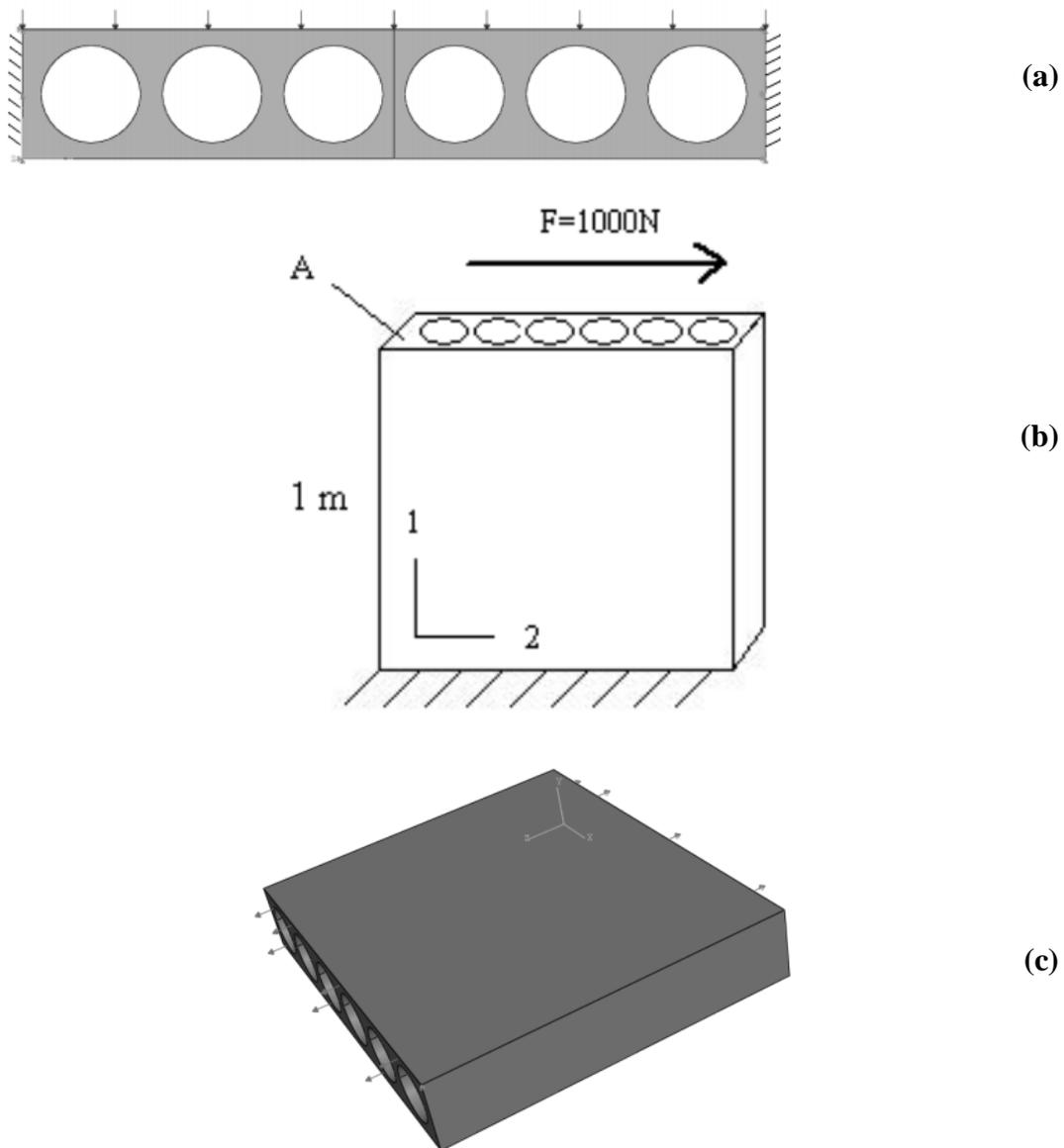
$$E_2 = 0,45 \cdot E_1 \quad \text{Equação 11}$$

$$G_{12} = 0,5 \cdot \sqrt{E_1 \cdot E_2} \quad \text{Equação 12}$$

No entanto, esses coeficientes foram adequados para a seção transversal do estudo e podem sofrer alterações de acordo com a seção transversal da laje alveolar analisada.

Em seu estudo sobre lajes alveolares, Johansson (2009) simulou as lajes como elementos de casca com material ortotrópico (lâmina do Abaqus), cujas propriedades foram obtidas através dos modelos apresentados na Figura 18. A fim de obter o módulo de elasticidade na direção 2 (E_2), foi aplicada força distribuída em uma seção engastada nas duas extremidades (modelo (a) da Figura 18). Para obtenção do módulo de cisalhamento G_{12} , foi aplicada uma força de cisalhamento no elemento de sólido, conforme mostrado na Figura 18 (b) e para obter o coeficiente de Poisson ν_{12} , foi aplicada uma tração na direção dos alvéolos (Figura 18-c). A partir dos deslocamentos gerados no sólido, a autora calculou as propriedades equivalentes do material ortotrópico a fim de obter mesmos deslocamentos.

Figura 18 - Modelos numéricos para determinar (a) módulo de elasticidade na direção 2, (b) módulo de cisalhamento G_{12} e (c) coeficiente de Poisson ν_{12}



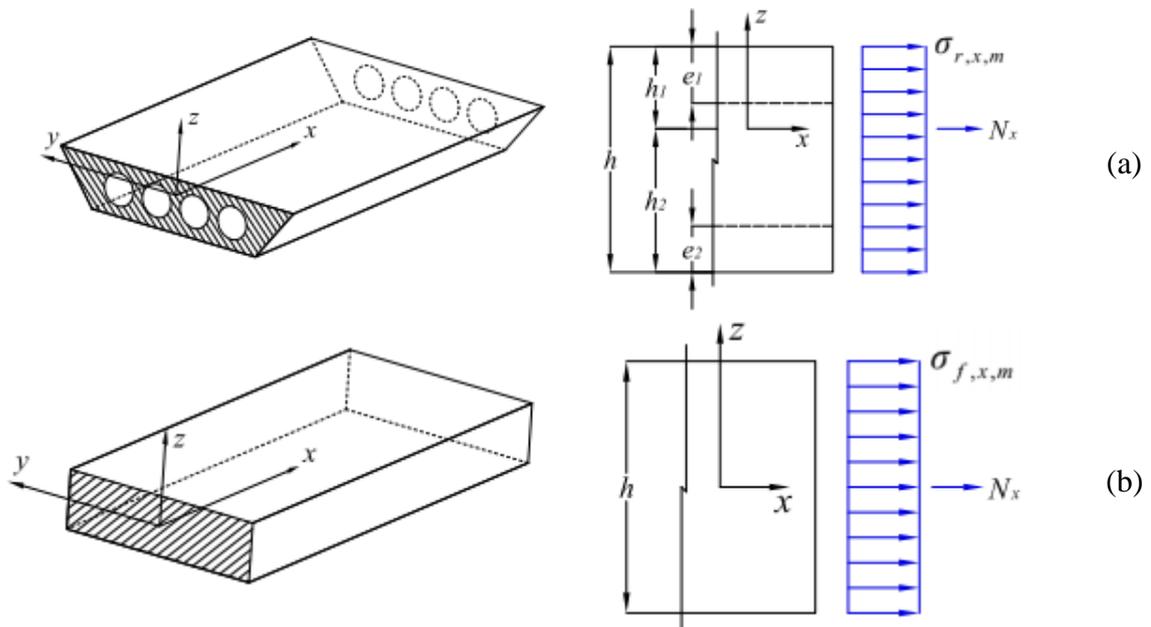
Fonte: Johansson (2009)

O método empregado por Johansson (2009) para obtenção das propriedades físicas para o material ortotrópico possui a desvantagem de não se aplicar a todas as lajes, pois cada seção transversal necessita de realização dos modelos de sólido antes do início da análise.

No trabalho de Díaz *et al.* (2010), os autores propõem representar a laje com alvéolos por uma placa maciça com material ortotrópico. Dessa forma, a ortotropia física da placa, gerada pelos alvéolos em uma direção é considerada por meio da ortotropia do material.

Os autores definem os eixos x como paralelo aos alvéolos e y transversal. A laje maciça equivalente é adotada com a mesma altura h da laje alveolar, conforme mostrado na Figura 19.

Figura 19 – Tensões na direção x do modelo real (a) e da laje ortotrópica equivalente (b)



Fonte: Díaz et al. (2010)

Segundo os autores, a placa maciça de espessura h igual à da laje alveolar, pode ter suas propriedades mecânicas obtidas pelas Equações 13 a 16:

$$E_x = \frac{I_y E}{I} \quad \text{Equação 13}$$

$$E_y = \frac{I_x E}{I} \quad \text{Equação 14}$$

$$G_{xy} = \frac{I_x G}{I} \quad \text{Equação 15}$$

$$v_{xy} = \frac{(I_x + I_y)v}{2I_y} \quad \text{Equação 16}$$

Sendo I a inércia por unidade de comprimento da laje maciça de altura h , calculada pela Equação 17:

$$I = \frac{h^3}{12} \quad \text{Equação 17}$$

I_y e I_x : momentos de inércia na direção y e x da laje alveolar, em torno dos eixos da Figura 19

G_{xy} : módulo de cisalhamento nos eixos x e y da laje

ν_{xy} : coeficiente de Poisson nos eixos x e y da laje

ν : coeficiente de Poisson do concreto (adotado 0,2)

Além da alteração nas propriedades elásticas do material, também deve-se alterar a sua densidade, de forma que a massa da laje seja a mesma (Equação 18):

$$\rho_f = \rho_r \frac{A_{r,x}}{A_{f,x}} \quad \text{Equação 18}$$

Sendo:

$A_{r,x}$: área da laje alveolar na seção transversal aos alvéolos, por unidade de comprimento

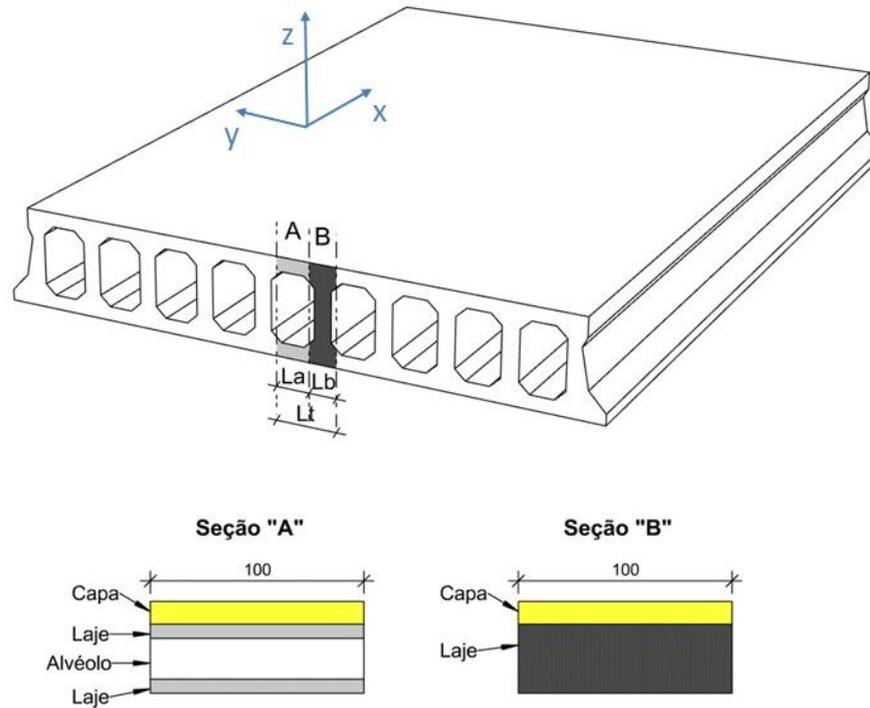
$A_{f,x}$: área da laje fictícia, ou seja, $1 \times h$

ρ_r : densidade real do material da laje alveolar

ρ_f : densidade fictícia da laje maciça

Com as equações 13 a 18, as propriedades mecânicas do elemento de lâmina podem ser obtidas para representar a laje alveolar. O momento de inércia I_y é facilmente calculado, considerando a redução de inércia correspondente aos alvéolos. Na direção transversal, o momento de inércia I_x também é afetado pelos alvéolos da laje. No entanto, o cálculo desse momento de inércia é mais complexo, pois em uma seção tem-se a laje maciça (seção B da Figura 20) e na outra a laje composta apenas pelas espessuras (seção A da Figura 20). O cálculo do momento de inércia I_x foi alvo de estudo nesse trabalho e é apresentado no capítulo 3, subitem 3.1.2.

Figura 20 - Esquema da laje alveolar seções transversais na direção perpendicular aos alvéolos (y)



Fonte: elaborado pela autora

2.5.3 Análise teórica

O cálculo teórico e manual da frequência natural e aceleração com vibração forçada pode ser realizado com muita facilidade para um sistema de um grau de liberdade, ou para estruturas com formulações definidas, tais como vigas bi-apoiadas. No caso de lajes, o comportamento dinâmico é mais complexo para ser calculado manualmente. Alguns autores propõem a utilização de modelos de vigas para cálculo da frequência das lajes, como é o caso do PCI que é apresentado no próximo item. No entanto, o cálculo manual do comportamento dinâmico das lajes exige diversas simplificações, que podem ocasionar discrepâncias nos resultados obtidos com os reais. Nessa seção são apresentadas algumas formulações para cálculo da frequência fundamental das lajes de concreto e na seção 3 essas formulações são testadas e comparadas com resultado obtido em modelo de elementos finitos.

2.5.3.1 Método do PCI

O manual fornece equações para calcular a frequência fundamental das lajes e enfatiza que os cálculos são bem aproximados e que apenas a rigidez na direção principal do painel de laje é considerada. A rigidez no sentido transversal é considerada apenas para cálculo da massa atuante no elemento.

O PCI sugere calcular a frequência fundamental das lajes como vigas simplesmente apoiadas com carregamento distribuído com as Equações 19 e 20. A Figura 21 ilustra a frequência fundamental para alguns tipos de laje de acordo com o vão, considerando apoio rígido.

$$f_n = 0,18 \sqrt{\frac{g}{\Delta_j + \Delta_g}} \quad \text{Equação 19}$$

$$\Delta_j = \frac{5 w l^4}{384 E I} \quad \text{Equação 20}$$

Sendo:

f_n = frequência fundamental da laje (Hz)

g = força da gravidade (m/s²)

Δ_j = deslocamento do elemento de laje (m)

Δ_g = deslocamento das vigas de apoio da laje (m)

w = massa sobre o elemento analisado (kg/m)

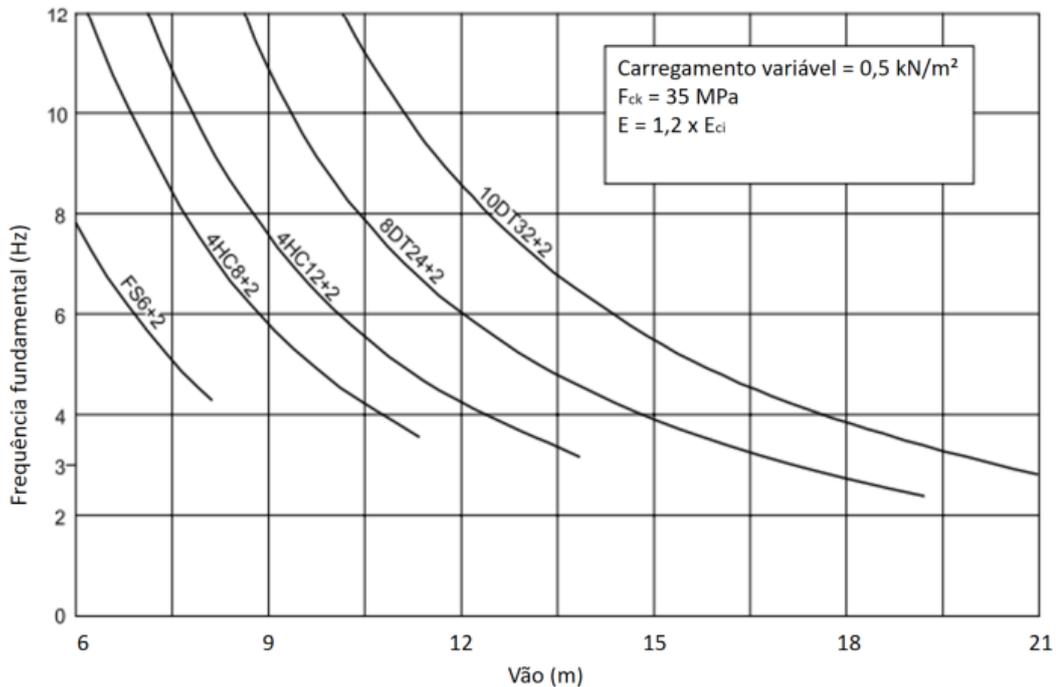
l = vão do elemento analisado (m)

E_d = módulo de elasticidade dinâmico do concreto (N/m²)

I = momento de inércia do elemento analisado (m⁴)

É importante destacar que o PCI recomenda que no caso de lajes sólidas ou alveolares, que são rígidas à torção, é recomendado considerar toda a massa do pavimento (largura igual ao vão) e não dividir a massa de acordo com o elemento (que possui, em geral, 1,25 m de largura). Considerando que o PCI não faz essa ressalva para as lajes DT, no caso das lajes DT será utilizado apenas a massa sobre a largura relativa ao elemento.

Figura 21 - Frequência fundamental de diferentes tipos de lajes: alveolares (HC) e nervuradas duplo T (DT) de acordo com o vão



Fonte: PCI (2010)

2.5.3.2 Método de Willford e Young (Sociedade do Concreto)

Willford; Young (2006) fornecem a Equação 21 para cálculo da frequência natural de placas retangulares, simplesmente apoiadas, para um modo com j meia onda sinusoidal na direção transversal (direção x) e k meia onda sinusoidal na direção do vão (direção y). A Figura 22 apresenta a geometria da laje nervurada com a nomenclatura adotada.

$$f_{j,k} = \frac{\pi}{2 \cdot W^2} \sqrt{\frac{j^4 \cdot D_x + 2Hj^2k^2 \left(\frac{W}{L}\right)^2 + k^4 D_y \left(\frac{W}{L}\right)^4}{m}} \quad \text{Equação 21}$$

Onde:

L = vão livre da laje (m);

W = largura da laje (m);

m = massa (kg)

D_x , D_y e H são parâmetros de rigidez à flexão por metro da laje e a rigidez à torção, respectivamente.

Para lajes nervuradas, as rigidezes podem ser calculadas pelas Equações 22 a 25:

$$D_x = \frac{EI_x}{e_x} \quad \text{Equação 22}$$

$$D_y = \frac{EI_y}{e_y} \quad \text{Equação 23}$$

$$H = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} + \frac{C_y}{e_y} + \frac{C_x}{e_x} \quad \text{Equação 24}$$

$$C = Gbd^3 \left[\frac{1}{3} - \frac{0,21b}{d} \left(1 - \frac{b^4}{12d^4} \right) \right] \quad \text{Equação 25}$$

Onde:

I_x e I_y momento de inércia da viga e da laje na direção x e y

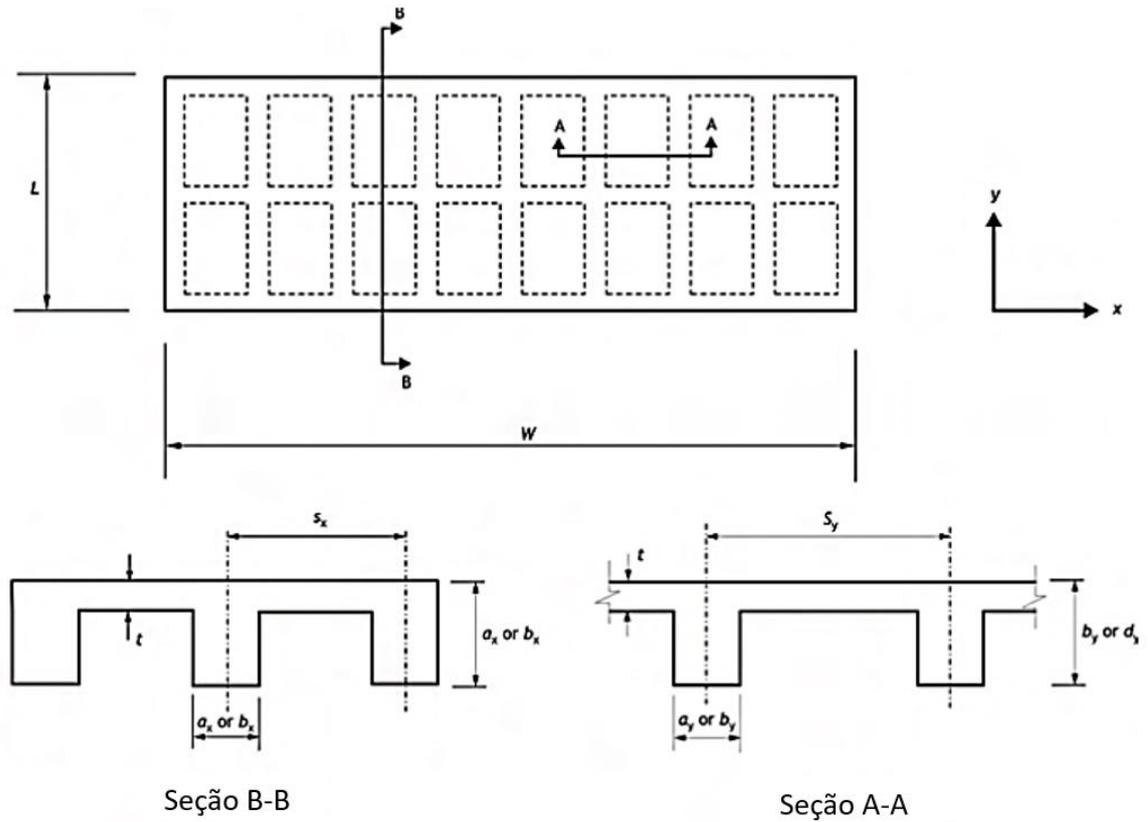
e_x e e_y espaçamento das nervuras em cada direção

t espessura da laje

E módulo de elasticidade dinâmico do material

G módulo de cisalhamento dinâmico do material

Figura 22 - Geometria das nervuras consideradas para o método de Willford e Young



Fonte: Willford; Young (2006)

Para lajes maciças planas, as rigidezes podem ser calculadas pela Equação 29:

$$D_x = D_y = H = \frac{EI}{1 - \nu^2} \quad \text{Equação 26}$$

3 Estudos de caso de pavimentos reais

Foram realizados estudos de caso em pavimentos reais, visando analisar três tipologias de lajes pré-moldadas:

- Laje **duplo T**: centro de convenções construído em 2003;
- Laje **nervurada**: residência assobradada em construção em 2019;
- Laje **alveolar**: edifício comercial construído em 2014.

Os estudos envolveram análise experimental, numérica e teórica do comportamento dinâmico dessas lajes.

3.1 Metodologia dos estudos de caso

3.1.1 Análise experimental

A Análise Modal Operacional foi utilizada para se obter as frequências naturais e modos de vibração das três tipologias de lajes estudadas. A fim de aumentar o nível de vibração ambiental, foram realizados impactos com martelo de borracha nas lajes. Além da análise modal, também foi medido o nível de vibração devido ao caminhar de uma pessoa de 75 kg ao longo do centro de cada laje.

Foram utilizados acelerômetros dos modelos 8344 e 4533-B-2 do fabricante *Brüel & Kjaer*, modelos cujas características técnicas são resumidas na Tabela 13. O sistema de aquisição dos dados utilizado é o *National Instruments*, modelo NI 9232 juntamente com o programa computacional *LabView SignalExpress*, também da *National Instruments*.

Tabela 13 – Especificações técnicas dos acelerômetros

Modelo	Sensibilidade (mV/g)	Faixa de frequência (Hz)	Faixa de medição (g)	Ruído inerente (μ g)
8344	2500	0,2 a 3000	$\pm 2,6$	45
4533-B-002	490	0,3 a 12800	± 14	160

Fonte: elaborado pela autora

Seguindo as recomendações da ISO 2631-2 (ISO, 2003), a grandeza medida para análise da vibração foi a aceleração da estrutura. A frequência de aquisição e o tempo de duração dos

ensaios variaram para cada laje, dependendo da frequência natural previamente estimada através de modelo numérico para cada ensaio.

As acelerações medidas foram processadas no programa computacional Matlab, com rotinas desenvolvidas nesse trabalho especificamente para analisar esses ensaios. As frequências naturais foram obtidas através do método de seleção de picos do gráfico de Power Spectrum e em seguida, foram extraídas as deformadas modais e o amortecimento para todos os modos de vibração com frequência natural abaixo de 15 Hz. O amortecimento modal foi obtido com o método da Banda de Meia Potência.

O nível de vibração devido ao caminhar de uma pessoa foi obtido ponderando-se as acelerações devido ao caminhar com a curva W_k da ISO 2631-1 e, em seguida, calculada a aceleração r.m.s. com intervalos de tempo de 1s e com uma sobreposição de janela de 0,5s. A fim de comparação, foram analisados os limites de conforto propostos por Bachmann (BACHMANN et al., 1997), pela ISO 10137 (ISO, 2007), FIB e ABNT NBR 6118 (ABNT, 2014).

3.1.2 Análise numérica

As análises numéricas foram feitas com o Método dos Elementos Finitos, no programa computacional Abaqus. Os modelos foram elaborados com as considerações explicadas no item 2.5.2.

A ideia nesse trabalho é obter modelos simples, com baixo custo computacional e que ainda sejam capazes de representar o comportamento dinâmico das lajes analisadas. As simplificações propostas podem não ser ideais para outros tipos de análises e geometria do modelo, visto que em todos os casos considerou-se uma laje de planta retangular.

a) Lajes alveolares

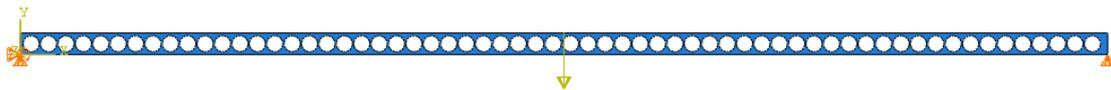
Nesse trabalho, o modelo de material escolhido para representar a ortotropia da laje alveolar é a lâmina do Abaqus. Com esse modelo a ortotropia é simplificada para o caso do estado plano de tensões. Assim, é necessário fornecer valores de E_1 , E_2 , ν_{12} , G_{12} , G_{13} e G_{23} . Nos modelos de estado plano de tensões no Abaqus, a superfície definida pelas direções 1 e 2 é a superfície do estado plano de tensões, de forma que a tensão σ_{33} é nula (Figura 20). O módulo de cisalhamento G_{13} e G_{23} são incluídos, pois eles podem ser necessários para modelar a

deformação por cisalhamento transversal na casca. O coeficiente de Poisson ν_{21} é implicitamente calculado como $\nu_{21} = \nu_{12} (E_2/E_1)$.

Essas propriedades elásticas do material de lâmina foram obtidas a partir das formulações desenvolvidas por Díaz *et al.* (2010) e apresentadas no item 2.5.2.6. Para tanto, é necessário obter o momento de inércia no eixo x (I_x).

A fim de analisar a influência dos vazios gerados pelos alvéolos na inércia no eixo x (I_x), foi realizado um modelo numérico no Abaqus, com elemento de casca, simulando a seção transversal da laje para diferentes tamanhos e formas de alvéolos. No meio do vão da laje foi aplicada uma força constante de 1000 N e foi medido o deslocamento nesse ponto central. O modelo é apresentado na Figura 23:

Figura 23 - Modelo de casca para analisar influência dos alvéolos na redução da inércia



A fim de comparação, foi simulada uma laje maciça, mantendo constante a força e o módulo de elasticidade do material. O deslocamento de uma viga bi-apoiada com força concentrada pode ser calculado pela Equação 27:

$$\delta = \frac{P \cdot L^3}{48EI} \quad \text{Equação 27}$$

No caso do modelo simulado, o vão livre L , módulo de elasticidade E e força concentrada P foram mantidos constantes, logo:

$$\frac{\delta_m}{\delta_v} = \frac{I_x}{I} \quad \text{Equação 28}$$

Sendo δ_m o deslocamento da viga maciça e δ_v o deslocamento da viga com alvéolos, I_x momento de inércia da viga com vazios e I o momento de inércia da viga maciça, de mesma espessura.

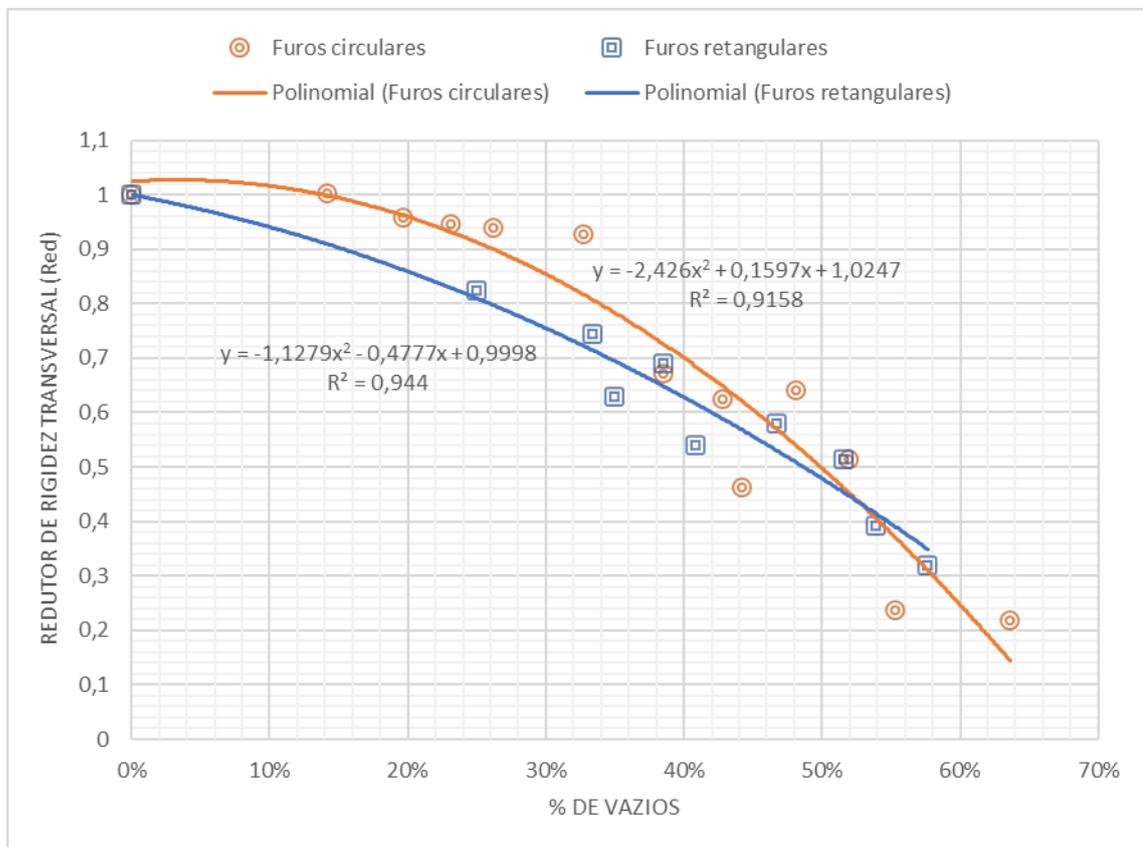
Chamando a razão entre o deslocamento da viga maciça pelo deslocamento da viga com alvéolos de Red ($Red = \frac{\delta_m}{\delta_v}$), temos como obter o momento de inércia I_x para cada porcentagem de vazios pela Equação 29:

$$I_x = Red \cdot I$$

Equação 29

A variação do fator Red com a porcentagem de vazios da viga é apresentada na Figura 24, para furos retangulares e circulares.

Figura 24 - Relação da redução da inércia com a porcentagem de vazios da laje alveolar



Fonte: elaborado pela autora

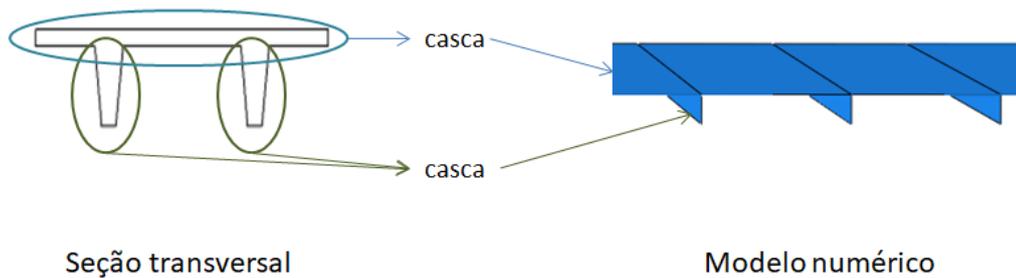
A fim de analisar se as lajes alveolares são corretamente representadas por essas propriedades de material ortotrópico, foi calculada a frequência natural das lajes em duas situações de largura e vão livre e comparadas com o modelo de sólido. As frequências fundamentais dos três primeiros modos são apresentadas no Apêndice A. Os resultados indicam que a consideração de material ortotrópico proposto apresentou bons resultados, com erros

inferiores a 4% para os três primeiros modos de vibração. Além de obter bons resultados, esse método proposto é simples e prático para ser implementado.

b) Modelo das lajes duplo T e nervuradas

As lajes duplo T e nervuradas também tiveram sua geometria simplificada na análise numérica. Foi utilizado elemento de casca na capa de concreto e também elementos de casca para representar a nervura da Figura 25. Cada elemento de casca que representa a nervura é posicionado no eixo das nervuras da laje e elemento de casca relativo à capa da laje é posicionado no eixo da capa. A espessura da casca das nervuras é a espessura média da nervura. Essa modelagem é simples de ser executada e apresentou bons resultados.

Figura 25 - Modelo numérico para laje nervurada e duplo T



Fonte: elaborado pela autora

Algumas características necessárias para o modelo numérico apresentam incerteza do valor e podem sofrer pequenas variações, como por exemplo, a rigidez e a massa de divisórias, módulo de elasticidade dinâmico do concreto, massa total existente na estrutura e rigidez dos apoios. Por isso, para calibrar o modelo, essas propriedades tiveram seus valores alterados até se obter frequências naturais e modos de vibração similares aos obtidos experimentalmente. É importante calibrar os modelos modificando os valores de rigidez e massa sempre dentro de faixas adequadas e coerentes. Por exemplo, para o módulo de elasticidade dinâmico do concreto não pode ser adotado módulo de elasticidade significativamente diferente do módulo de elasticidade dinâmico esperado para a classe de resistência do concreto.

Após calibração do modelo numérico, foi aplicado um carregamento dinâmico representativo das funções definidos no item 2.2 para simular o caminhar de uma pessoa e foi obtida a aceleração ao longo do tempo no ponto central da laje. Para isso, foi realizada uma análise dinâmica linear com superposição modal. Esse tipo de análise consegue fornecer o comportamento dinâmico de um sistema com pouco custo computacional. O conceito básico da superposição modal é que a resposta dinâmica da estrutura é expressa em termos de uma quantidade pequena de modos do sistema. Além disso, apenas os modos de vibração próximos da frequência de interesse são geralmente necessários. A força dinâmica foi representada ao longo do tempo e incluída no sistema no modelo numérico através de tabela e aplicada no ponto central da laje. A análise foi feita para um tempo de 40s e foi utilizado o amortecimento modal obtido experimentalmente para cada tipologia de laje.

As acelerações obtidas no modelo numérico foram comparadas com as obtidas experimentalmente, para o caminhar de uma pessoa.

3.2 Laje nervurada

Nos próximos itens são descritas as características da estrutura do pavimento com laje nervurada, bem como os resultados da análise experimental, numérica e teórica para o comportamento dinâmico dessa laje.

3.2.1 Descrição da estrutura

O ensaio foi realizado na obra de uma residência assobradada após execução das alvenarias, ainda sem revestimentos e pisos (Figura 26). A casa foi construída em 2018 e ensaiada no mesmo ano. A laje analisada possui planta retangular, de 6,55 x 5,95m e foi dimensionada para ação permanente de 8 kN/m² e ação variável de 2 kN/m², com alvenarias executadas sobre a laje (Figura 27).

Figura 26 - Laje nervurada ensaiada (a) vista geral da obra (b) vista sob a laje



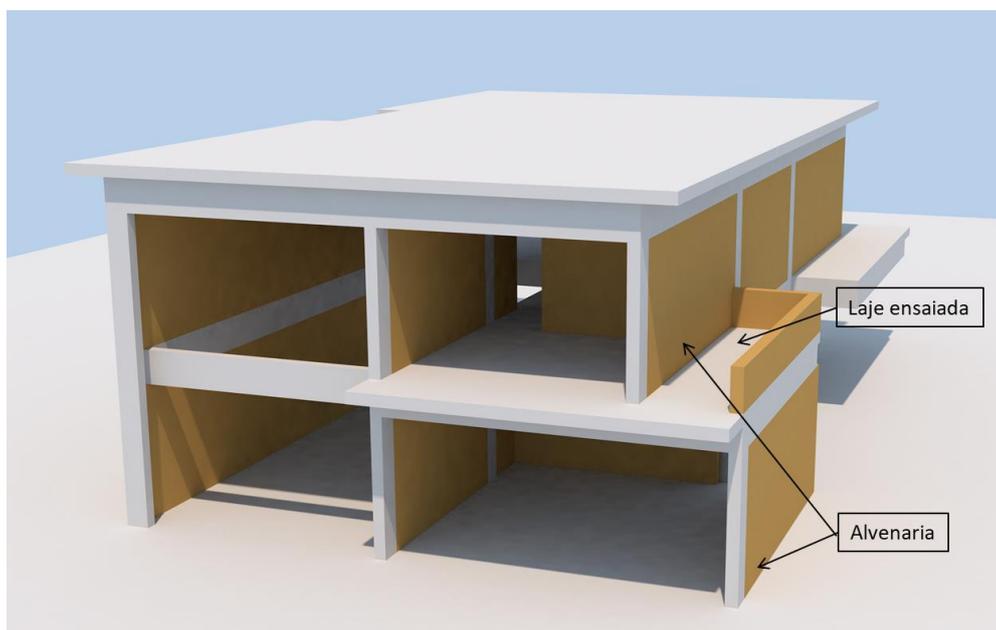
(a)



(b)

Fonte: elaborado pela autora

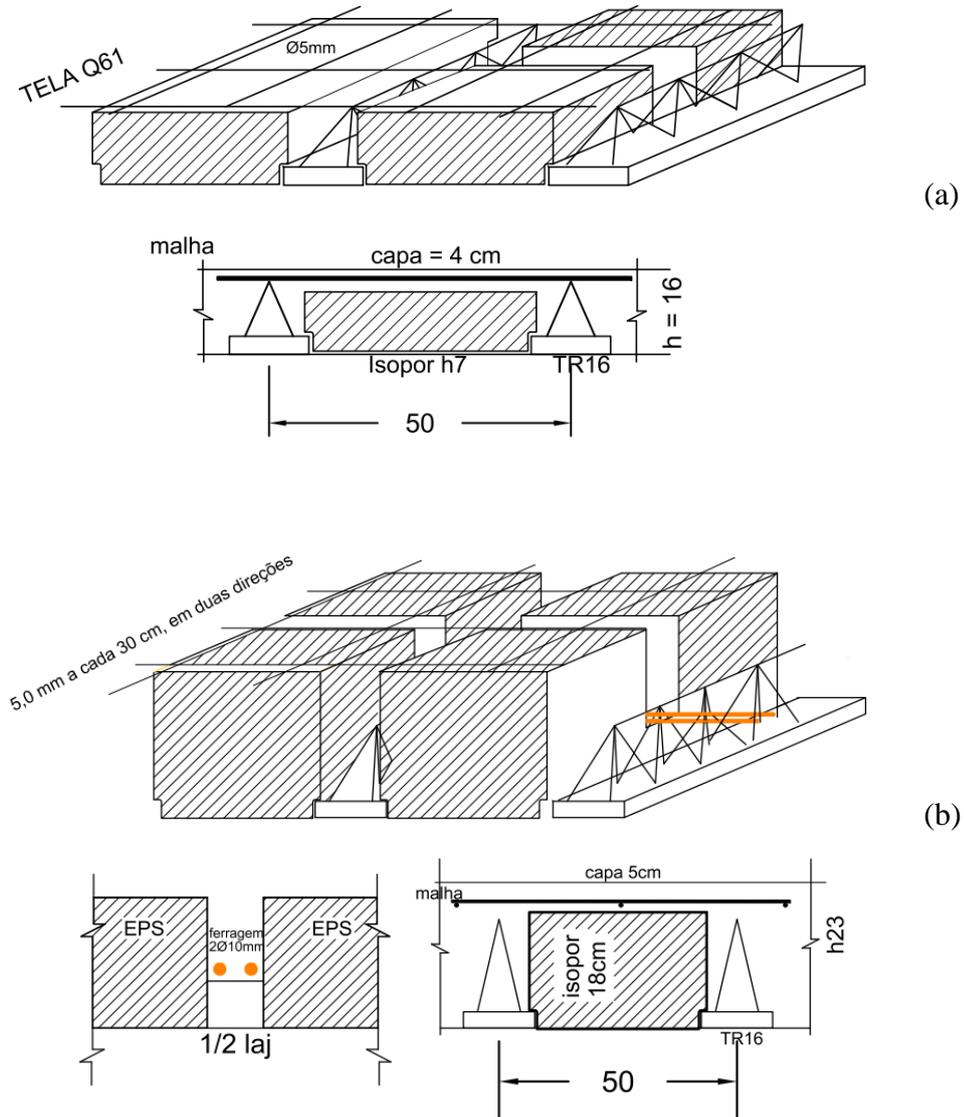
Figura 27 – Ilustração da estrutura da laje nervurada e das alvenarias



Fonte: elaborado pela autora

A laje possui um balanço de 80cm de comprimento na fachada frontal da casa, ao longo de toda a largura da laje ensaiada (Figura 26 (a)). Essa parte em balanço é de laje treliçada TR16, a nervura possui 12 cm de altura e 12 cm de largura, espaçadas a cada 50cm com capa de concreto moldada in-loco de 4 cm, de forma que a altura total da laje é de 16 cm (Figura 28 (a)). A parte interna da laje, com medida de 5,75m, é com treliça TR23, que possui nervuras de 18 cm de altura, 12 cm de largura e capa de 5 cm de espessura, assim a laje possui altura total de 23 cm nessa região (Figura 28 (b)).

Figura 28 - Seção transversal das lajes nervuradas da laje ensaiada (a) laje do balanço, com altura de 16cm e (b) laje interna, com altura de 23cm

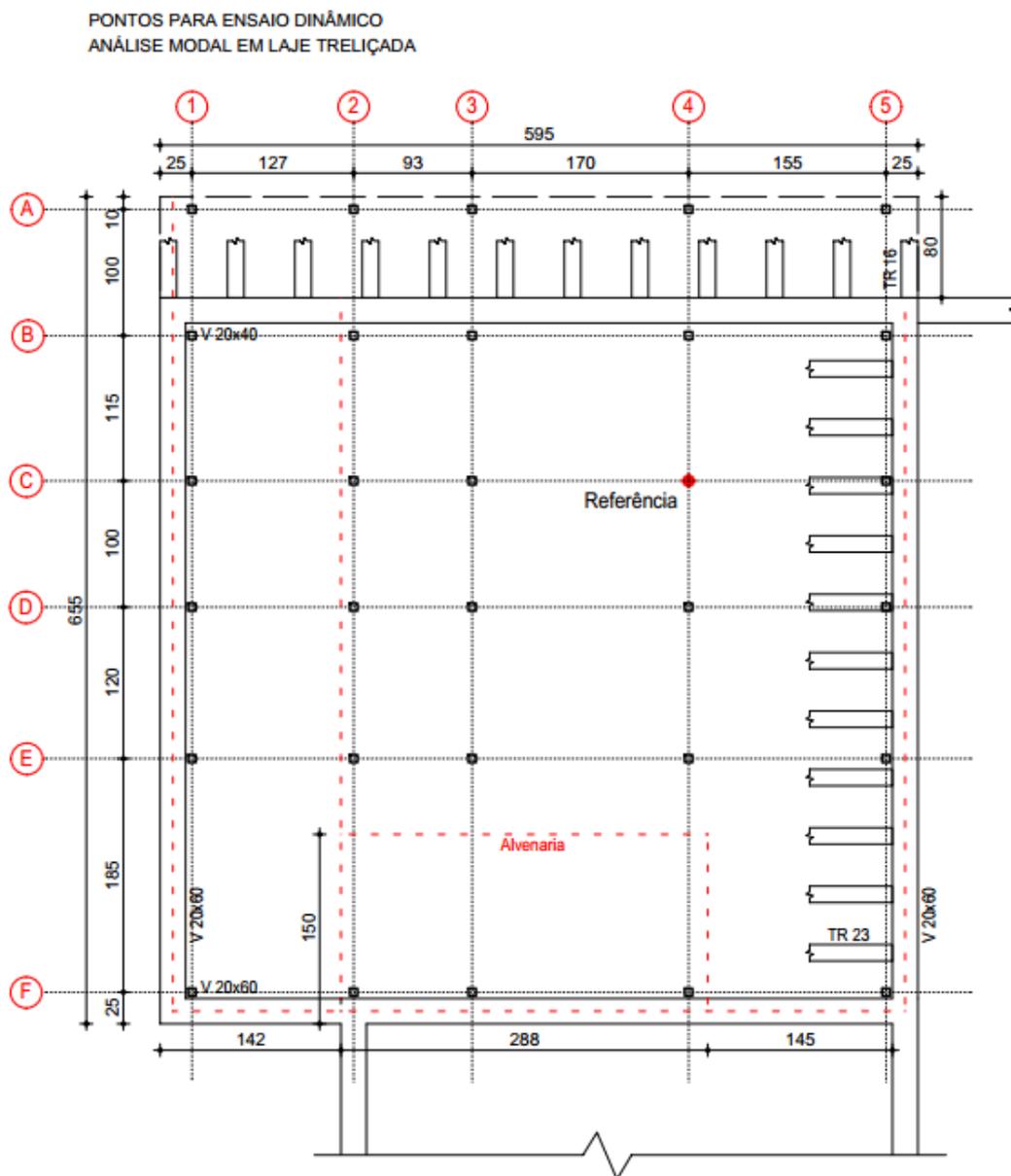


Fonte: elaborado pela autora

3.2.2 Análise experimental

A análise experimental foi realizada conforme explicado no item 3.1.1. Foram realizadas 5 provas para medir 30 pontos distribuídos na laje. Em todas as provas, o ponto de referência adotado foi o C3 e a frequência de aquisição de 500 Hz, com duração de 300s. A forma estrutural da laje, os pontos ensaiados e a posição das alvenarias são mostrados na Figura 29.

Figura 29 – Forma estrutural e pontos ensaiados da laje nervurada



Fonte: elaborado pela autora

Tabela 14 - Pontos medidos em cada teste da laje nervurada

Canal	Teste 1	Teste 2	Teste 3	Teste 4	Teste 5
1-1	C-4	C-4	C-4	C-4	C-4
1-2	A-2	B-3	C-2	D-2	D-2
2-0	A-1	B-1	C-1	D-1	E-1
2-1	A-5	B-5	C-5	F-4	F-4
2-2	A-3	B-3	C-3	F-3	F-3
3-0	A-4	B-4	D-4	E-4	
3-1	D-5		E-5	F-5	F-5
3-2	E-2	E-3	D-3	F-2	F-1

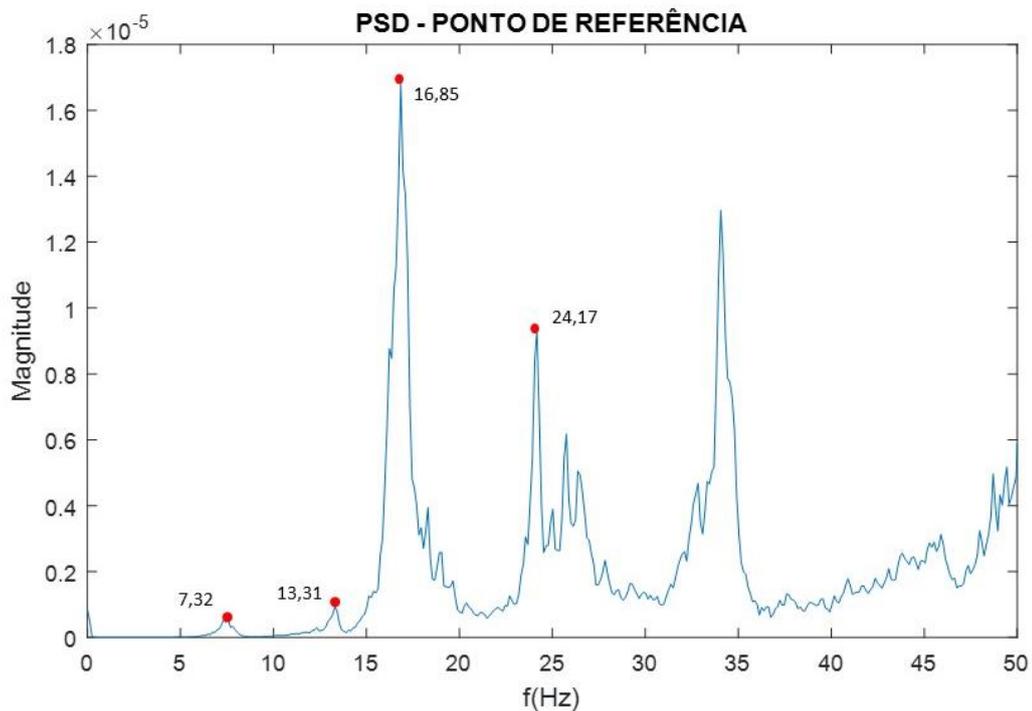
Fonte: elaborado pela autora

3.2.2.1 Análise dos resultados experimentais

Na análise dos resultados, a frequência de aquisição do sinal foi reduzida em 4 vezes, a fim de determinar com melhor precisão os modos nas primeiras frequências naturais. As acelerações medidas foram filtradas com a janela de Hamming, com tamanho de 2×10^9 e sobreposição de 0,5.

As frequências naturais da laje nervurada foram obtidas através dos picos no gráfico de Power Spectrum do ponto de referência, mostrado na Figura 30. Para verificação do conforto com vibração de atividades humanas, as frequências até 15 Hz são mais relevantes. Por isso, apenas os três primeiros modos de vibração foram analisados.

Figura 30 - Gráfico de Power Spectrum do ponto de referência - laje nervurada

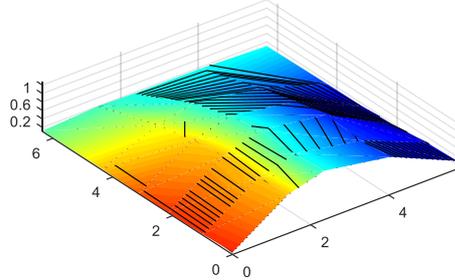
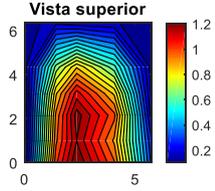
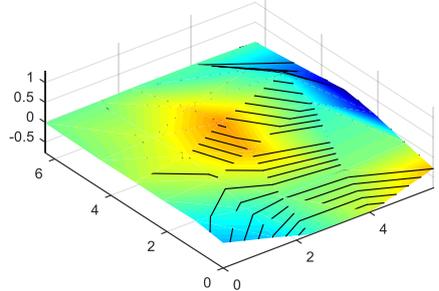
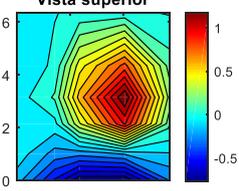
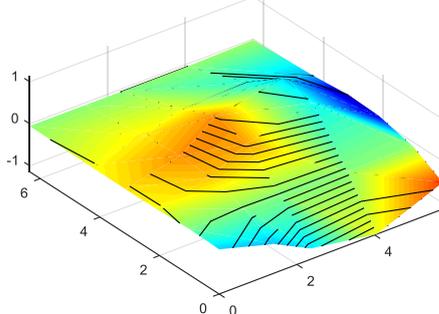
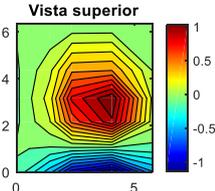
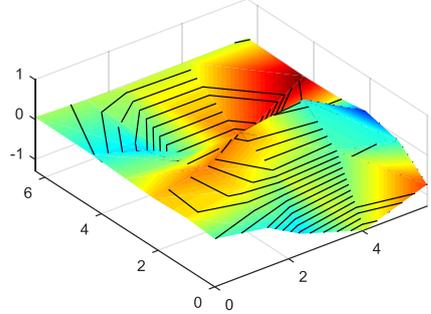
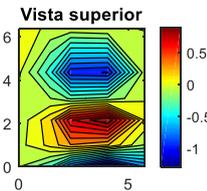


Fonte: elaborado pela autora

As deformadas modais e amortecimentos obtidos para a laje nervurada são apresentados na Tabela 15. Nota-se que o amortecimento dessa laje é maior no primeiro modo de vibração

do que nos outros dois modos analisados. Além disso, o amortecimento é maior que o esperado para estruturas de concreto sem acabamentos (Tabela 3), possivelmente pelo atrito entre as nervuras e os blocos de EPS.

Tabela 15 - Frequências naturais e deformadas modais - laje nervurada

Frequência natural (Hz)	ζ (%)	Modo de vibração
7,44	3,48	<p>Vista tridimensional</p>  <p>Vista superior</p> 
13,31	1,13	<p>Vista tridimensional</p>  <p>Vista superior</p> 
16,97	1,73	<p>Vista tridimensional</p>  <p>Vista superior</p> 
24,05	0,69	<p>Vista tridimensional</p>  <p>Vista superior</p> 

Fonte: elaborado pela autora

Ao analisar as deformadas modais, percebe-se que o modo de vibração de 7,44 Hz envolve a vibração do balanço da laje. Aparentemente, as deformadas modais obtidas para as frequências naturais de 13,31 Hz e 16,97 Hz são iguais, relativas à flexão da laje no vão interno. No gráfico do PSD, pode-se verificar que a amplitude na frequência de 13,31 Hz foi pequena, dessa forma, existe a possibilidade dessa frequência natural ser de outra parte da estrutura da obra e ter sido detectada no ensaio na laje. Essa hipótese pode ser analisada no modelo numérico, ao verificar os modos de vibração e frequências.

Ao analisar a deformada modal na frequência de 16,97 Hz, percebe-se que a alvenaria sobre a laje deslocou o pico de amplitude que seria esperada no centro da laje, mostrando a influência da massa da laje nessa região. Ao analisar as deformadas, não foi possível observar outra influência das alvenarias que estão sobre a laje.

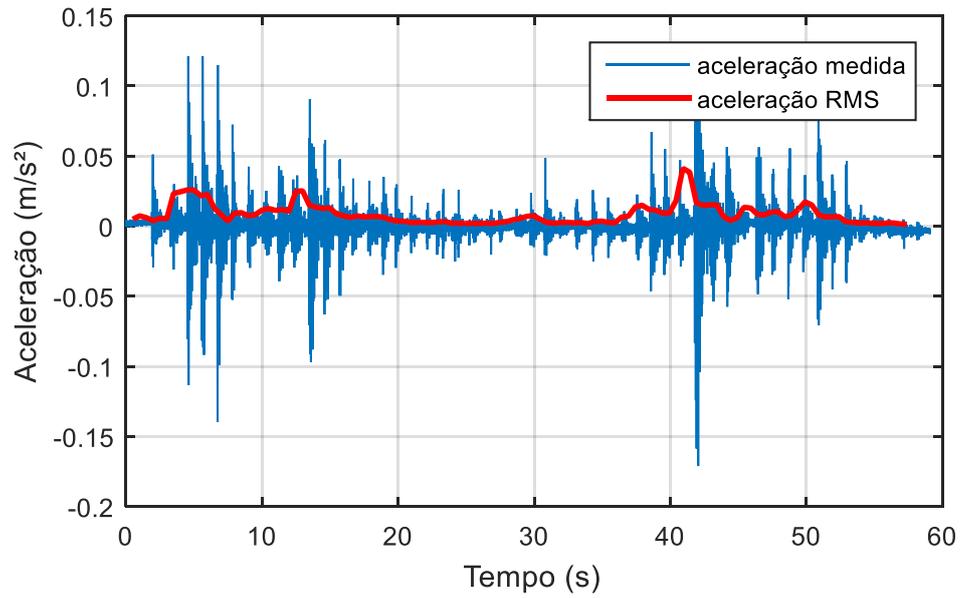
O modo de vibração de 24,05 Hz foi relativo ao segundo modo de vibração da laje no vão interno, no sentido transversal às nervuras.

Nos três modos de vibração, as bordas da laje ensaiada não se deslocaram, indicando que as alvenarias sob as vigas de apoio da laje atuaram como apoios contínuos das vigas.

3.2.2.2 *Análise do conforto*

A aceleração devido ao caminhar em um ponto central da laje nervurada é apresentada na Figura 31. Ao analisá-la, é claramente perceptível a resposta transiente de cada impacto do caminhar (Figura 31), com picos de aceleração rapidamente amortecidos. Esse resultado indica que a laje responde às componentes nas frequências mais altas do caminhar. Também fica claro a variação da aceleração máxima obtida no ensaio e a aceleração r.m.s, já ponderada e com média de 1s. Enquanto a aceleração máxima sem ponderação ou média é de 0,1263 m/s², a máxima aceleração r.m.s é de 0,0412 m/s². Como a aceleração decresce rapidamente, a aceleração r.m.s. é de apenas 32% da aceleração medida.

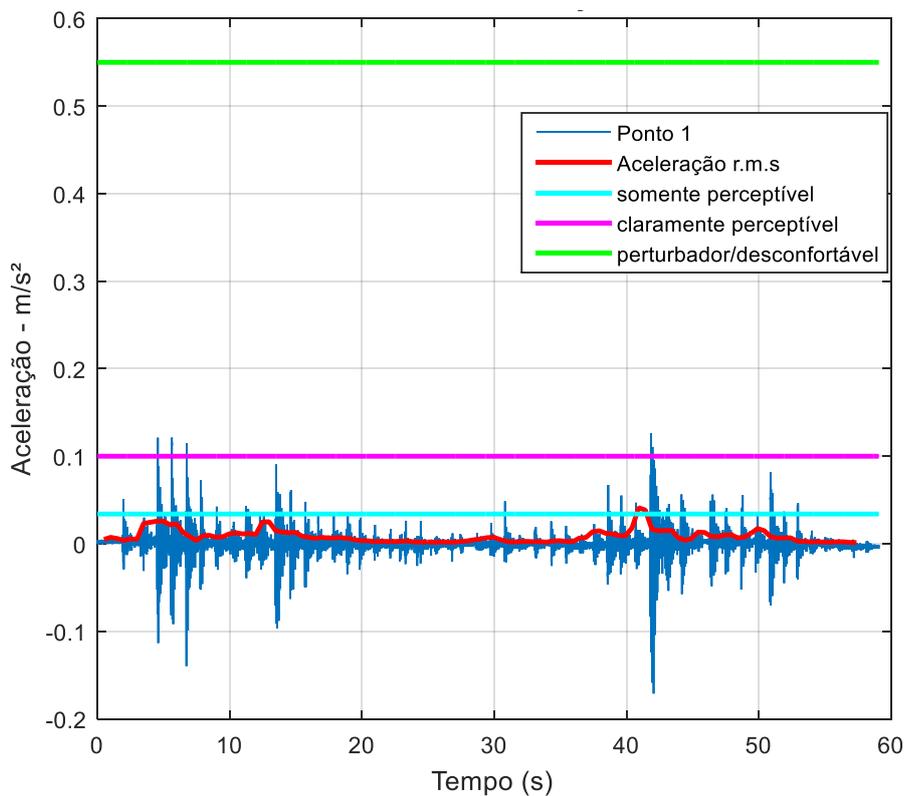
Figura 31 - Aceleração no ponto central da laje nervurada e seu respectivo valor r.m.s ponderado



Fonte: elaborado pela autora

A máxima aceleração obtida no ensaio foi de 0,1263 m/s². A análise de conforto pelo limite de Bachmann indica que as vibrações ultrapassam levemente o nível de “claramente perceptível” (Figura 32).

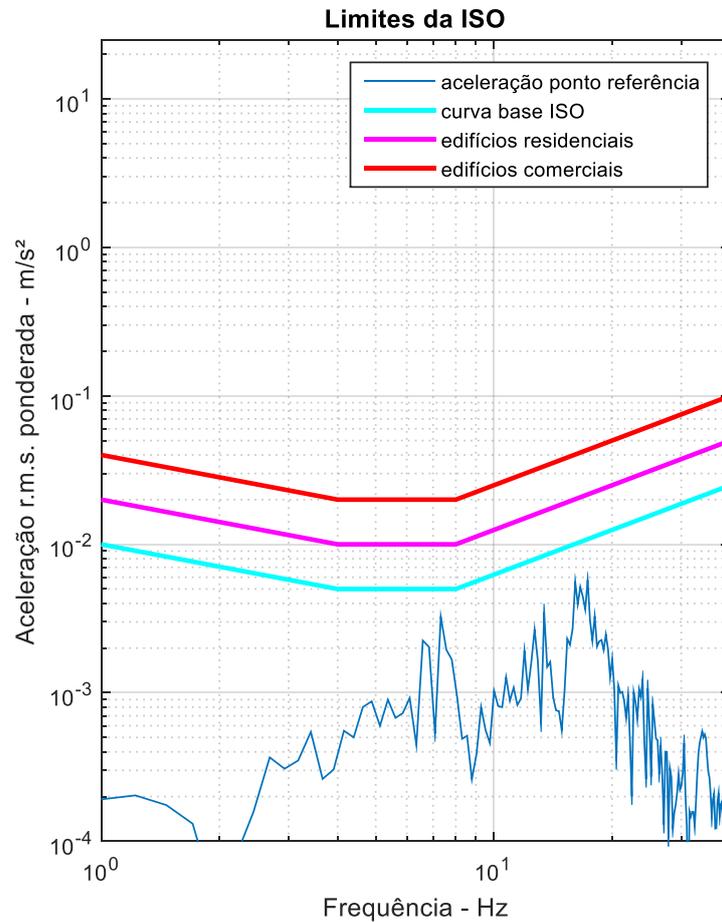
Figura 32 - Análise da vibração na laje nervurada devido ao caminhar pelo critério de Bachmann



Fonte: elaborado pela autora

Já pelo critério da ISO 10137, que utiliza a aceleração r.m.s, ou seja, ponderada e com média de 1s, a laje é adequada para uso em escritórios e residências (Figura 33).

Figura 33 - Análise da vibração na laje nervurada devido ao caminhar pelo critério da ISO 10137



Fonte: elaborado pela autora

A frequência fundamental dessa laje é de 7,44 Hz, sendo considerada adequada para uso em escritórios e salas de concerto com cadeiras fixas pela ABNT NBR 6118.

Pelo critério do PCI, a frequência mínima que a laje nervurada deve ter para evitar vibrações excessivas devido ao caminhar é de 6,10 Hz (considerando $K = 58$, $\beta = 0,02$, $W = 343$ kN). Como a laje apresenta frequência fundamental superior (7,44 Hz), ela é considerada adequada para locais com pessoas caminhando, pois não deve apresentar vibrações excessivas.

Os critérios de conforto da ISO 10137, PCI e NBR 6118 indicam que a laje não apresenta vibrações excessivas devido ao caminhar. No entanto, pelo critério de Bachmann a laje apresenta vibrações claramente perceptíveis. O resultado de Bachmann deve ser decorrente de

não considerar a variação da percepção humana de acordo com a frequência, pois a aceleração analisada nesse critério é a de pico e sem ponderação com a frequência. A fim de comparação, as duas pessoas envolvidas no ensaio não perceberam a vibração devido ao caminhar durante o ensaio. É importante destacar que a sensação dessas pessoas no ensaio não deve ser considerada plenamente na análise da adequabilidade dos critérios ao conforto, visto que foi apenas uma observação, sem rigor estatístico.

3.2.3 Análise numérica

A laje nervurada foi simulada com elemento de casca de 4 nós com integração reduzida (S4R), com a espessura da capa e das nervuras de acordo com o projeto (Figura 29). As vigas de apoio foram simuladas com elemento de viga (B32). As alvenarias presentes sobre a laje foram simuladas com massas e molas e divididas em duas:

- Alvenaria A: não recebe laje sobre ela;
- Alvenaria B: recebe a laje de ferro;

A densidade do concreto da capa foi majorada para incluir a massa do EPS posicionado entre as nervuras no modelo. O módulo de elasticidade dinâmico do concreto foi estimado utilizando a Figura 17 e considerando resistência à compressão de 30 MPa. As propriedades do concreto da nervura e da capa utilizadas no modelo são mostradas na Tabela 16.

As deformadas modais obtidas no ensaio (Tabela 15) mostram que não há deslocamento nas vigas de apoio da laje nervurada devido à existência de alvenarias sob as vigas de apoio (Figura 34), dessa forma, as vigas foram simuladas com apoios contínuos ao longo do seu comprimento.

A massa das alvenarias foi estimada considerando a altura e a espessura da alvenaria. No caso da alvenaria B, também foi incluída a massa da laje que se apoia nela. A rigidez da mola dessas alvenarias foi calibrada até se obter frequência natural e deformadas modais compatíveis com as experimentais. Os parâmetros que mais aproximaram as frequências naturais e modos de vibração experimentais e numéricos são apresentados na Tabela 17.

Tabela 16 - Propriedades dos materiais no modelo numérico da laje nervurada ensaiada

	Concreto da nervura	Concreto da capa
Módulo de elasticidade (N/m ²)	3,72x10 ¹⁰	3,72x10 ¹⁰
Densidade (kg/m ³)	2500	3100*

*densidade majorada para incorporar a massa do EPS

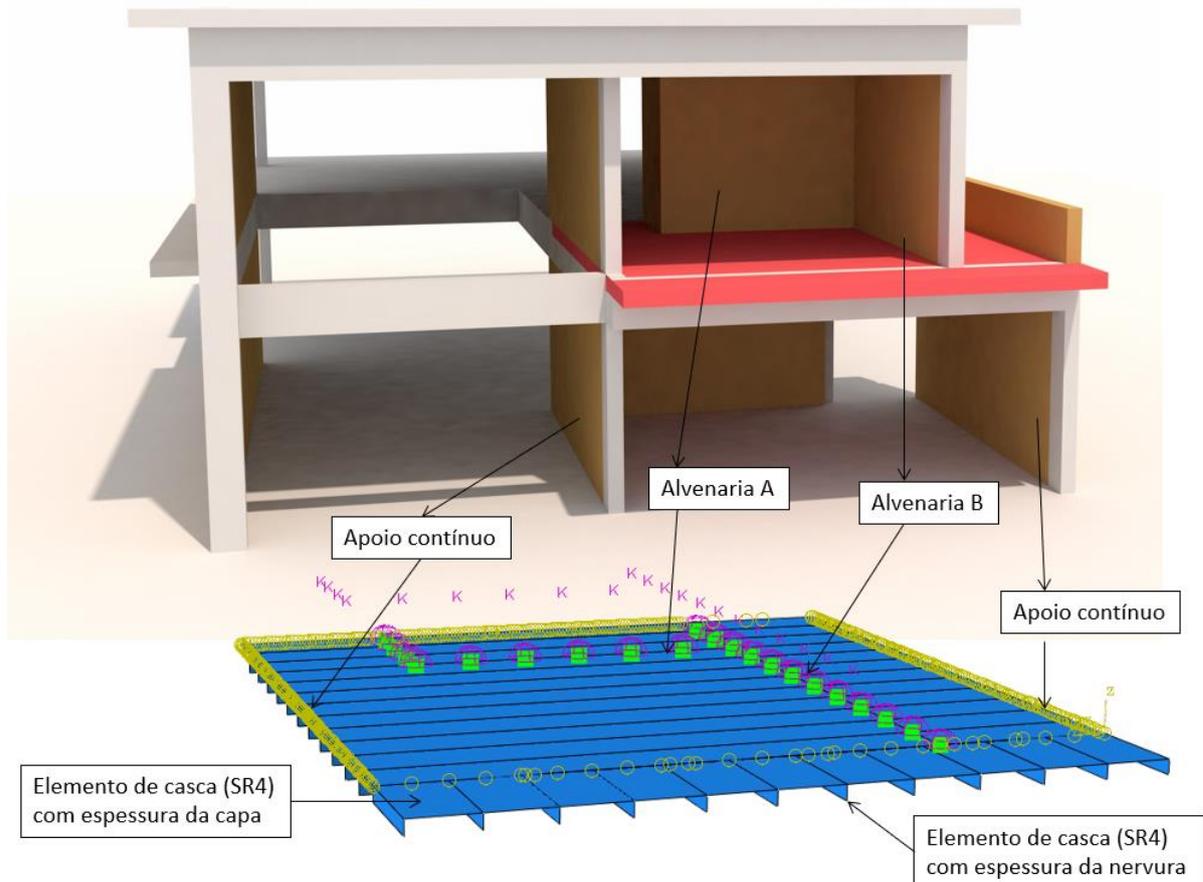
Fonte: elaborado pela autora

Tabela 17 – Massa e rigidez de mola por metro de alvenaria no modelo numérico da laje nervurada ensaiada

	Alvenaria A	Alvenaria B
Massa (kg/m)	165	465
Rigidez de mola (N/m/m)	1,8x10 ⁸	1,0x10 ⁷

Fonte: elaborado pela autora

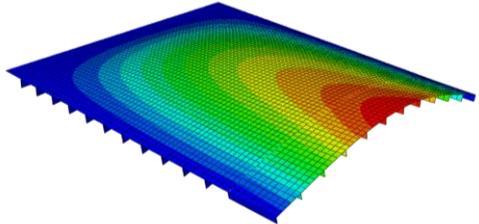
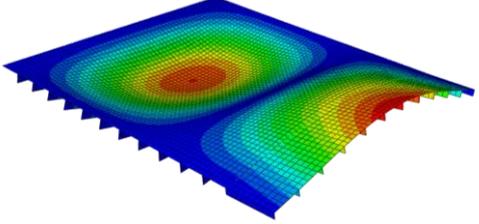
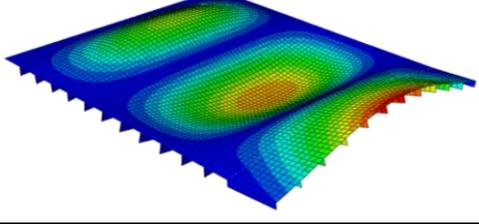
Figura 34 – Considerações feitas no modelo numérico da laje nervurada



Fonte: elaborado pela autora

As frequências naturais obtidas no modelo numérico, após calibração, são mostradas na Tabela 18. Pelo modelo numérico não foi obtida a frequência natural de 13,31 Hz observada na análise experimental. Assim, é provável que essa frequência observada no ensaio seja de outra parte da estrutura mas que tenha sido detectada nos acelerômetros posicionados na laje estudada. Por se tratar de uma frequência natural que ocasionou pouca amplitude na laje analisada e também pela frequência de 13,31 Hz estar muito acima da frequência fundamental do caminhar (2,0 Hz) e pular (3,0 Hz), não houve preocupação de se obter esse modo numericamente.

Tabela 18 - Frequências naturais experimentais e numéricas da laje nervurada

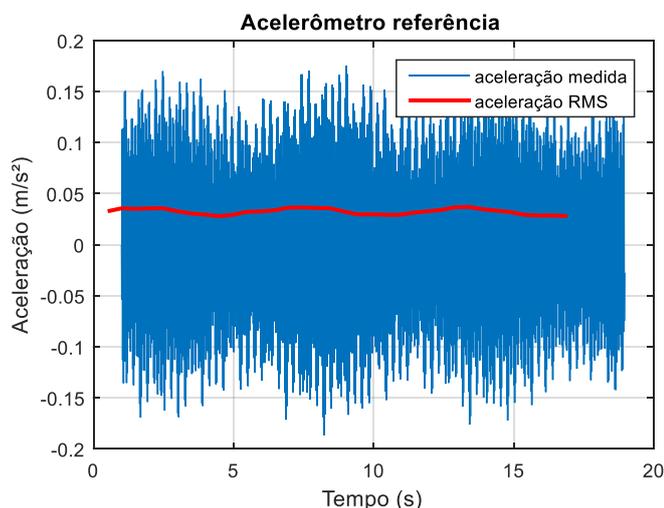
Modo	Ensaio (Hz)	Modelo numérico (Hz)	Diferença	Deformada modal
1	7,44	7,67	3%	
2	16,97	16,09	5%	
3	24,05	24,53	2%	

Fonte: elaborado pela autora

O caminhar de uma pessoa foi simulado através de série de Fourier aplicada no ponto central da laje. A aceleração devido à série de Fourier foi extraída na posição no ponto central e é mostrada na Figura 35. A máxima aceleração r.m.s. de 1s obtida numericamente foi de 0,033m/s², enquanto a aceleração máxima r.m.s. obtida no ensaio foi de 0,0412 m/s². A

diferença de $0,008\text{m/s}^2$ (21%) entre o resultado numérico e experimental indica que o modelo numérico adotado para a laje nervurada conseguiu representar relativamente bem o comportamento dinâmico dessa laje.

Figura 35 - Aceleração no ponto de referência obtida no modelo numérico – laje nervurada



Fonte: elaborado pela autora

3.2.4 Análise teórica

3.2.4.1 Análise de lajes pelo PCI (PCI 7ª Edição)

A fim de analisar os resultados desse cálculo simplificado, a frequência fundamental da laje nervurada foi calculada, conforme apresentado no item 2.5.3.1. Os valores utilizados para o cálculo são indicados na Tabela 19. A frequência fundamental calculada para a laje nervurada é de 16,90 Hz. Na análise da laje nervurada, o resultado foi muito maior que a frequência do primeiro modo obtido no ensaio (7,44 Hz). No entanto, a frequência de 7,44 Hz é relativa à vibração do balanço da laje, conforme pode ser visto pela deformada modal apresentada na Tabela 15. A frequência fundamental foi calculada considerando o vão da laje no sentido da nervura, ou seja, 5,95m, de forma que ela é relativa ao modo de flexão da laje nesse sentido, que corresponde ao segundo modo de vibração obtido no ensaio (16,97 Hz). O erro obtido entre a frequência natural calculada e a frequência experimental relativa ao mesmo modo é de apenas 0,4%.

Tabela 19 - Cálculo simplificado da frequência natural da laje nervurada pelo método do PCI

Parâmetro	Laje nervurada
W (kg/m ²)	882,0
L (m)	5,95
Ed (N/m ²)	3,68x10 ¹⁰
I laje (m ⁴)	0,0004
I viga de apoio (m ⁴)	0,0085
Fn (Hz)	16,90

Fonte: elaborado pela autora

3.2.4.2 *Análise de lajes pelo Willford e Young (Sociedade do Concreto)*

A laje foi analisada conforme explicado no item 2.5.3.2. Os valores considerados, bem como a frequência natural obtida são mostrados na Tabela 20.

Tabela 20 - Cálculo simplificado da frequência natural da laje nervurada pelo método de Willford e Young

Parâmetro	Laje nervurada
m (kg/m ²)	882,0
L (m)	5,95
Ed (N/m ²)	3,68x10 ¹⁰
I _x (m ⁴)	0,00036
I _y (m ⁴)	0,00003
t (m)	0,05
s _x (m)	0,50
s _y (m)	-
W (m)	6,55
Fn (Hz)	8,24

Fonte: elaborado pela autora

A frequência fundamental obtida é de 8,24 Hz. Esse método considera a rigidez nos dois sentidos da laje, ao contrário do método do PCI que considera apenas a direção principal das lajes. Dessa forma, pode-se comparar a frequência natural calculada com a frequência fundamental experimental foi de 7,44 Hz. Assim, o procedimento apresentou uma diferença de 23%. No entanto, o cálculo da frequência natural foi realizado considerando laje simplesmente apoiada nas quatro laterais, o que não é a mesma situação da laje ensaiada. Dessa forma, a comparação não pode ser feita diretamente, mesmo assim o método conseguiu obter uma frequência aproximada para uma laje com geometria similar.

3.2.5 Conclusão do estudo de caso da laje nervurada

A laje nervurada foi ensaiada dinamicamente com obtenção das frequências naturais, modos de vibração, amortecimento e nível de aceleração devido ao caminhar de uma pessoa. Esse estudo experimental é relevante para compreender o comportamento dinâmico dessa laje e permitir elaborar modelos numéricos realistas e representativos.

A análise experimental da laje nervurada apresentou bons resultados, com deformadas modais claras para os modos analisados. A laje nervurada possui 5,95m de vão livre, com altura final de 23 cm, obtendo relação L/h de 25 e frequência fundamental de 7,44 Hz. O ensaio mostrou a grande influência do balanço da laje no seu comportamento dinâmico.

Ao analisar as deformadas modais obtidas no ensaio, percebe-se que as alvenarias sob a laje atuaram como apoios contínuos, pois não há deslocamento dos pontos de apoio da laje. A alvenaria sobre a laje, por sua vez, além de aumentar a massa, também aumentou a rigidez do sistema, conforme mola acrescentada ao modelo numérico para representá-la.

O amortecimento obtido na laje nervurada foi maior que o amortecimento de outras lajes de concreto, mesmo em se tratando de uma obra em execução, sem revestimentos, acabamentos e mobília. O amortecimento pode ser maior pelo atrito das nervuras e da capa de concreto com o EPS da laje.

Pelo critério da ISO 10137, NBR, PCI e FIP, as lajes nervuradas ensaiadas foram consideradas adequadas para todos os tipos de uso (relativamente à vibração devido ao caminhar). Isso foi condizente com o percebido durante o ensaio, pois ninguém percebeu as vibrações devido ao caminhar nessas lajes. No entanto, pelo critério de Bachmann, a laje apresenta vibração “claramente perceptível”. Esse resultado pode ser decorrente desse critério utilizar a aceleração de pico, sem ponderação ou médias, de forma que a faixa de frequência natural da laje e o nível de amortecimento da aceleração não foram levadas em consideração.

O modelo numérico com a utilização de casca para representar as nervuras e a capa da laje conseguiu representar bem a geometria dessa tipologia de laje. As alvenarias existentes sobre a laje ensaiada foram bem modeladas com a incorporação de molas e massas nos pontos correspondentes.

Com relação ao cálculo teórico da frequência natural, percebe-se que os resultados foram bem discrepantes, variando de 8,24 Hz (método proposto por Willford e Young) até 16,90 Hz (método do PCI). A laje avaliada possui balanço e alvenarias e mostra como algumas diferenças na geometria podem dificultar avaliações teóricas com equações simples. Nesses casos, os modelos numéricos podem representar melhor o problema.

O método de Willford e Young apresentou a menor diferença da frequência natural calculada, pois ele consegue levar em consideração o efeito da rigidez transversal das lajes nervuradas. No entanto, como há influência do balanço da laje nos modos de vibração, ainda foi obtido um erro de 23%.

O método do PCI apresentou frequência fundamental muito superior à frequência fundamental da laje ensaiada, no entanto, ao se comparar o mesmo modo de vibração, ou seja, a frequência obtida no cálculo com a frequência do segundo modo de vibração obtida experimentalmente, o erro foi muito pequeno.

3.3 Laje duplo T

Nos próximos itens são apresentadas as características da estrutura com laje duplo T no qual foi feito o estudo de caso, bem como os resultados da análise experimental, numérica e analítica para o comportamento dinâmico da laje com o caminhar.

3.3.1 Descrição da estrutura

A laje duplo T (DT) ensaiada é de um centro de eventos em Franca – SP, construído em 2002. O edifício possui 54x25 m, com pilares a cada 6,75 m e um nível de lajes com vão de 12,5 m. A cobertura é em estrutura metálica com 25 m de vão livre. A Figura 38 (a) mostra a estrutura sem a cobertura. A laje duplo T ensaiada possui 12,5 m de comprimento, não há alvenarias nem divisórias sobre a laje, apenas revestimento cerâmico, conforme pode ser visto na Figura 36 (a). No andar inferior da laje, existe alvenaria sob a viga de apoio da laje DT e forro de gesso fixado em toda a laje, conforme ilustrado na Figura 36 (b).

Figura 36 - Laje duplo T ensaiada (a) sobre a laje e (b) alvenaria sob a laje



(a)

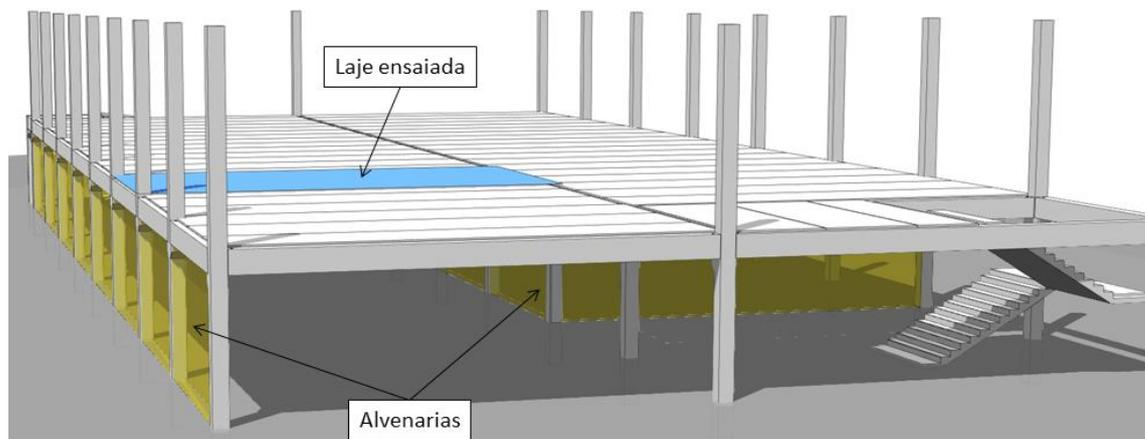


(b)

Fonte: elaborado pela autora

A Figura 37 ilustra, esquematicamente, a estrutura do centro de convenções com laje DT que foi ensaiada. No andar inferior é possível visualizar, destacado em amarelo, a alvenaria existente sob a viga central da laje e na lateral do edifício.

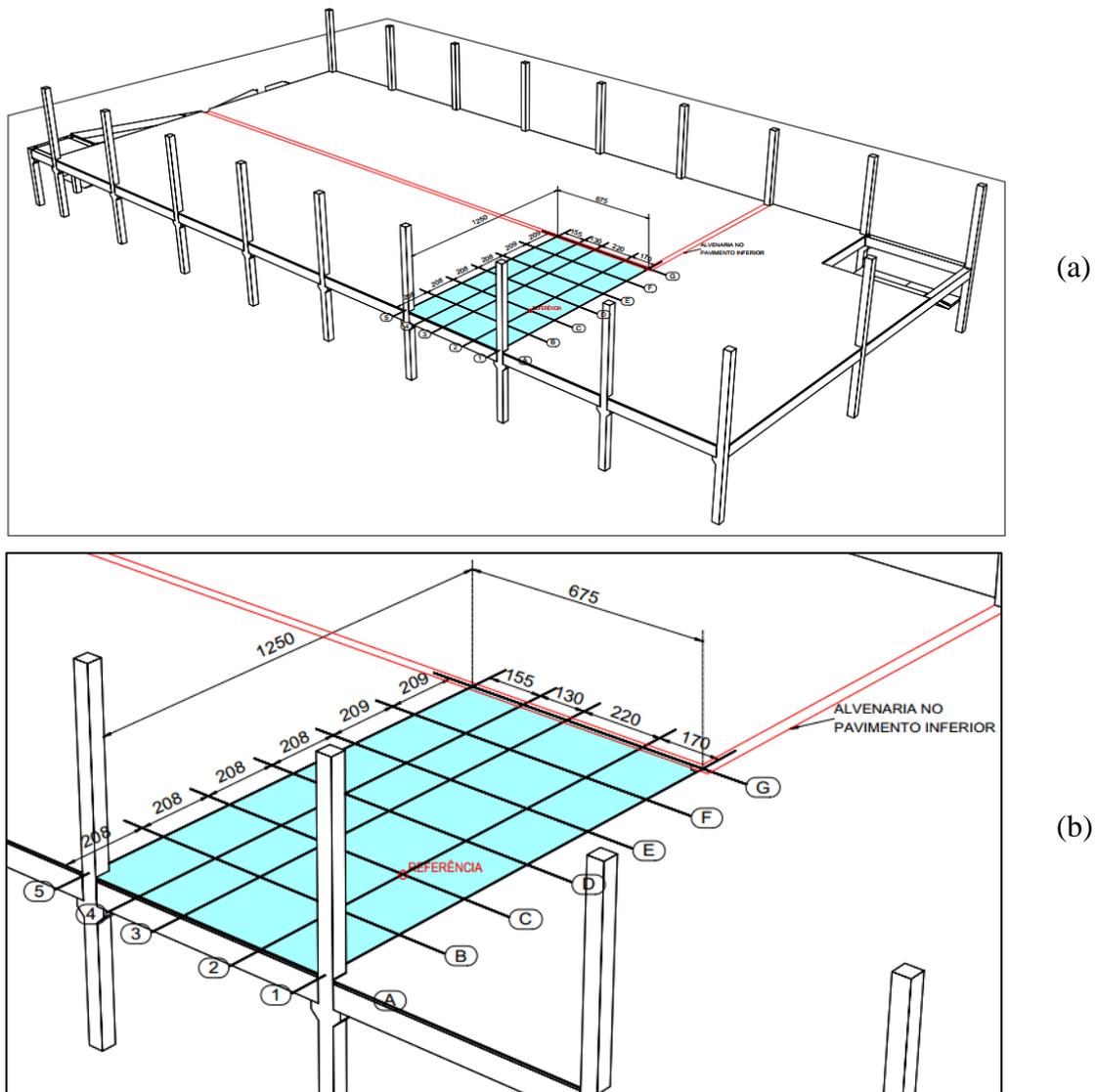
Figura 37 - Posição das alvenarias no andar inferior – Centro de Convenções com lajes DT



Fonte: elaborado pela autora

A ação permanente atuante na laje analisada é o forro de gesso do andar inferior e o revestimento cerâmico na laje (Figura 36).

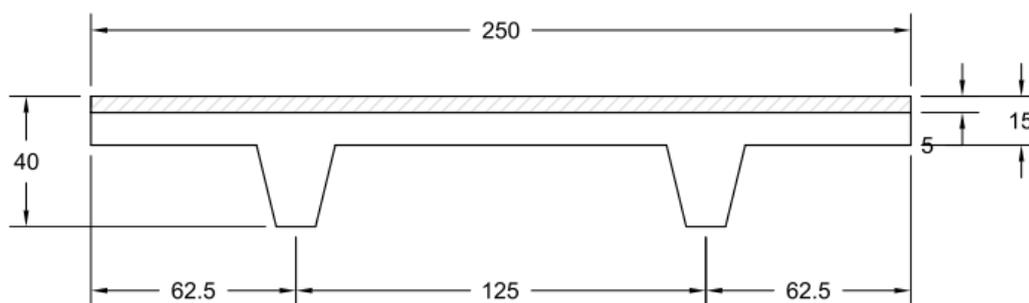
Figura 38 - Esquema estrutural do centro de convenções com laje duplo T (a) vista geral e (b) vista aproximada da região ensaiada



Fonte: elaborado pela autora

Os elementos pré-moldados da laje duplo T ensaiada possuem altura de 35 cm e largura de 250 cm. As nervuras estão espaçadas a cada 125 cm e possuem altura de 25 cm. Sobre o elemento pré-moldado, existe uma capa de concreto moldado in-loco de 5cm de espessura. A seção transversal da laje é mostrada na Figura 39.

Figura 39 - Seção transversal da laje duplo T do centro de convenções (unidade: cm)



Fonte: elaborado pela autora

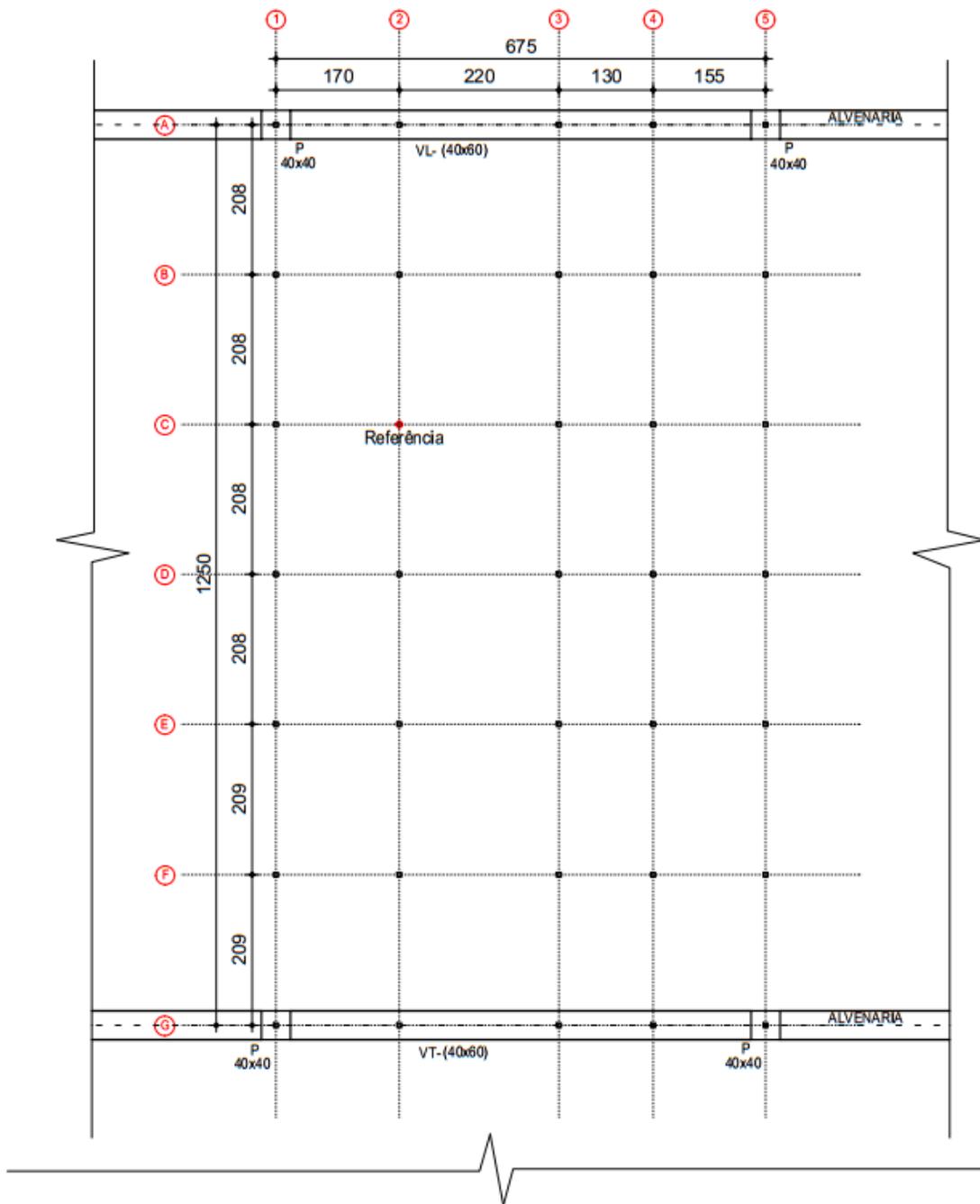
3.3.2 Análise experimental

Foi realizada análise experimental na laje duplo T com os materiais, programas computacionais e métodos de análise conforme apresentados no item 3.1.1.

No ensaio foram medidos 35 pontos, divididos em 6 testes com o ponto C2 de referência em todas as provas, conforme apresentado na Tabela 21 e Figura 40. Os acelerômetros foram fixados sobre o piso cerâmico com cera de abelha. A frequência de aquisição foi de 1000 Hz, com duração de 420s. A duração desse ensaio foi maior que dos outros estudos de caso realizados, pois a análise numérica preliminar indicava frequência fundamental mais baixa, na ordem de 5 Hz. A ideia foi garantir que fossem medidos no mínimo 2000 ciclos do modo de vibração mais baixo.

Figura 40 - Pontos ensaiados - laje duplo T

PONTOS PARA ENSAIO DINÂMICO
ANÁLISE MODAL EM LAJE DT



Fonte: elaborado pela autora

Tabela 21 - Pontos medidos em cada teste da laje DT

Canal	Teste 1	Teste 2	Teste 3	Teste 4	Teste 5	Teste 6
1-1	C-2	C-2	C-2	C-2	C-2	C-2
1-2	A-1	B-1	C-1	D-1	C-5	D-5
2-0	A-2	B-2	D-2	D-3	D-4	D-4
2-1	A-3	B-3	F-3	F-4	F-2	F-1
2-2	A-4	A-5	B-5	B-4	C-3	C-4
3-0	G-5	G-4	G-3	G-2	G-1	G-1
3-2	E-3	E-4	E-5	F-5	E-2	E-1

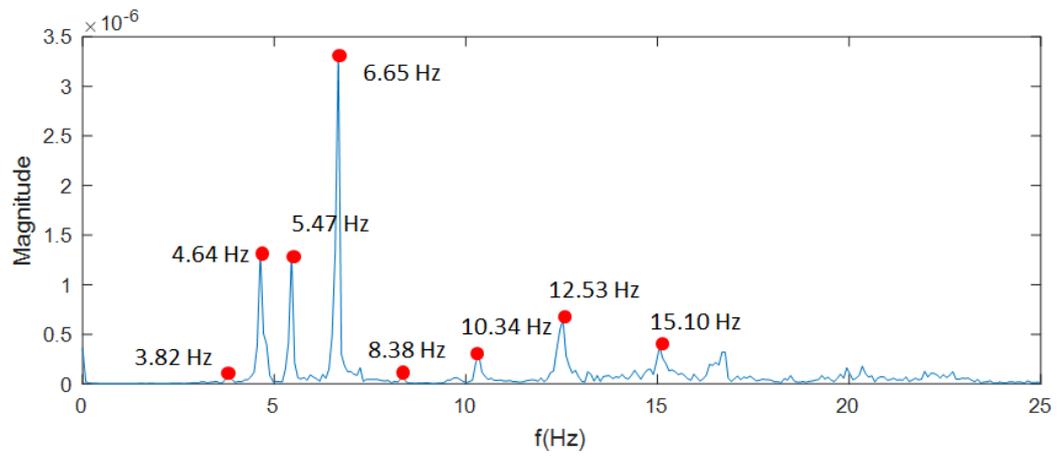
Fonte: elaborado pela autora

3.3.2.1 *Análise dos resultados experimentais*

Na análise do sinal do ensaio da laje duplo T, a frequência de aquisição do sinal foi reduzida em 12 vezes, para conseguir determinar melhor os modos nas primeiras frequências naturais. Os dados foram filtrados com a janela de Hamming, com tamanho de 2×10^{10} e sobreposição de 0,5.

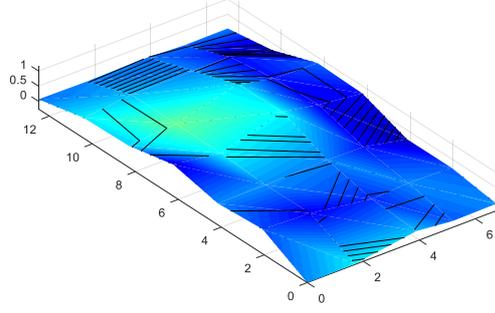
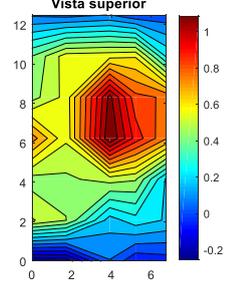
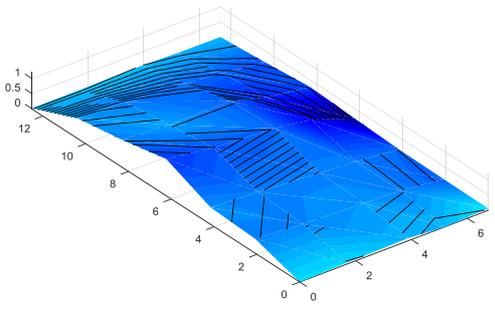
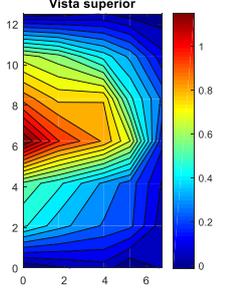
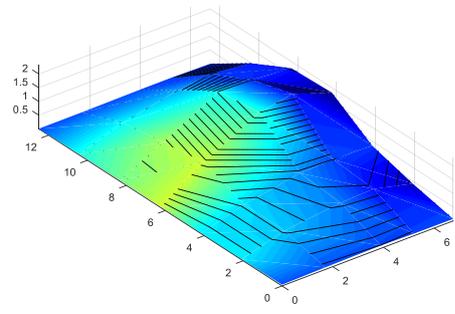
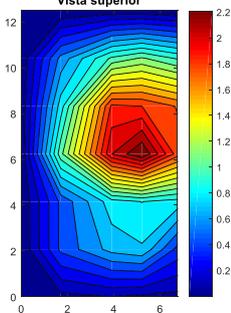
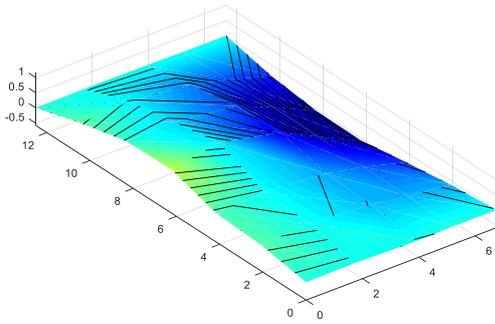
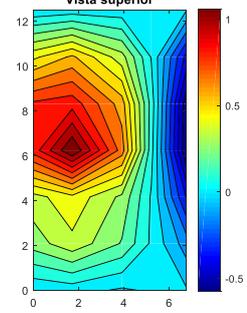
As frequências naturais da laje duplo T foram obtidas através dos picos no gráfico de Power Spectrum do ponto de referência, conforme mostrado na Figura 41. A vibração causada pelas atividades humanas é mais fortemente afetada por frequências naturais abaixo de 15 Hz, e, seguindo a recomendação do manual da Sociedade do Concreto, todas as frequências naturais, modos de vibração e amortecimento até 15 Hz foram determinados. Os resultados obtidos são apresentados na **Erro! Fonte de referência não encontrada.**

Figura 41 - Gráfico de Power Spectrum do ponto de referência - laje duplo T

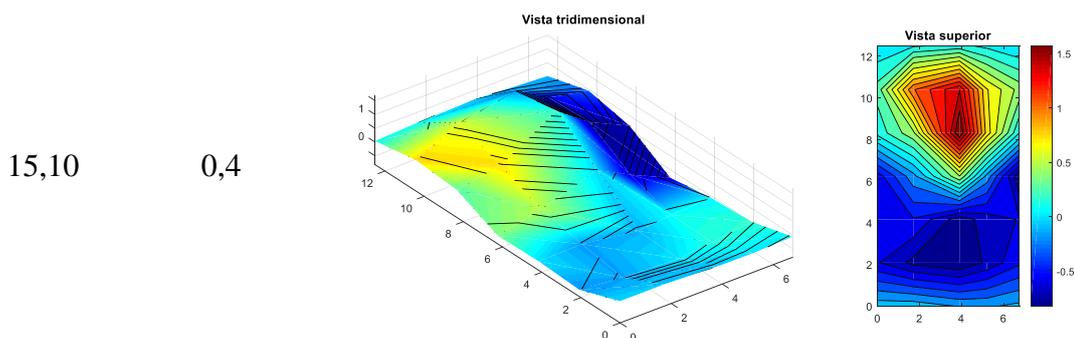
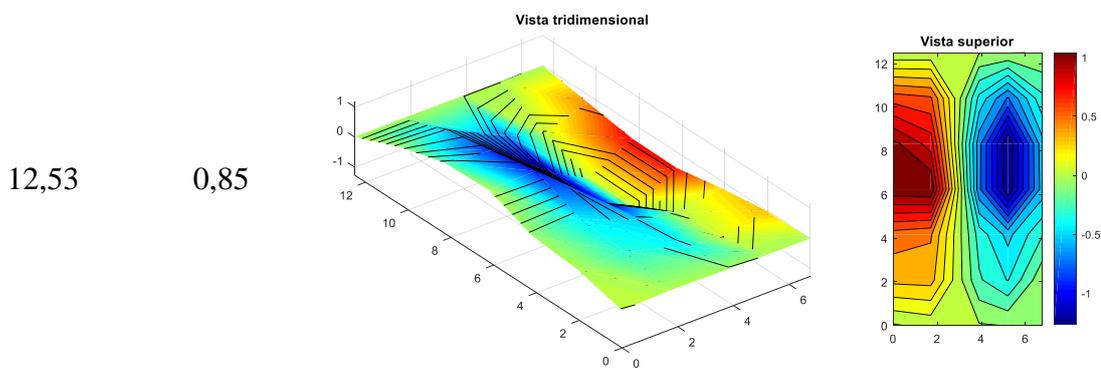
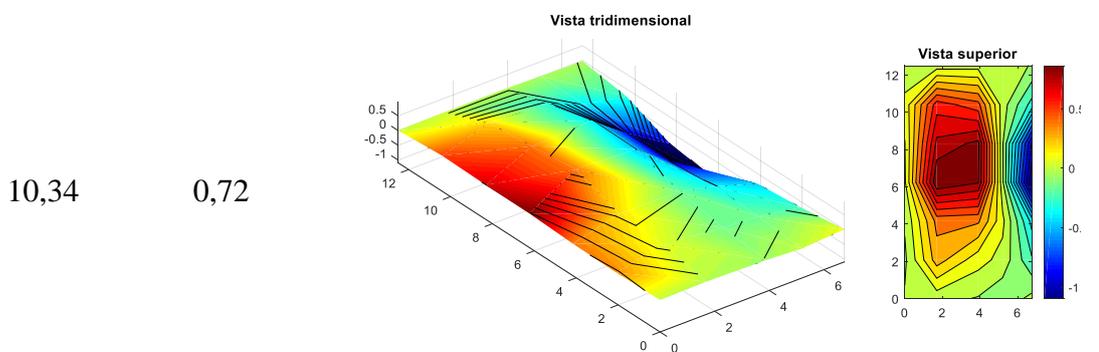
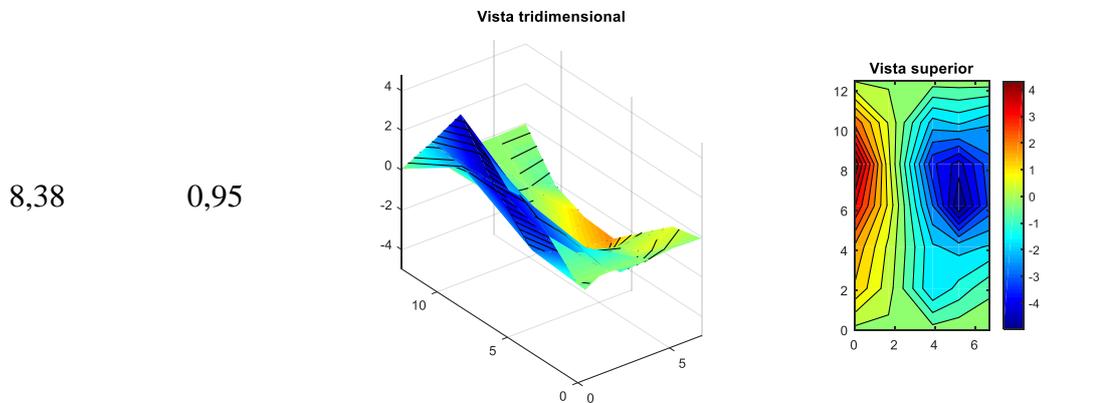


Fonte: elaborado pela autora

Tabela 22 - Frequências naturais e deformadas modais - laje duplo T

Frequência natural (Hz)	ζ (%)	Modo de vibração	
3,82	1,26	<p>Vista tridimensional</p> 	<p>Vista superior</p> 
4,64	1,15	<p>Vista tridimensional</p> 	<p>Vista superior</p> 
5,47	0,61	<p>Vista tridimensional</p> 	<p>Vista superior</p> 
6,65	1,13	<p>Vista tridimensional</p> 	<p>Vista superior</p> 

Frequência natural (Hz)	ζ (%)	Modo de vibração
--------------------------------	-------------------------------	-------------------------



Ao analisar as deformadas modais, observa-se que o comportamento transversal às nervuras da laje domina a resposta dinâmica, com diversos modos de flexão dessa direção. Os primeiros modos de vibração da laje são, em sua maioria, de flexão transversal às suas nervuras. Nota-se que o segundo modo de flexão ao longo das nervuras do elemento é de 15,10 Hz.

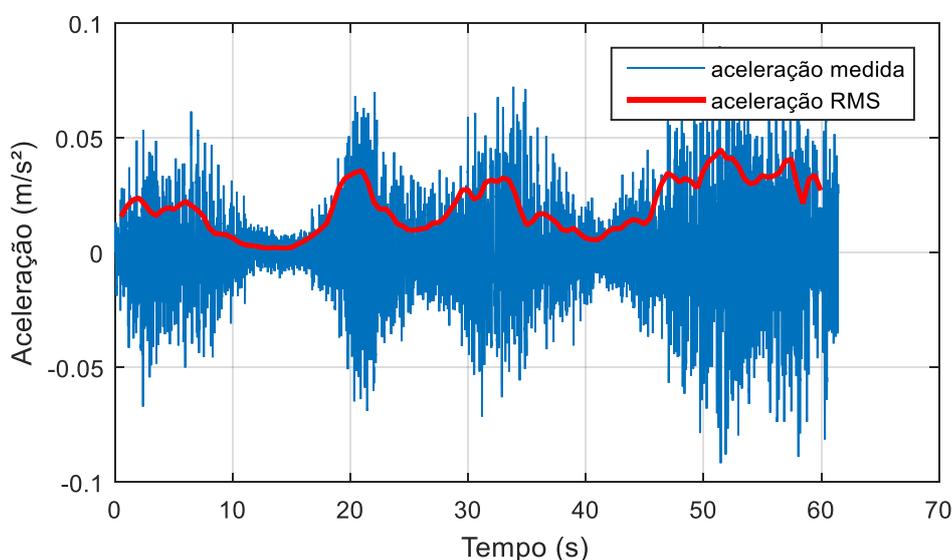
As deformadas modais também mostram que as alvenarias sob as vigas atuam como apoios contínuos das vigas, pois não foi observada movimentação nas vigas de apoio das lajes.

Os resultados também mostram que a taxa de amortecimento dessa laje é baixa, em torno de 1%. Esse resultado é coerente com uma estrutura de concreto protendida com poucos elementos não-estruturais nela.

3.3.2.2 *Análise do conforto*

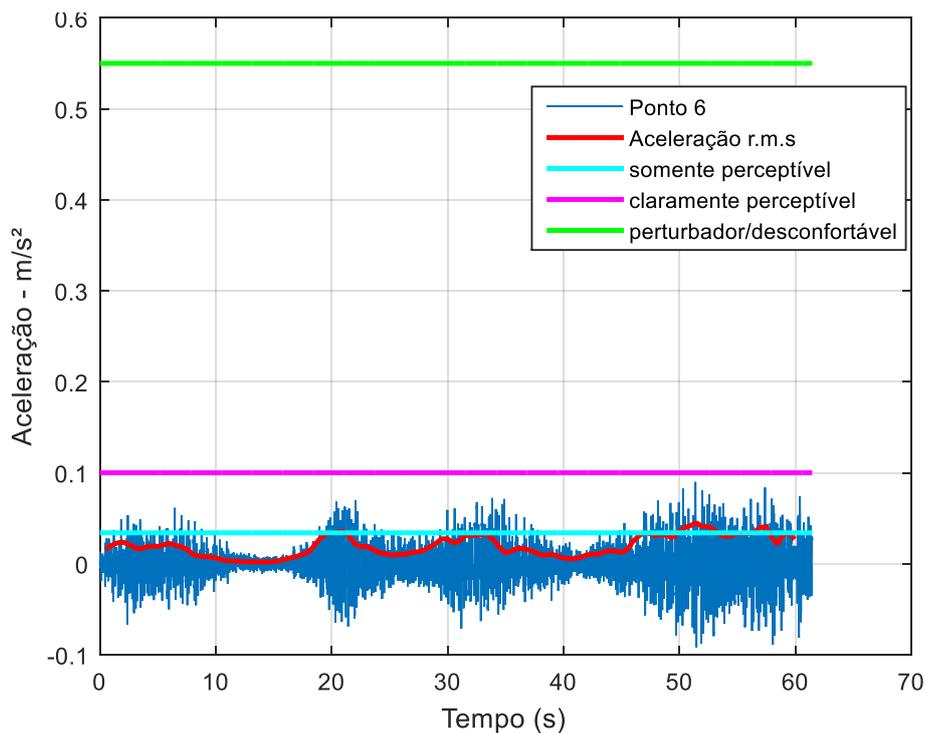
A aceleração devido ao caminhar obtida no ponto central (ponto D3 da Figura 40) da laje é mostrada na Figura 42. Nota-se que o comportamento dessa laje duplo T foi dominado pela resposta ressoante do caminhar, típico de lajes com baixa frequência fundamental. A laje apresentou frequência fundamental na faixa mais perceptível para as pessoas e apresentou baixo amortecimento, assim, a aceleração máxima medida não foi muito superior à aceleração r.m.s. obtida. O maior valor de aceleração r.m.s. foi de 0,0449 m/s² e de 0,0899 m/s² para a aceleração de pico, ou seja, a aceleração r.m.s foi 49,9% da aceleração de pico.

Figura 42 - Aceleração no ponto central da laje duplo T (ponto D3) e seu respectivo valor r.m.s ponderado



De acordo com o critério de Bachmann, a laje duplo T analisada apresentou vibração acima do nível “somente perceptível” (Figura 43).

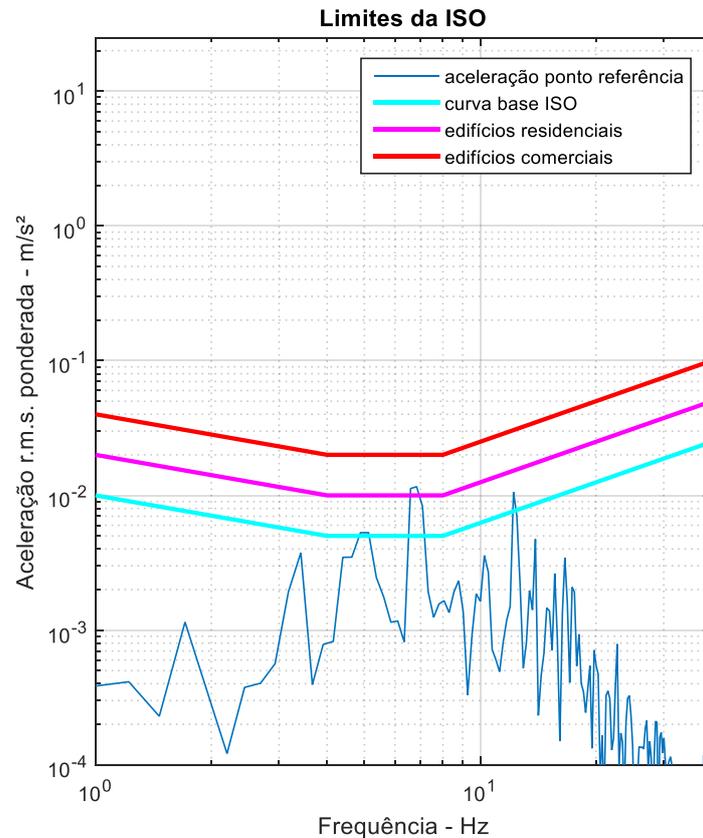
Figura 43 - Análise da vibração na laje duplo T devido ao caminhar pelo critério de Bachmann



Fonte: elaborado pela autora

Na análise pelo critério da ISO 10137, a vibração foi acima do ideal para edifícios residenciais, mas é adequada para edifícios comerciais (Figura 44).

Figura 44 - Análise da vibração na laje duplo T devido ao caminhar pelo critério da ISO 10137



Fonte: elaborado pela autora

Pelo critério da FIB e da NBR, a laje duplo T somente é adequada para uso em salas de concerto com cadeiras fixas, por possuir frequência fundamental de 3,82 Hz.

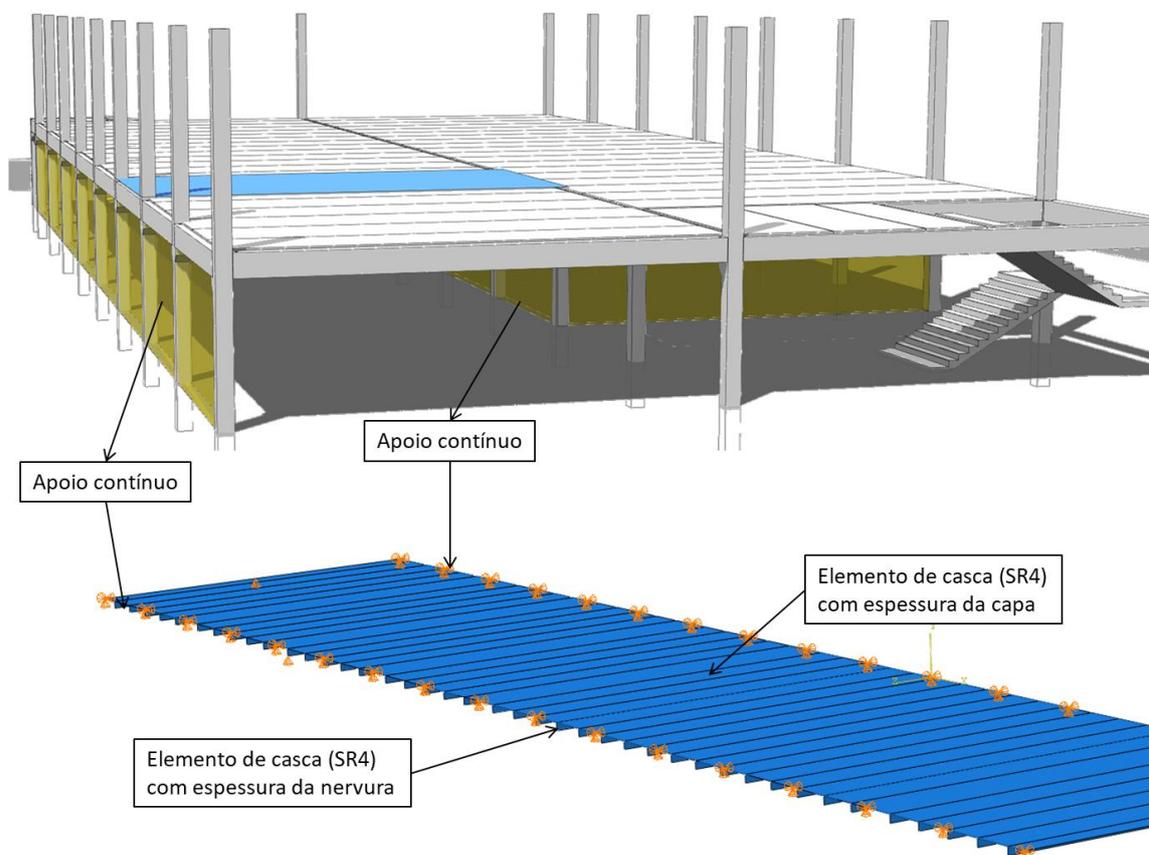
De acordo com o PCI, a laje duplo T de 12,5m de vão com uma continuidade precisa ter frequência mínima de 7,69 Hz (considerando $K = 58$, $\beta = 0,02$, $W = 197$ kN) para evitar a vibração devido ao caminhar. Dessa forma, a laje duplo T analisada não atende a esse requisito, pois possui frequência fundamental de 3,82 Hz.

Assim, percebe-se que a laje estudada não atende aos requisitos das normas que se baseiam em frequência natural (FIB, NBR e PCI), porém de acordo com a ISO, que se baseia em aceleração, a laje pode ser utilizada em escritórios. Apenas para balizar e permitir comparar as normas com o nível de vibração real, as pessoas presentes no ensaio conseguiram perceber a vibração da estrutura devido ao caminhar somente quando estavam sentadas.

3.3.3 Análise numérica

A laje nervurada foi representada por elemento de casca com 8 nós e integração reduzida (S8R) para a capa e para as nervuras, considerando assim a rigidez e ortotropia gerada pelas nervuras da laje duplo T. As vigas foram modeladas com elementos de viga de 3 nós com integração quadrática (B32). A Figura 45 mostra as características da laje e como elas foram consideradas no modelo numérico.

Figura 45 - Considerações para modelagem numérica da laje duplo T



Fonte: elaborado pela autora

A laje duplo T apresentou alguns desafios quanto à sua modelagem numérica. Foram realizadas diversas tentativas de representar apenas a área ensaiada (destacada em azul na Figura 45), no entanto, o comportamento dinâmico dessa laje sofreu grande influência de toda a largura da laje, como pode ser visto pelas deformadas modais do ensaio. Além disso, a laje apresentou diversos modos de vibração próximos. Dessa forma, toda a lateral da laje ensaiada

(delimitada pelo eixo das vigas centrais) foi modelada (Figura 45). As alvenarias do pavimento inferior foram modeladas como apoios contínuos. Os apoios da laje foram modelados como simplesmente apoiados, inclusive sobre a viga do eixo central, que recebe também a laje da outra lateral do prédio. Não foi considerada nenhuma continuidade da laje duplo T com a laje adjacente, pois há apenas uma tela metálica na capa da laje concretada in-loco, nem nenhuma outra ligação entre as nervuras das lajes.

O modelo foi calibrado modificando a densidade e módulo de elasticidade do concreto da laje pré-moldada e da capa moldada in-loco. Os parâmetros dos materiais utilizados são indicados na Tabela 23.

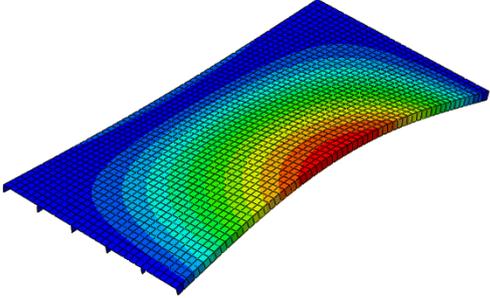
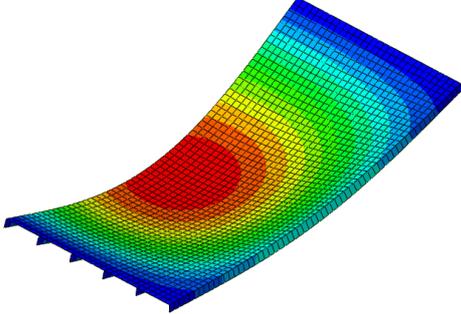
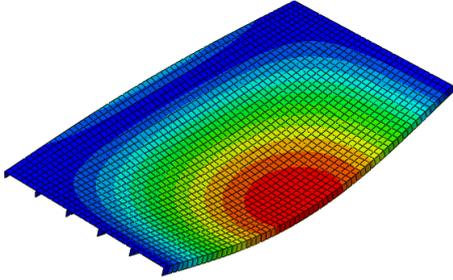
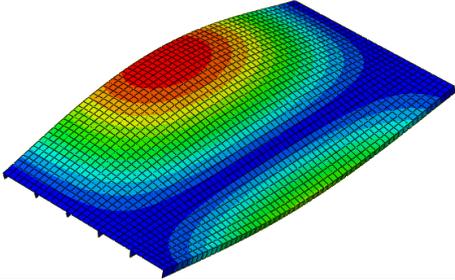
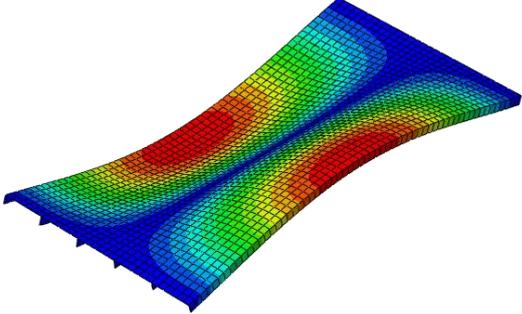
Tabela 23 - Parâmetros adotados para calibração do modelo numérico da laje DT

Material	Densidade (kg/m³)	Módulo de elasticidade (N/m²)
Concreto laje DT	2400	$4,5 \times 10^{10}$
Concreto capa moldada in-loco	2400	$4,0 \times 10^{10}$

Fonte: elaborado pela autora

As frequências naturais e modos de vibração obtidos no modelo numérico são apresentados na Tabela 24. A fim de possibilitar a comparação com o resultado experimental, as deformadas modais foram apresentadas para a mesma região ensaiada.

Tabela 24 - Frequências naturais experimentais e numéricas da laje DT

Modo	Ensaio (Hz)	Modelo numérico (Hz)	Diferença	Deformada modal
1	3,82	3,98	4,19%	
2	4,64	4,51	2,80%	
3	5,45	5,19	4,77%	
4	6,67	6,04	9,45%	
5	8,38	8,42	0,48%	

Fonte: elaborado pela autora

Após calibrar as frequências naturais do modelo numérico com o resultado experimental, a força devido ao caminhar de uma pessoa foi incorporada no ponto central do vão da laje, através de série de Fourier. A aceleração r.m.s. obtida no ponto de referência foi de $0,029 \text{ m/s}^2$, enquanto a obtida experimentalmente no ponto de referência para o caminhar de uma pessoa foi de $0,023 \text{ m/s}^2$, uma diferença de 26%. Para análise de vibração, essa diferença obtida é pequena, pois para a sensação da vibração uma variação de $0,006 \text{ m/s}^2$ não é relevante.

O modelo proposto por elementos de casca para representar as nervuras e a mesa foi simples de ser implementado e conseguiu representar o comportamento dinâmico dessas lajes.

Esse estudo de caso deixou clara a importância de definir cuidadosamente a região da estrutura a ser modelada. Devido à rigidez transversal dessa laje, toda a largura de laje (delimitada pelas vigas) precisou ser incorporada ao modelo para correta representação do comportamento dinâmico. Pois a consideração de apenas a região ensaiada não apresentaria todos os modos de vibração que foram observados no ensaio, além de obter frequência fundamental superior à real.

3.3.4 Análise teórica

3.3.4.1 Análise de lajes pelo PCI (PCI 7ª Edição)

A frequência fundamental da laje duplo T foi calculada pelo método teórico proposto pelo PCI (apresentado no item 2.5.3.1). Os valores utilizados para o cálculo são indicados na Tabela 25. A frequência fundamental da laje duplo T por esse método foi de 7,81 Hz. O erro desse cálculo com a frequência natural real obtida no ensaio é muito alto (104%), sendo praticamente o dobro. Essa diferença deixa clara a influência da rigidez transversal da laje em reduzir a frequência natural, nesse caso em que a largura da laje é muito maior que o vão livre.

Tabela 25 - Cálculo simplificado da frequência natural da laje duplo T pelo método do PCI

Parâmetro	Laje duplo T (DT)
W (kg/m ²)	465,0
L da laje(m)	12,5
L da viga de apoio (m)	6,75
Ed (N/m ²)	3,68x10 ¹⁰
I laje (m ⁴)	0,0024
I viga de apoio (m ⁴)	0,0072
Fn (Hz)	7,81

Fonte: elaborado pela autora

3.3.4.2 *Análise de lajes pelo Willford e Young (Sociedade do Concreto)*

A laje foi analisada conforme explicado no item 2.5.3.2. Os valores considerados, bem como a frequência natural obtida são mostrados na Tabela 26.

Tabela 26 - Cálculo simplificado da frequência natural da laje duplo T pelo método de Willford e Young

Parâmetro	Laje nervurada
m (kg/m ²)	465,0
L (m)	12,50
Ed (N/m ²)	3,68x10 ¹⁰
b _y (m)	0,00064
d _y (m)	0,00003
s _x (m)	1,25
t (m)	0,10
W (m)	54,0
Fn (Hz)	2,81

Fonte: elaborado pela autora

A frequência fundamental obtida é de 2,81 Hz, enquanto a experimental foi de 3,82 Hz. Assim, o procedimento apresentou uma diferença de 26%.

3.3.5 **Conclusão do estudo de caso da laje duplo T**

A laje duplo T ensaiada apresentou frequência fundamental de apenas 3,82 Hz e taxa de amortecimento em torno de 1%. Essa laje possui 35cm de altura e 5cm de capa e vence um vão de 12,5m, obtendo relação L/h de 31,25. Durante o ensaio, notou-se que a vibração devido ao caminhar de uma pessoa não era perceptível caso a pessoa estivesse em pé e que a vibração era levemente perceptível para outra pessoa sentada.

Os resultados mostraram diversos modos de vibração próximos, todos relativos à flexão da laje no sentido transversal às nervuras. Assim, percebe-se que a largura total da laje pode ter efeito sobre seu comportamento dinâmico, pois a capa da laje concretada in-loco sobre as lajes duplo T garantiu um comportamento conjunto dos painéis pré-moldados adjacentes.

Essa rigidez transversal entre os painéis de laje duplo T exigiu que o modelo numérico incluísse toda a largura do pavimento de laje (54m) para a correta representação do comportamento dinâmico desse piso.

A modelagem numérica com elemento de casca para representar as nervuras e a capa conseguiu representar bem a ortotropia das lajes duplo T. Além disso, a força do caminhar representada pela série de Fourier em um ponto central apresentou aceleração próxima da máxima obtida no ensaio.

Pelo critério da ISO 10137, a laje não é adequada para uso em locais residenciais. Pela NBR e FIB, a laje é adequada apenas para salas de concertos com cadeiras fixas. Finalmente, pelo PCI, a laje deveria ter frequência fundamental maior que 7,69 Hz para não apresentar vibrações excessivas devido ao caminhar. Assim, nota-se que para essa laje todas as normas foram coerentes, pois todas limitaram o uso dela para atendimento do conforto às vibrações excessivas. Além disso, percebe-se que foi coerente com o observado no ensaio, pois a vibração foi perceptível para as pessoas sentadas.

Cabe comentar que esse edifício teve sua construção iniciada em 2002 e concluída em 2003, quando a NBR 6118 em vigor na época (ABNT NBR 6118:1980) não trazia recomendações a respeito do Estado Limite de Serviço de Vibrações Excessivas.

Com relação ao cálculo teórico e manual da frequência natural, percebe-se que o método do PCI apresentou frequência natural muito superior à obtida no ensaio, pois nesse método a rigidez transversal da laje não é considerada. No caso do método de Willford e Young, que considera a rigidez transversal da laje, a frequência natural calculada foi menor que a obtida experimentalmente. O método de Willford e Young apresentou o menor erro do resultado experimental, de 26%.

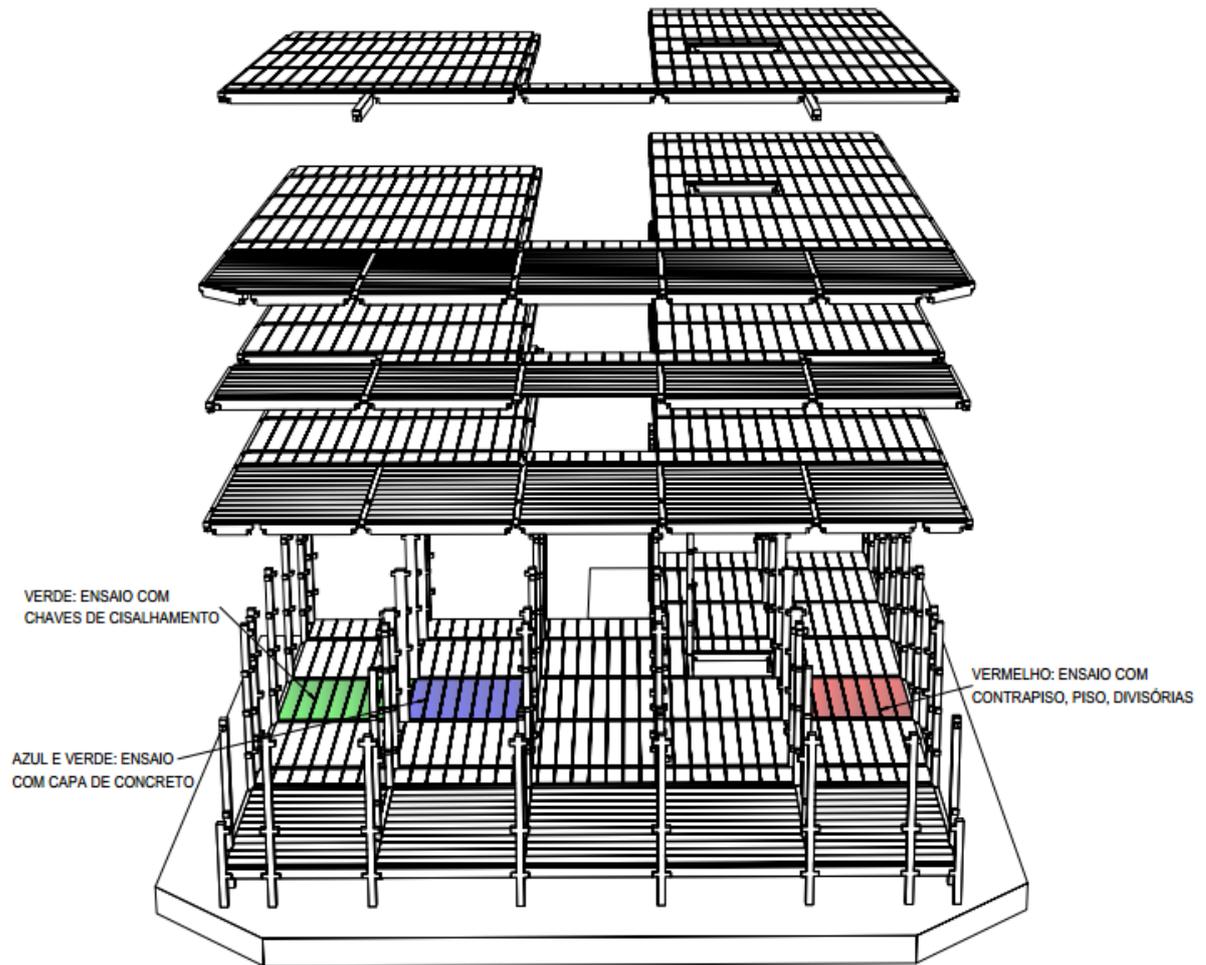
3.4 Laje alveolar

Nesse item são apresentadas as características da laje alveolar analisada no estudo de caso e os resultados da análise experimental, numérica e analítica para o comportamento dinâmico da laje com o caminhar.

3.4.1 Descrição da estrutura

A laje alveolar ensaiada é de um edifício comercial de cinco pavimentos localizado em Ribeirão Preto, construído em 2014. Foram realizados ensaios dinâmicos nas lajes desse edifício durante a sua construção, nas regiões destacadas em azul e verde na Figura 46 (MARCOS, 2015). O edifício teve sua construção concluída e atualmente possui divisórias e revestimentos, além de algumas áreas ocupadas com lojas e escritórios (Figura 47). Dessa forma, o ensaio dinâmico foi repetido a fim de analisar a influência desses acabamentos no comportamento dinâmico da laje. Devido ao uso do local, foi necessário realizar o ensaio em outra área do mesmo edifício. Foi escolhida uma região delimitada por 4 pilares, com vão de 10 m que é simétrica à região verde e está destacada em vermelho na Figura 46. Todas as dimensões de pilares, vigas e vãos livres são iguais às da área ensaiada durante a construção (em verde na Figura 46) e são mostrados na Figura 49.

Figura 46 – Vista explodida da estrutura do edifício com lajes alveolares



Fonte: elaborado pela autora

Figura 47 - Vista externa do edifício com lajes alveolares



Fonte: website do Independência Center¹

A área sob a laje ensaiada é destinada a estacionamento, de forma que não há alvenarias nem forro de gesso fixado nela. Sobre a laje há apenas as divisórias em gesso acartonado e em vidro, conforme pode ser visto na Figura 48. Analisando a Figura 48, percebe-se que parte da área ensaiada possui revestimento de porcelanato, enquanto outra parte (interna à divisória de vidro) está apenas no contra-piso, ainda sem revestimento.

¹ Disponível em: <https://independenciacenter.com.br/>, acesso em 28 de março de 2020

Figura 48 - Região ensaiada - laje alveolar – divisórias em vidro e gesso acartonado



Fonte: elaborado pela autora

As principais características da laje alveolar ensaiada são apresentadas na Tabela 27.

Tabela 27. Propriedades geométricas da seção transversal da laje alveolar h20 com capa de 5cm

Área	m ²	0,179346
Perímetro	m	6,24
I	m ⁴	0,001457
y _{cg}	m	0,109912
W _s	m ³	0,016174
W _i	m ³	0,013257
h	m	0,25

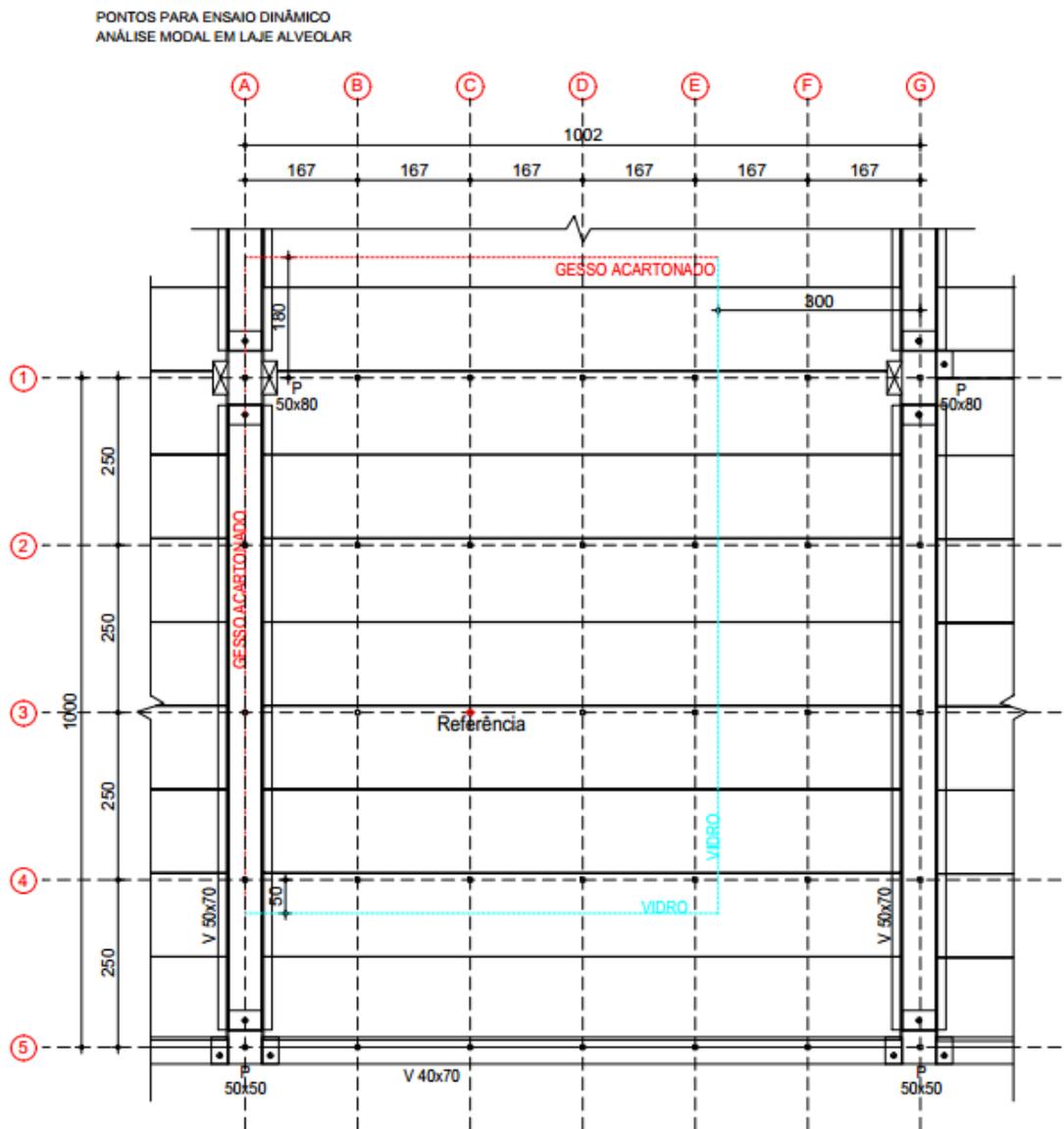


Fonte: elaborado pela autora

3.4.2 Análise experimental

Foram ensaiados 35 pontos, divididos em 5 testes, todos com o ponto C3 de referência (Figura 49). Os pontos medidos em cada teste são apresentados na Tabela 28. A frequência de aquisição foi sempre de 985 Hz, com duração de 360s.

Figura 49 - Pontos ensaiados - laje alveolar



Fonte: elaborado pela autora

Tabela 28 - Pontos medidos em cada teste da laje alveolar

Canal	Teste 1	Teste 2	Teste 3	Teste 4	Teste 5
1-0	C-3	C-3	C-3	C-3	C-3
1-1	E-1	D-1	D-2	F-4	F-3
1-2	B-3	D-5	D-4	B-4	E-4
2-0	A-1	A-2	B-2	G-4	F-5
2-1	G-1	F-1	F-2	G-2	A-3
2-2	B-1	C-1	C-2	E-3	E-3
3-0	E-2	C-5	C-4	A-4	D-3
3-2	A-5	B-5	G-5	G-3	E-5

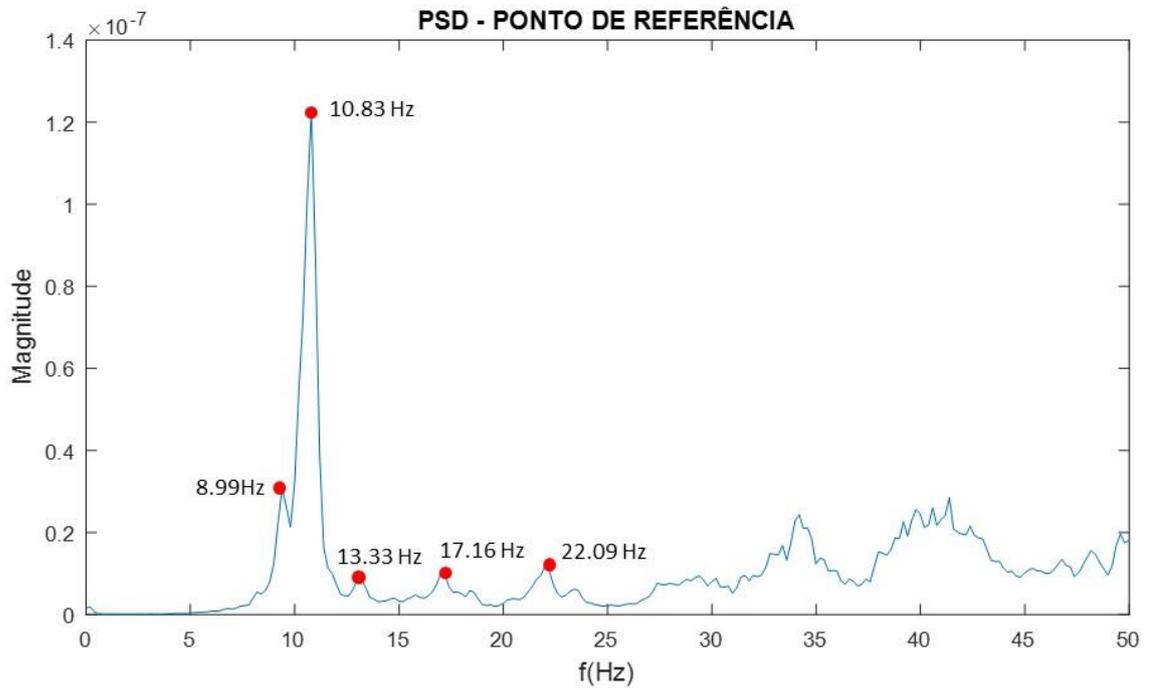
Fonte: elaborado pela autora

3.4.2.1 *Análise dos resultados experimentais*

A frequência de aquisição do sinal foi reduzida em 10 vezes, para melhorar a determinação dos primeiros modos de vibração. Os dados foram filtrados com a janela de Hamming, com tamanho de 2×10^9 e sobreposição de 0,5.

As frequências naturais obtidas para a laje alveolar são mostradas no gráfico de Power Spectrum do ponto de referência (Figura 50). As frequências, amortecimentos e modos de vibração são mostrados na Tabela 29.

Figura 50 - Gráfico de Power Spectrum do ponto de referência - laje alveolar



Fonte: elaborado pela autora

Tabela 29- Frequências naturais e deformadas modais - laje alveolar

Frequência natural (Hz)	ζ (%)	Modo de vibração
8,99	1,04	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>Vista tridimensional</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>Vista superior</p> </div> </div>
10,83	1,51	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>Vista tridimensional</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>Vista superior</p> </div> </div>
13,33	1,31	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>Vista tridimensional</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>Vista superior</p> </div> </div>
17,16	1,27	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>Vista tridimensional</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>Vista superior</p> </div> </div>
22,09	0,8	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>Vista tridimensional</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>Vista superior</p> </div> </div>

Fonte: elaborado pela autora

A diferença entre os dois primeiros modos de vibração é sutil. Ao analisar cuidadosamente, percebe-se que o primeiro modo de vibração apresenta maior amplitude de

movimento sobre o eixo 1 da laje, sendo relativo ao primeiro modo de flexão da região ensaiada com a área adjacente a ela. O segundo modo de vibração é relativo ao segundo modo de flexão da laje ensaiada juntamente com a laje adjacente, pois apresenta maior amplitude no centro da região ensaiada e é muito similar ao terceiro modo de vibração.

Essas deformadas mostram o comportamento conjunto dos painéis de lajes alveolares adjacentes, deixando clara a conexão gerada pelas chaves de cisalhamento entre os elementos e a capa de concreto.

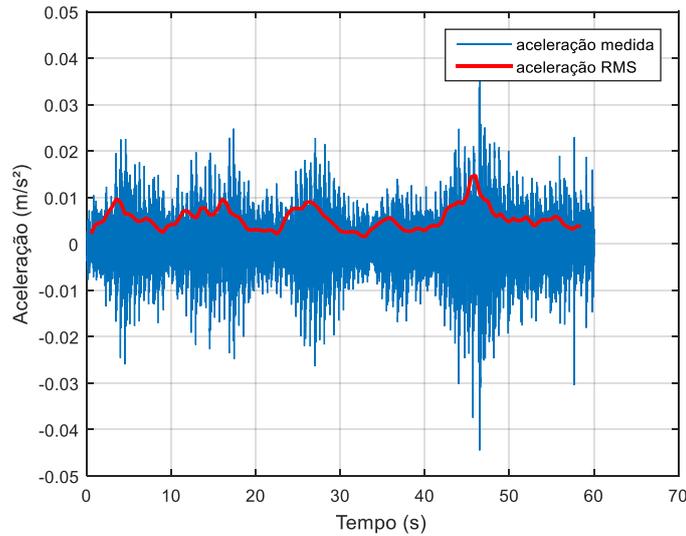
As divisórias de gesso acartonado e vidro parecem alterar levemente a deformada modal, fazendo as deformadas não serem completamente simétricas.

As taxas de amortecimento obtidas são baixas (na ordem de 1%), condizentes com uma estrutura em concreto protendido (Tabela 3) e com poucos itens de mobília.

3.4.2.2 *Análise do conforto*

A aceleração vertical de um ponto central da laje (ponto D3) causada pelo caminhar é apresentada na Figura 51. Nota-se que o comportamento dinâmico da laje alveolar é predominado pela resposta ressoante da estrutura, pois os picos de aceleração se sobrepõem, sem apresentar os picos separados típicos de resposta transiente. A máxima aceleração obtida no ensaio foi de 0,0405 m/s², enquanto a máxima aceleração r.m.s foi de 0,0148 m/s², ou seja, a aceleração r.m.s máxima foi 36% da aceleração medida.

Figura 51 - Aceleração no ponto central da laje alveolar (ponto D3) e seu respectivo valor r.m.s ponderado



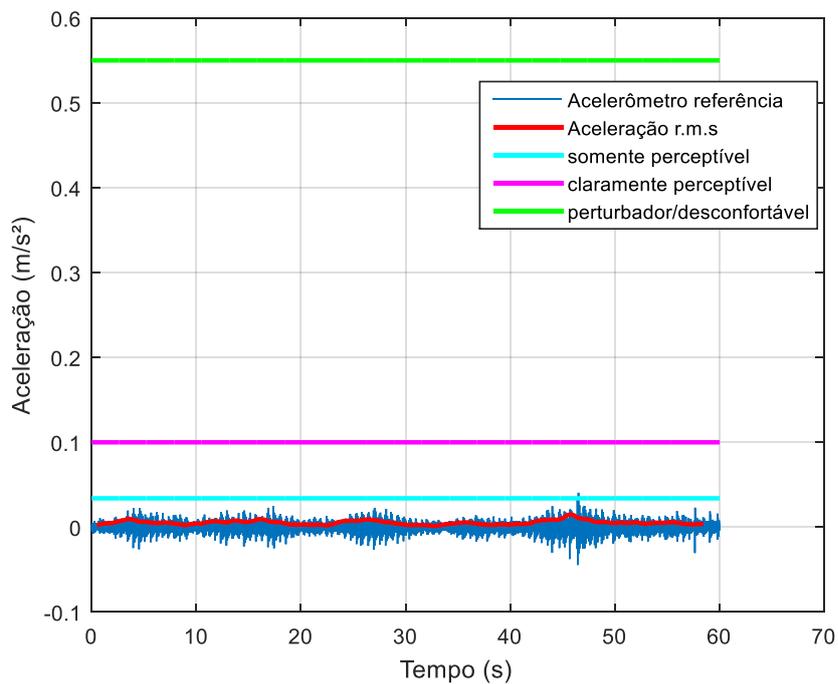
Fonte: elaborado pela autora

A máxima aceleração r.m.s. obtida nesse ensaio foi de 0,0148 m/s², ou seja, apresentou aceleração no mesmo nível de percepção humana (0,015 m/s²). Esse resultado condiz com o observado no ensaio, pois ninguém conseguiu sentir a vibração causada pelo caminhar.

De acordo com o limite de Bachmann, a laje alveolar ensaiada possui nível de vibração devido ao caminhar abaixo do nível de percepção (Figura 52). De acordo com a ISO (

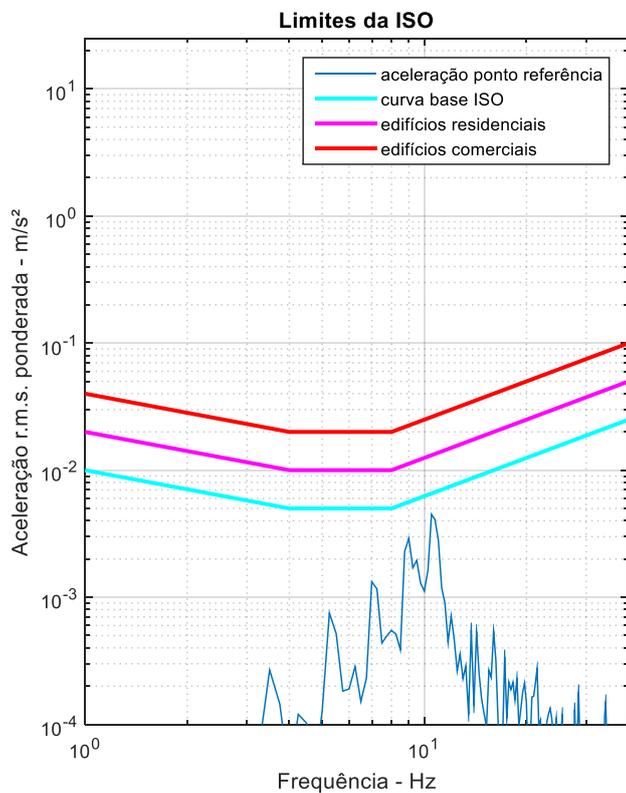
Figura 53) essa laje pode ser utilizada em residências e escritórios. A laje alveolar apresentou frequência fundamental de 8,99 Hz, sendo, de acordo com a NBR e FIB, adequada para uso em edifícios residenciais, comerciais, salas de concerto e salas de dança.

Figura 52 - Análise da vibração na laje alveolar devido ao caminhar pelo critério de Bachmann



Fonte: elaborado pela autora

Figura 53 - Análise da vibração na laje alveolar devido ao caminhar pelo critério da ISO 10137



Fonte: elaborado pela autora

Pelo critério do PCI, a laje alveolar deve possuir frequência mínima de 5,5 Hz (considerando $K = 58$, $\beta = 0,02$, $W = 422$ kN) para evitar vibrações excessivas devido ao caminhar. A frequência fundamental obtida no ensaio foi de 8,99 Hz, de forma que a laje atende esse critério.

Dessa forma, percebe-se que todos os critérios de conforto analisados apresentaram resultados similares, indicando que a laje alveolar pode ser utilizada sem problemas de vibrações excessivas.

3.4.3 Análise numérica

A laje alveolar foi representada por elemento de placa com material do tipo lâmina do Abaqus. As propriedades do material de lâmina foram calculadas conforme descrito no item 2.5.2.6 (a). A capa de concreto moldada in-loco foi acrescentada na seção de placa do Abaqus, através da utilização de camadas (layers). A capa, por sua vez, foi modelada com material isotrópico.

Os valores considerados no material de lâmina para representar a laje ensaiada são apresentados na Tabela 30.

Tabela 30 - Propriedades geométricas equivalentes para lajes alveolares h20

Espessura h	0,20	m
Red	0,5	-
I_y	0,000506	m ⁴ /m
I_x	0,000253	m ⁴ /m
Densidade	1285,2	kg/m ³
E₁	3,42x10 ¹⁰	N/m ²
E₂	2,25x10 ¹⁰	N/m ²
G₁₂	9,38x10 ⁹	N/m ²
v₁₂	0,166	-

Fonte: elaborado pela autora

Nesse estudo o módulo de elasticidade dinâmico considerado para cálculo do material de lâmina foi o mesmo módulo de elasticidade dinâmico do concreto obtido experimentalmente por Marcos (2015).

A laje alveolar foi representada no modelo numérico por elementos de casca com 8 nós e integração reduzida (S8R). As vigas nas quais as lajes se apoiam foram representadas por elementos de viga de 3 nós com integração quadrática (B32). A laje alveolar ensaiada possui continuidade nas suas duas extremidades e também possui laje adjacente a ela, conforme pode ser visto na Figura 46.

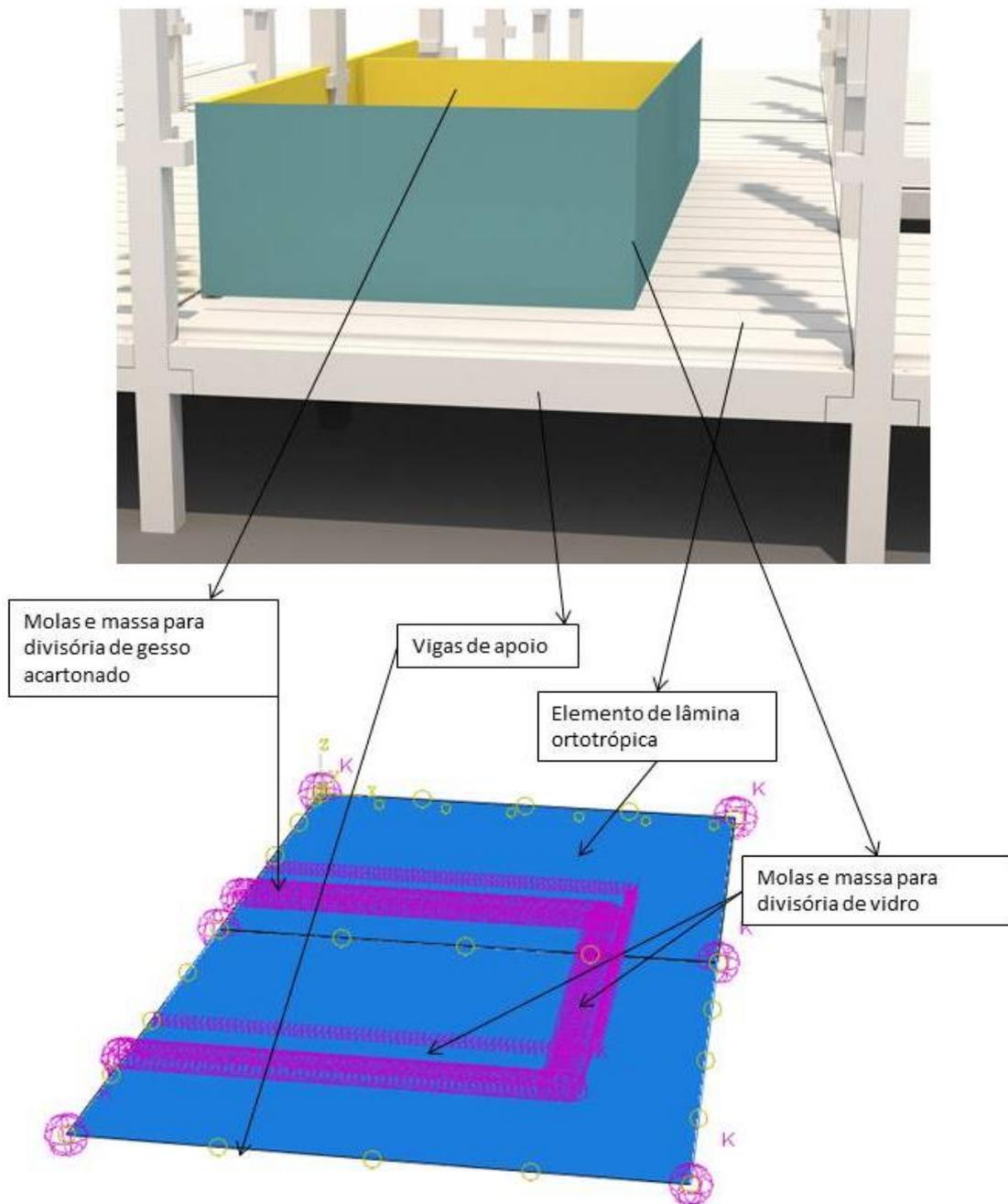
A massa das vigas foi aumentada fim de representar as lajes que não foram incluídas no modelo (conforme feito em MARCOS, 2015). A rigidez à flexão do apoio nas vigas foi considerada com molas de restrição à rotação de 5×10^8 N/rad (MARCOS, 2015). As divisórias em gesso acartonado e em vidro foram consideradas no modelo como massa e mola. A massa das divisórias foi calculada considerando a densidade do material (gesso acartonado e vidro) e a rigidez de mola foi modificada até obter as frequências naturais mais próximas das reais. As principais considerações para o modelo numérico da laje alveolar são ilustradas na Figura 54. Os valores utilizados para calibração do modelo numéricos são indicados na Tabela 31.

Tabela 31 - Parâmetros adotados para calibração do modelo numérico da laje alveolar

Material	Massa (kg/m)	Rigidez de mola (N/m)
Gesso acartonado	67,5	$1,5 \times 10^6$
Vidro	75,0	$1,5 \times 10^6$

Fonte: elaborado pela autora

Figura 54 – Esquema ilustrativo da laje alveolar ensaiada e simplificações adotadas no modelo numérico

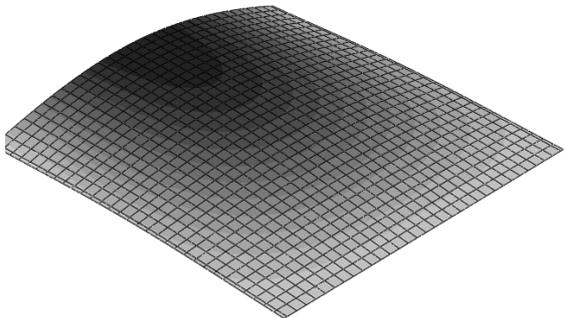
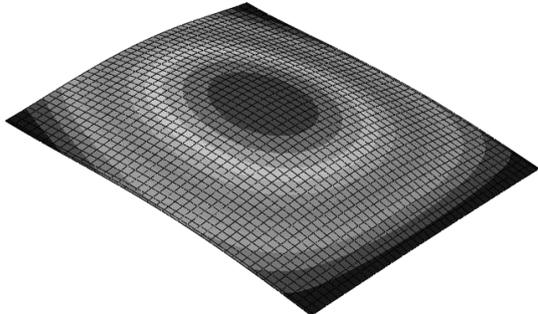
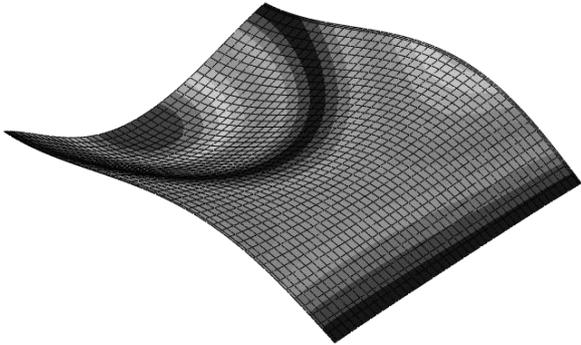


Fonte: elaborado pela autora

As deformadas modais, frequências naturais e diferenças com os ensaios são apresentadas na Tabela 32. A frequência natural de 13,33 Hz obtida no estudo experimental não ocorreu na análise numérica. Os acelerômetros podem ter medido a frequência natural de alguma laje adjacente, de forma que a amplitude da vibração foi pequena no estudo experimental e não foi

obtida na análise numérica. Assim como no caso da laje nervurada, decidiu-se não se preocupar em obter essa frequência numericamente pois ela está distante da frequência de excitação pelas atividades humanas então causa pouca influência nas acelerações da laje.

Tabela 32 - Frequências naturais experimentais e numéricas da laje alveolar

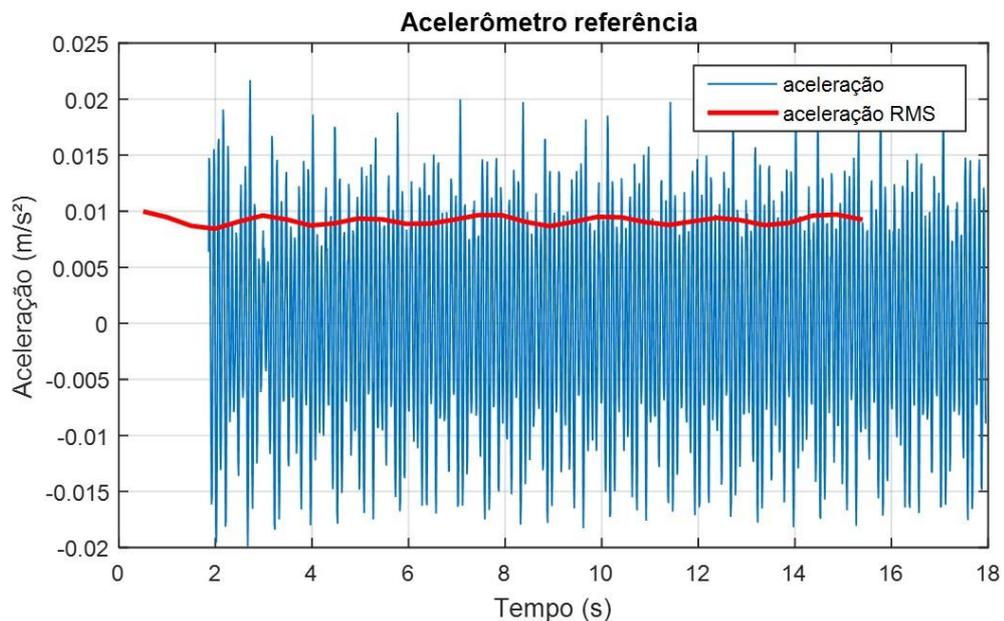
Modo	Ensaio (Hz)	Modelo numérico (Hz)	Diferença	Deformada modal
1	8,99	8,99	0,00%	
2	10,81	10,70	1,20%	
3	17,16	17,19	0,17%	

Fonte: elaborado pela autora

O modelo foi carregado dinamicamente com série de Fourier para representar a força do caminhar de uma pessoa na laje. As Figura 55 e Figura 56 ilustram, respectivamente, a aceleração obtida nesse ponto com a força do caminhar aplicado apenas no ponto central da laje e aplicado em diversos pontos, simulando a variação no espaço de uma pessoa caminhando. Observa-se que, apesar do comportamento da aceleração mudar, a aceleração máxima nas duas situações é similar, a aceleração do modelo com a força aplicada no ponto central de $0,0099 \text{ m/s}^2$ e de $0,010 \text{ m/s}^2$ no modelo com força variável no espaço, apresentado diferença de apenas 1,8%. Como a comparação entre as lajes será baseada no valor máximo de aceleração r.m.s., simplificar o modelo de força aplicado no modelo não traz prejuízos à análise.

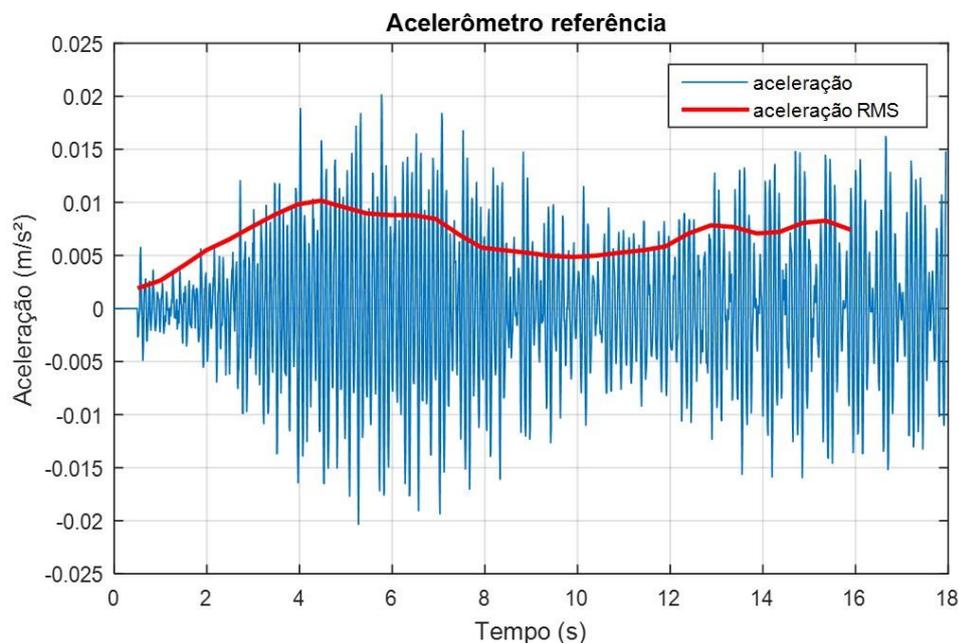
A máxima aceleração r.m.s. obtida no ensaio para o mesmo ponto C3 foi de $0,012 \text{ m/s}^2$. Assim, observa-se que o modelo numérico conseguiu representar, com apenas 16% de diferença, a aceleração devido ao caminhar.

Figura 55 - Aceleração no ponto C3 - força aplicada no ponto central da laje



Fonte: elaborado pela autora

Figura 56 - Aceleração obtida no modelo numérico com a força variando no espaço, para ponto C3



Fonte: elaborado pela autora

3.4.4 Análise teórica

3.4.4.1 Análise de lajes pelo PCI (PCI 7ª Edição)

A frequência natural da laje alveolar foi calculada pelo método simplificado do PCI, conforme apresentado no item 2.5.3.1. As propriedades utilizadas para cálculo da frequência fundamental são mostradas na Tabela 33.

A frequência fundamental da laje alveolar, segundo o cálculo do PCI é de 9,62 Hz. Considerando a simplicidade do cálculo, ele apresenta resultados satisfatórios para análise preliminar da laje alveolar, pois a diferença foi de apenas 7,0%.

Tabela 33 - Cálculo simplificado da frequência natural da laje alveolar pelo método do PCI

Parâmetro	Laje alveolar
W (kg/m)	812,5
L (m)	10,0
Ed (N/m ²)	4,51x10 ¹⁰
I laje (m ⁴)	0,0014
I viga de apoio (m ⁴)	0,0142
Fn (Hz)	9,62

Fonte: elaborado pela autora

3.4.4.2 Análise de lajes pelo Willford e Young (Sociedade do Concreto)

A frequência natural da laje foi calculada com a formulação de laje maciça, conforme explicado no item 2.5.3.2. No entanto, considerou-se os módulos de elasticidade apresentados na Tabela 30 para cálculo dos parâmetros de rigidezes de cada direção. Os valores considerados, bem como a frequência natural obtida são mostrados na Tabela 34.

Tabela 34 - Cálculo simplificado da frequência natural da laje duplo T pelo método do Willford e Young

Parâmetro	Laje nervurada
m (kg/m ²)	812,0
L (m)	10,0
W (m)	20,00
E1 (N/m ²)	3,42x10 ¹⁰
E2 (N/m ²)	2,25x10 ¹⁰
t (m)	0,25
Fn (Hz)	4,15

Fonte: elaborado pela autora

A frequência fundamental obtida é de 4,15 Hz apresentando diferença de 43% da frequência fundamental experimental (8,99 Hz). Assim, o procedimento não conseguiu representar com relativa proximidade a frequência natural da laje alveolar estudada.

3.4.5 Conclusão do estudo de caso da laje alveolar

As frequências naturais obtidas nos ensaios sofreram pequena variação da situação apenas com a capa de concreto (MARCOS, 2015) para a situação revestimentos e divisórias para a laje ensaiada (Tabela 35). Percebe-se que o primeiro modo de vibração apresentou maior variação da frequência natural (11%). O segundo modo de vibração foi pouco afetado pelas divisórias e revestimentos, com apenas 1% de variação. O terceiro modo, por sua vez, também apresentou

um aumento da frequência fundamental (6%). É interessante esse aumento das frequências naturais, pois as divisórias e revestimentos acrescentaram massa à estrutura e mesmo assim o aumento da rigidez provocado pelas divisórias foi preponderante.

Tabela 35 - Frequências naturais experimentais e taxa de amortecimento da laje alveolar ensaiada em duas condições diferentes de acabamentos

Modo	Laje sem revestimentos		Laje com revestimento e divisórias		Diferença da frequência natural
	Freq. (Hz)	Amort.(%)	Freq. (Hz)	Amort.(%)	
1	8,1	0,60	9,0	1,04	11%
2	10,9	0,86	10,8	1,51	1%
3	16,3	0,75	17,2	1,27	6%

Fonte: elaborado pela autora

A Tabela 35 traz o amortecimento obtido pelo método da banda de meia potência. O amortecimento apresentou aumento entre a laje sem revestimentos e a laje com revestimentos e divisórias. Esse comportamento é esperado, pois elementos não estruturais são responsáveis por aumentar o amortecimento da estrutura. Além disso, pode-se perceber que a estrutura apresenta, em ambos os casos, amortecimento compatível com o encontrado na literatura para estruturas de concreto protendidas e sem fissuras (conforme apresentado na Tabela 3).

Nesse estudo de caso ficou claro o comportamento conjunto dos painéis de laje alveolares, visto que os primeiros modos de vibração foram relativos à flexão no sentido transversal aos alvéolos das lajes. Por isso é necessário analisar a rigidez da laje no sentido transversal e também incluir no modelo numérico toda a região da laje considerada.

O apoio das lajes alveolares, pode apresentar grande influência no comportamento dinâmico, pois LIU et al. (2017) observou frequência fundamental da ordem de 6 Hz em lajes alveolares com espessura de 27cm de espessura, 10m de vão e apoio em vigas metálicas, enquanto a laje alveolar ensaiada nessa pesquisa apresentou frequência fundamental de 8,99 Hz, com o mesmo vão livre e espessura menor (25cm), mas apoiada em vigas de concreto protendido.

Do ponto de vista do conforto, a laje alveolar do estudo de caso foi considerada adequada para todos os tipos de uso (relativamente à vibração devido ao caminhar) por todos os critérios

de conforto analisados nesse trabalho. Esse resultado condiz com a sensação observada durante o ensaio, pois ninguém conseguiu perceber a vibração causada pelo caminhar.

Quanto à modelagem numérica, percebe-se que o cálculo das propriedades do material de lâmina apresentou bons resultados para representação do comportamento dinâmico da laje alveolar. As divisórias existentes sobre a laje podem ser consideradas através de massa e mola no modelo. Além disso, também é possível perceber que a série de Fourier para representar o caminhar apresentou níveis de vibração próximos do obtido no ensaio.

Tanto a modelagem da força devido ao caminhar aplicada apenas no ponto central quanto a aplicada variando no espaço apresentaram acelerações r.m.s. máximas com diferença de apenas 1,8%. Dessa forma, para as análises apenas da máxima aceleração, conforme na análise paramétrica do item 4, a aplicação da força no ponto central é uma boa aproximação da atividade do caminhar real.

Ao analisar o cálculo teórico, percebe-se que o método do PCI para cálculo da frequência natural da laje alveolar apresentou erro pequeno. No entanto, o método de Willford e Young não apresentou bom resultado para cálculo teórico da frequência fundamental da laje alveolar. De fato, esse método foi proposto para lajes nervuradas, que possuem geometria consideravelmente diferente das lajes alveolares.

3.5 Conclusão dos estudos de caso

Todos os ensaios foram executados com a Análise Modal Operacional, utilizando a vibração do ambiente e impactos com martelo de borracha como forças de excitação. Essa metodologia é muito prática para ser adotada em estruturas reais, pois não atrapalham o uso do edifício. Os ensaios são rápidos e simples de serem executados. Além disso, o equipamento utilizado é pequeno e leve, simples de ser transportado até o local ensaiado.

Os modos de vibração obtidos no ensaio indicam que as paredes de alvenaria atuaram como apoios contínuos nas estruturas. Assim, devem ser incorporadas no modelo numérico caso o objetivo seja a representação mais real da laje já construída. No entanto, no caso de estruturas em fase de projeto, recomenda-se que as divisórias e alvenarias sejam desprezadas para que a laje não dependa de elementos não estruturais para satisfazer requisitos do ELS-VE.

Os estudos de caso mostraram o comportamento conjunto dos painéis de laje duplo T e alveolares, apresentando modos de vibração no sentido transversal à direção principal das lajes. Isso mostra que essas lajes, apesar de serem consideradas unidirecionais para o dimensionamento no ELU, devem ser consideradas bidirecionais para a análise dinâmica. Além disso, pode-se dizer que a largura do pavimento, ou seja, a quantidade de painéis de lajes adjacentes, também afeta o comportamento dinâmico, pois altera a rigidez geral do pavimento. Por isso é necessário avaliar a região da laje que será incluída na análise numérica a fim de obter resultados realistas.

A laje alveolar apresentou a maior frequência fundamental entre as lajes ensaiadas e também a menor aceleração r.m.s. devido ao caminhar de uma pessoa (Tabela 36). A laje nervurada apresentou aceleração máxima superior às demais. Ao analisar a aceleração r.m.s., percebeu-se que as lajes nervurada e DT apresentaram aceleração r.m.s. similares, no entanto, a vibração na laje nervurada não foi perceptível durante o ensaio e a vibração na laje duplo T foi perceptível quando o receptor estava sentado. Isso pode ter sido ocasionado pela faixa da frequência fundamental da estrutura (apesar da análise ser feita na aceleração ponderada, ou seja, a aceleração contempla o efeito de cada faixa de frequência na percepção das pessoas) ou pelo nível de amortecimento, que no caso da laje nervurada é quase o triplo do amortecimento da laje duplo T.

A aceleração das lajes com o caminhar de uma pessoa apresentou comportamento transiente para a laje nervurada e mais ressoante para a laje alveolar e duplo T. Talvez por isso a laje nervurada tenha apresentado a maior aceleração medida, mas sem ter vibração perceptível no ensaio, além de ter obtido bom desempenho em maior número de critérios de conforto do que a laje duplo T.

A taxa de amortecimento obtida na laje nervurada foi a mais alta (Tabela 36), mesmo sem acabamentos, forros, pisos e móveis. Provavelmente o atrito entre as nervuras das lajes com o material de enchimento (no caso, o EPS) aumenta o amortecimento dessa estrutura. As lajes duplo T e alveolar apresentaram amortecimento baixo (em torno de 1%), valor esperado para estruturas de concreto protendido com poucas fissuras (Tabela 3).

Tabela 36 - Resumo dos resultados obtidos nos ensaios das lajes nervurada, duplo T e alveolar

Laje	Frequência fundamental (Hz)	Taxa de amortecimento 1º modo (%)	Máxima aceleração r.m.s (m/s²)	Máxima aceleração (m/s²)
Nervurada	7,44	3,48	0,0412	0,1263
Duplo T	3,82	1,26	0,0449	0,0899
Alveolar	8,99	1,04	0,0148	0,0405

Fonte: elaborado pela autora

A laje duplo T ensaiada apresentou a menor frequência natural entre os três estudos de caso. Essa laje possui 35cm de espessura e vence um vão de 12,5m, obtendo relação L/h de 35,7. Além de possuir a menor frequência natural, essa laje apresentou as menores taxas de amortecimento entre as lajes ensaiadas, com amortecimento na faixa de 1%. Esses dois fatores juntos fizeram com que essa laje fosse a única dos estudos de caso com vibração devido ao caminhar de uma pessoa perceptível durante o ensaio.

A Tabela 37 apresenta um resumo das frequências fundamentais calculadas através dos métodos teóricos e o erro com relação à frequência fundamental obtida experimentalmente. Com relação aos métodos teóricos de cálculo da frequência natural, percebe-se que para as lajes nervurada e DT, o método de Willford e Young foi o que apresentou menor erro. O método proposto pelo PCI apresentou resultado condizente apenas para a laje alveolar, mas para as demais lajes, o cálculo forneceu frequência fundamental de praticamente o dobro da obtida experimentalmente. Dessa forma, percebe-se que os métodos teóricos analisados não apresentaram resultados adequados para serem utilizados na análise dinâmica das lajes estudadas. Esses métodos podem ser utilizados apenas como uma estimativa inicial da ordem de grandeza da frequência natural das lajes.

Tabela 37 - Comparação das frequências naturais obtidas através dos métodos teóricos e seus respectivos erros

Laje	Experimental (Hz)	PCI (Hz)	Willford e Young (Hz)
Nervurada	7,44	16,90 (127%)	8,24 (23%)
Duplo T	3,82	7,81 (104%)	2,81 (26%)
Alveolar	8,99	9,62 (7%)	4,15 (43%)

Fonte: elaborado pela autora

Quanto à análise numérica das lajes, percebeu-se que a laje nervurada e a laje DT podem ser modeladas com a mesma estratégia, de forma que a simulação através de casca para representar a nervura e a mesa da laje foi adequada para considerar a ortotropia dessas lajes. A laje alveolar, por sua vez, necessitou de maior cuidado ao escolher o elemento e material corretos para representar sua geometria, visto que, mesmo possuindo ortotropia, com uma direção principal bem definida, ela ainda apresenta grande inércia na outra direção. Além disso, os alvéolos reduzem em quase 50% a massa da laje, sendo necessário alterar a densidade do material para se representar a correta rigidez e massa do sistema. Finalmente, percebe-se que a série de Fourier apresentada para as atividades humanas é bem realista e forneceu nível de aceleração muito similar ao obtido experimentalmente.

4 Análise paramétrica

Considerando que foram obtidas nos estudos de caso boas previsões dos modelos numéricos quanto às frequências naturais, modos de vibração e acelerações máximas em correspondência aos experimentais, considerou-se a mesma metodologia de análise numérica para a realização de estudos paramétricos relativos aos três tipos de lajes. Nestes estudos foram considerados os seguintes aspectos:

- a) **Vão-livre:** o vão livre segundo a direção principal da laje (para a qual a laje tem a maior inércia) tem grande influência sobre frequências naturais de flexão segundo esta direção. Ao aumentar o vão livre, a tendência é de redução destas frequências naturais ao se manter fixa a seção transversal.
- b) **Largura da laje:** a largura da laje tem grande importância, pois o comportamento na direção transversal (com menor inércia) pode ser significativo, já que ocorrem em certas situações frequências naturais de flexão na direção transversal inferiores às da direção principal, podendo se aproximar de frequências de excitação.
- c) **Seção transversal:** o aumento da espessura da laje provoca um acréscimo de rigidez significativamente maior que o correspondente acréscimo de massa, já que o momento de inércia cresce mais rapidamente.
- d) **Massa adicional na laje:** divisórias (gesso acartonado, vidro, etc.), forros, móveis, etc. alteram a massa total do sistema, o que afeta o comportamento dinâmico da laje, por isso, nas análises dinâmicas deve ser considerada a massa mais realista possível. Nesse estudo, massa adicional é uma parcela da ação variável considerada em projeto para dimensionamento da laje.
- e) **Rigidez do apoio das lajes:** a seção transversal e vão livre das vigas de apoio das lajes afetam a rigidez total do sistema, alterando as frequências naturais. Também pode ser avaliado o caso de alvenarias sob as vigas, no qual o apoio das lajes pode ser considerado praticamente rígido.
- f) **Amortecimento:** o amortecimento do sistema altera a amplificação do movimento da estrutura com as forças dinâmicas.
- g) **Atividade de excitação:** as atividades humanas, tais como correr, pular, caminhar, variam de faixa de frequência e também em intensidade. Ao avaliar as acelerações da laje devido a essas atividades, espera-se maior resposta

dinâmica para frequências de excitação mais próximas das frequências naturais.

A frequência natural depende tanto da rigidez quanto da massa do sistema. Ambas as características são afetadas pela seção transversal, vão livre, largura da laje, massa, etc. Esse estudo visa analisar quais parâmetros mais causam maior efeito na frequência natural da laje e no nível de aceleração devido a atividades dinâmicas de origem humana. Por isso também foi avaliada a influência do amortecimento e da atividade de excitação na resposta dinâmica da estrutura. Foram avaliadas a atividade de caminhar a 2,0 Hz e de pular a 3,0 Hz a fim de simular uma situação de laje para residências, escritórios e lojas sujeitos ao caminhar e um ginásio esportivo ou academia, sujeitos a pulos decorrentes de esportes. A ideia é avaliar se as lajes que atendem aos requisitos para escritórios ou lojas também atendem aos requisitos para ginásios, pois, do ponto de vista do dimensionamento em estado limite último, a ação variável de cálculo para essas estruturas pode ser similar. É importante destacar que em locais de eventos há mais pessoas aplicando ações dinâmicas e que podem, inclusive, estar em sintonia. Mas esse não foi o foco desse estudo. Como não há um caso de ação específica nesse trabalho, apenas foi avaliado o efeito da atividade gerada por uma pessoa no ponto mais crítico da laje (no centro, que causa a maior amplitude de movimento dos primeiros modos de vibração).

4.1 Metodologia da análise paramétrica

Os modelos numéricos utilizados na análise paramétrica foram elaborados a partir dos modelos obtidos nos estudos de caso. Assim, as lajes nervuradas e DT foram representadas por elementos de casca para a nervura e outra casca para a mesa e as lajes alveolares foram simuladas como placa maciça com material ortotrópico. Para cada tipologia foi utilizado o amortecimento obtido nos estudos de caso.

As seções transversais adotadas para as lajes alveolares e DT foram obtidas no manual do PCI (PCI, 2010). As lajes nervuradas foram retiradas do catálogo de um fabricante do mercado nacional (as seções transversais, vãos livres e ação variável são apresentadas na Tabela 38). Todas as seções são apresentadas na Tabela 40.

As propriedades do material ortotrópico foram calculadas conforme a metodologia apresentada no item 2.5.2.6 a). Os valores obtidos e considerados para modelar as lajes alveolares estão apresentadas na Tabela 39.

Tabela 38 - Vãos máximos das lajes nervuradas para diferentes seções transversais e ações variáveis

Tabela de vãos máximos (m)					
Altura do enchimento + capa de concreto (cm)	Peso próprio (kN/m²)	Ação variável (kN/m²)			
		2,0	3,5	5,0	7,5
8+4	1,46	4,66	4,27	3,71	3,12
10+4	1,56	5,53	4,97	4,32	3,64
12+4	1,66	6,00	5,67	4,93	4,15
16+4	1,75	7,17	6,71	6,00	5,19
20+5	2,17	7,17	6,71	6,00	5,19
25+5	2,39	9,93	9,50	8,73	7,38
30+5	2,60	10,56	10,13	10,00	8,55

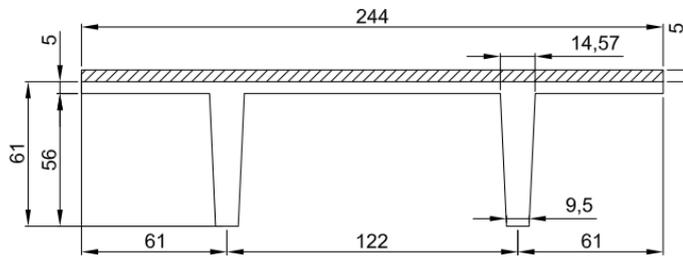
Fonte: Lajes Jundiá - disponível em <http://www.lajesjundiai.com.br/produtos/laje-trelicada-isopor> acesso dia 02/07/2019

Tabela 39 - Propriedades geométricas das lajes alveolares e do material ortotrópico para modelo numérico

		LA h15	LA h20	LA h40
h	m	0,152	0,200	0,406
I_y	m ⁴ /m	0,000237	0,000506	0,003871
A	m ² /m	0,083079	0,102815	0,183092
% Vazios		45	49	55
Econcreto	N/m ²	4,50E+10	4,5E+10	4,5E+10
vconcreto	-	0,2	0,2	0,2
Red		0,55	0,5	0,4
G	N/m ²	1,88E+10	1,88E+10	1,88E+10
I	m ⁴ /m	0,000295	0,000667	0,005577
I_x	m ⁴ /m	0,000162	0,000333	0,002231
E₁	N/m ²	3,61E+10	3,42E+10	3,12E+10
E₂	N/m ²	2,48E+10	2,25E+10	1,8E+10
G₁₂	N/m ²	1,03E+10	9,38E+09	7,5E+09
v₁₂	-	0,168473	0,165824	0,157626
ρ_f	kg/m ³	1362,85	1285,19	1127,41

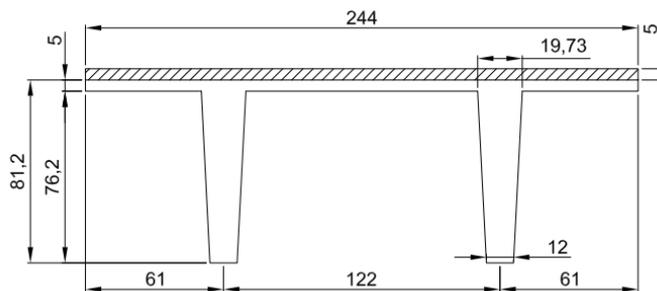
Fonte: elaborado pela autora

Tabela 40 - Seções transversais das lajes dos modelos paramétricos



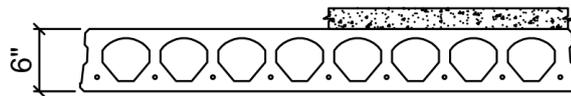
Laje 61+5
 Área (cm²): 2569
 I_y (cm⁴): 19222125

Fonte: adaptado de PCI, 2010.



Laje 81+5
 Área (cm²): 3637
 I_y (cm⁴): 73645325

Fonte: adaptado de PCI, 2010.



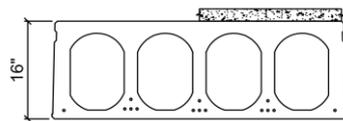
Laje 15+5
 Área (cm²/m): 830
 I_y (cm⁴/m): 23693

Fonte: PCI, 2010



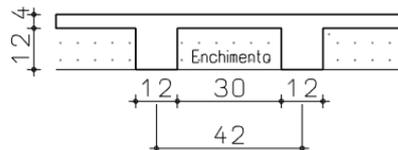
Laje 20+5
 Área (cm²/m): 1028
 I_y (cm⁴/m): 50640

Fonte: elaborado pela autora



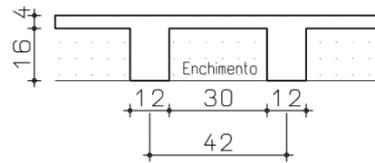
Laje 40+5
 Área (cm²/m): 1831
 I_y (cm⁴/m): 387110

Fonte: PCI, 2010

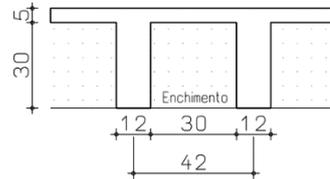


Laje 12+4

Fonte: elaborado pela autora

**Laje 16+4**

Fonte: elaborado pela autora

**Laje 30+5**

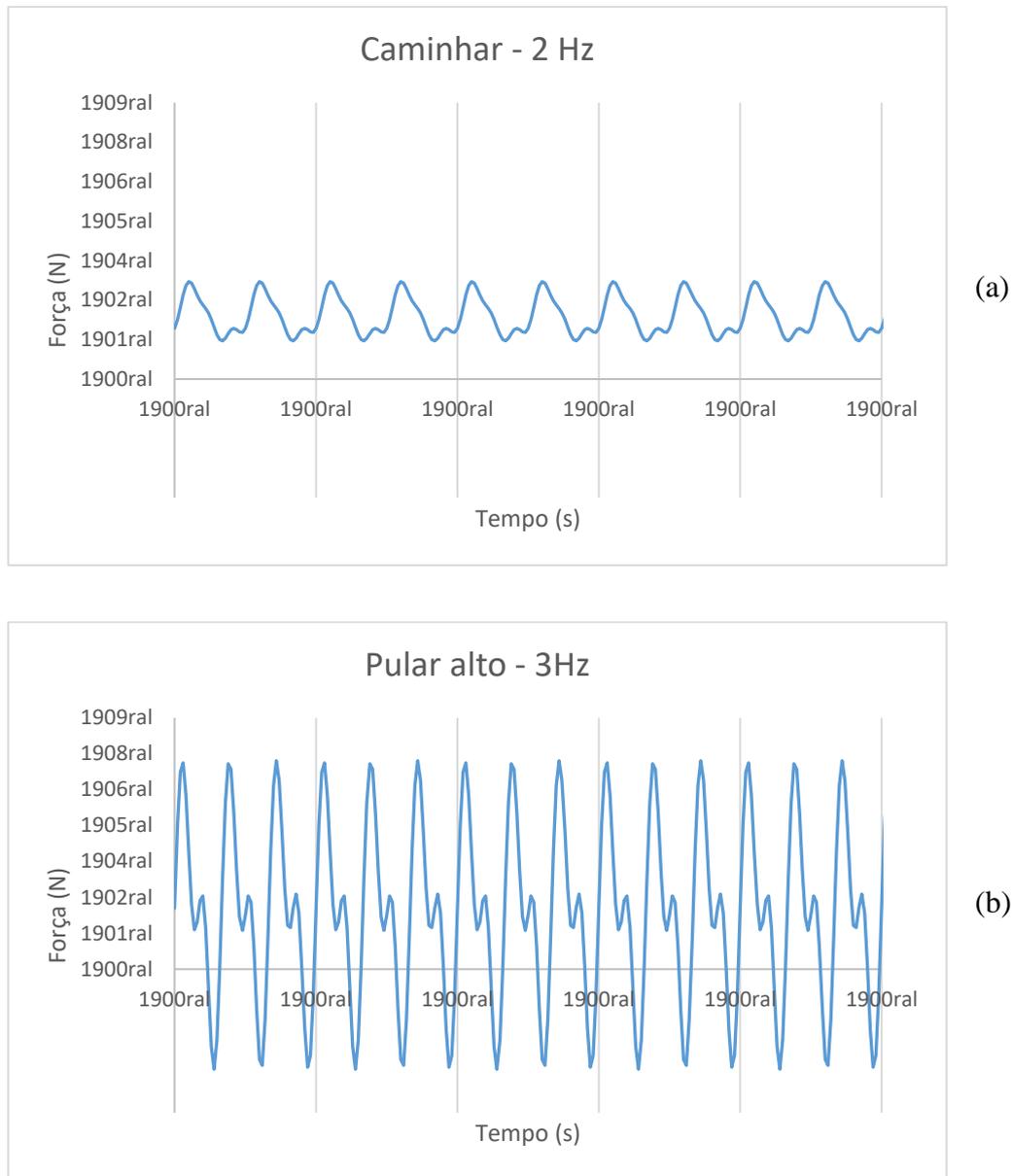
Fonte: elaborado pela autora

O desconforto nas lajes é causado pela sua movimentação, ou seja, pela aceleração ou deslocamento ocasionado pelas atividades humanas ou de maquinários. Nesse trabalho, seguiu-se a recomendação da ISO (2003) de utilizar a aceleração ponderada para avaliar o nível de conforto da estrutura.

Foram simuladas duas atividades humanas nas lajes: caminhar a 2,0 Hz e pular alto a 3,0 Hz. As séries de Fourier para representar essas duas atividades foram obtidas através dos coeficientes apresentados na Tabela 2. A variação da força dessas atividades ao longo do tempo é apresentada nas Figura 57.

Conforme mostrado no estudo de caso da laje alveolar, a consideração da força apenas no ponto central, ou seja, sem a variação da força no espaço, foi suficiente para se obter a máxima aceleração r.m.s. da laje. Dessa forma, as forças de excitação foram aplicadas no ponto central da laje, com duração de 40s e foram obtidas as acelerações decorrentes dessas atividades para o mesmo ponto central.

Figura 57 - Variação da força de excitação ao longo do tempo para as atividades de (a) caminhar a 2,0 Hz e (b) pular alto a 3,0 Hz

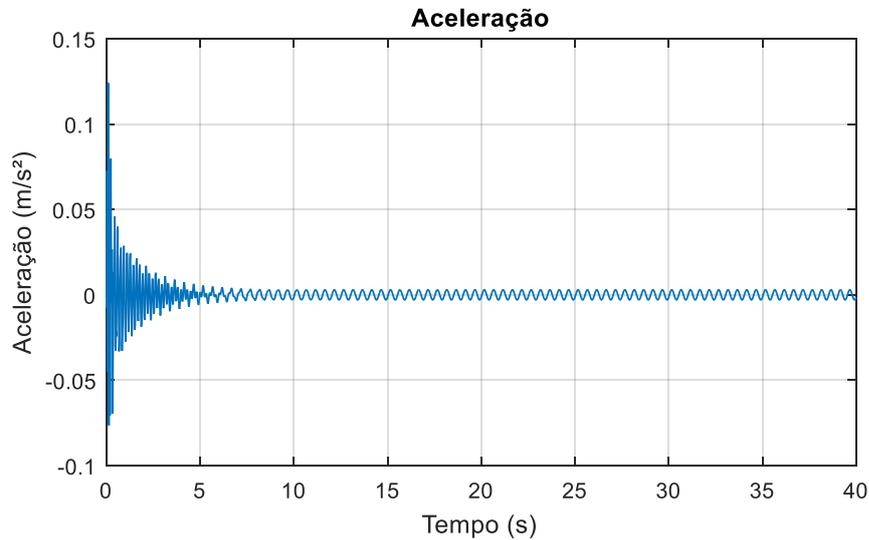


Fonte: elaborado pela autora

A aplicação da força dinâmica no modelo numérico simulou uma laje sem nenhuma ação e abruptamente foi introduzida uma força de 800 N com variação ao longo do tempo. Por isso, aplicação da força dinâmica ocasionou inicialmente uma resposta transiente decorrente dessa força abrupta de 800 N e depois ressonante, decorrente da permanência da força variando ao longo do tempo na estrutura. Isso seria o que aconteceria na estrutura caso alguém saltasse e em seguida começasse a caminhar. Nesse estudo foi desconsiderada a parte transiente da

resposta, mostrada na Figura 58 entre o tempo de 0s e 7s, a fim de possibilitar melhor comparação entre os modelos.

Figura 58 – Aceleração obtida no ponto central do modelo LA10 para a força do caminhar



Fonte: elaborado pela autora

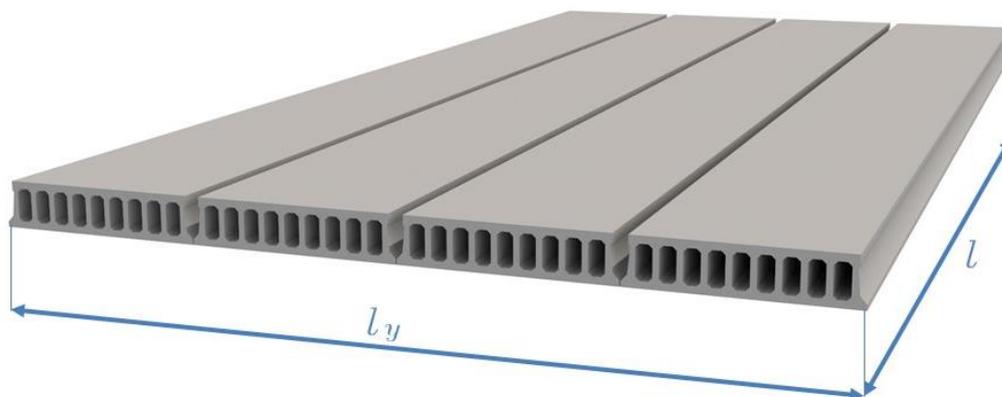
A força dinâmica foi aplicada no Abaqus a partir da entrada tabular, com tempo total de 40 s. Foi utilizado o método de superposição modal para obtenção da aceleração.

As acelerações obtidas foram ponderadas pela curva W_k da ISO (2003) a fim de permitir a comparação da amplitude de aceleração independentemente das frequências da estrutura. A aceleração apresentada para cada modelo é a máxima aceleração r.m.s. com intervalo de 1s.

4.2 Influência do vão livre e largura da laje

Primeiramente foram modificados os vãos livres (l) e larguras (l_y), conforme apresentado na Figura 59, para uma seção transversal de cada tipo de laje a fim de avaliar a influência do vão livre e da relação l/l_y na frequência fundamental. Foram comparadas as frequências naturais dos modelos LA1 a LA9, NE1 a NE9 e DT1 a DT9. Esses modelos possuem três relações de vão livre e largura (l/l_y), sempre para uma mesma seção. Em todos os casos a massa do sistema é apenas o peso próprio da laje, as lajes são simplesmente apoiadas nos quatro lados (com apoio rígido) e o módulo de elasticidade do concreto é o mesmo. A Tabela 41 apresenta os modelos com a seção transversal, vãos livres e larguras.

Figura 59 - Nomenclatura adotada do vão livre da laje (l) e largura total dos painéis adjacentes (l_y)



Fonte: elaborado pela autora

Tabela 41 – Modelos para análise da influência da relação l/y nas frequências naturais das lajes e acelerações

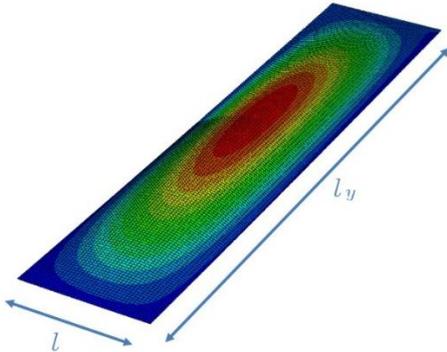
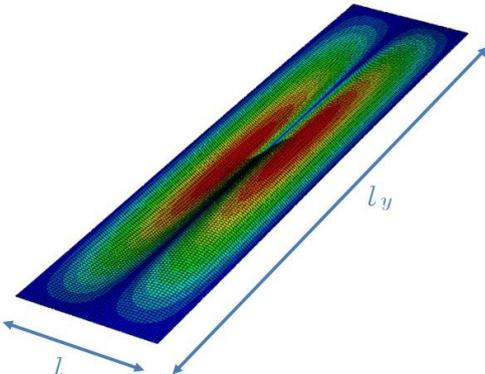
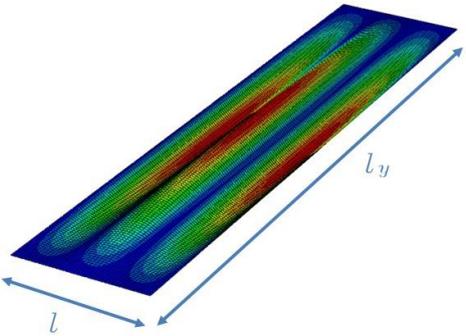
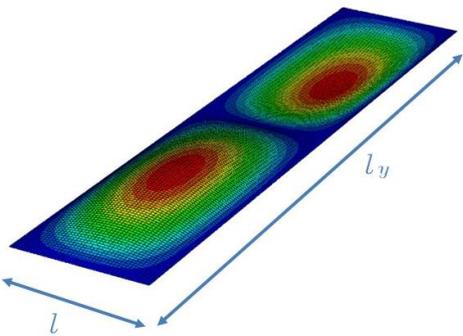
Modelo	Seção	L	l/y	Fa	Fb	Fc	Fd	Fe	A_{rms} caminhar	A_{rms} pular
		(m)		(Hz)	(Hz)	(Hz)	(Hz)	(Hz)	(m/s²)	(m/s²)
LA1	h20+5	8,0	1,0	15,7	41,2	83,6	38,2	75,8	0,001	0,015
LA2	h20+5	10,0	1,0	10,1	26,5	54,1	24,6	49,0	0,003	0,001
LA3	h20+5	12,0	1,0	7,0	18,5	37,7	17,1	34,1	0,011	0,142
LA4	h20+5	8,0	0,2	9,0	35,1	78,1	9,8	11,2	0,025	0,120
LA5	h20+5	10,0	0,2	5,8	22,5	50,2	6,3	7,2	0,027	0,162
LA6	h20+5	12,0	0,2	4,0	15,7	34,9	4,4	5,0	0,034	0,048
LA7	h20+5	8,0	2,0	38,0	61,7	102,9	128,4	274,8	0,002	0,023
LA8	h20+5	10,0	2,0	24,5	39,9	66,6	82,8	178,1	0,000	0,005
LA9	h20+5	12,0	2,0	17,1	27,8	46,5	57,8	124,9	0,002	0,025
NE1	30+5	8,00	1,0	7,2	26,2	57,4	9,9	14,3	0,027	0,345
NE2	30+5	10,00	1,0	4,6	16,9	37,1	6,4	9,3	0,025	0,206
NE3	30+5	7,00	1,0	9,4	34,1	74,2	12,8	18,5	0,011	0,199
NE4	30+5	8,00	0,2	6,5	26,0	57,5	6,6	6,7	0,027	0,346
NE5	30+5	10,00	0,2	4,2	16,8	37,2	4,2	4,3	0,030	0,137
NE6	30+5	7,00	0,2	8,5	33,8	74,3	8,6	8,7	0,008	0,110
NE7	30+5	8,00	2,0	10,3	29,2	59,8	21,3	39,4	0,009	0,000
NE8	30+5	10,00	2,0	6,3	18,4	38,4	13,1	24,8	0,158	2,054
NE9	30+5	7,00	2,0	12,5	37,0	76,4	26,1	49,3	0,008	0,102
DT1	8' x 24"	12,20	1,0	6,4	23,9	51,0	8,2	12,5	0,031	0,399
DT2	8' x 24"	14,00	1,0	4,9	18,2	39,3	6,3	9,6	0,092	1,340
DT3	8' x 24"	17,70	1,0	3,1	11,5	25,2	4,0	6,0	0,092	1,340
DT4	8' x 24"	12,20	0,2	6,1	23,6	50,6	6,1	6,1	0,067	0,871
DT5	8' x 24"	14,00	0,2	4,6	18,1	39,2	4,6	4,7	0,021	0,256
DT6	8' x 24"	17,70	0,2	2,9	11,5	25,2	2,9	2,9	0,015	0,168
DT7	8' x 24"	12,20	2,0	8,2	25,0	51,8	19,1	39,2	0,009	0,123
DT8	8' x 24"	14,00	2,0	6,3	19,1	40,1	14,6	30,0	0,071	0,922
DT9	8' x 24"	17,70	2,0	3,9	12,1	25,7	9,2	18,9	0,106	0,124

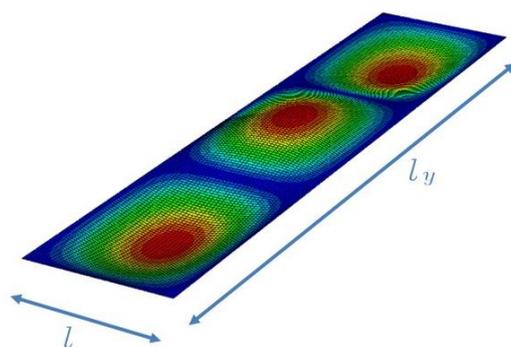
Fonte: elaborado pela autora

4.2.1 Frequências naturais

As frequências naturais foram analisadas para cinco modos de vibração, que são mostrados na Tabela 42.

Tabela 42 - Modos de vibração analisados

Modo	Identificação	Descrição
	a	Primeiro modo de flexão – comum às direções principal e transversal da laje
	b	Segundo modo de flexão na direção principal da laje (paralelo aos alvéolos ou nervuras)
	c	Terceiro modo de flexão na direção principal da laje (paralelo aos alvéolos ou nervuras)
	d	Segundo modo de flexão na direção transversal da laje (transversal aos alvéolos ou nervuras)



e

Terceiro modo de flexão na direção transversal da laje (transversal aos alvéolos ou nervuras)

Fonte: elaborado pela autora

Esses cinco modos de vibração foram observados em todas as lajes analisadas, no entanto, a ordem de frequência desses modos variou com a relação l/l_y .

a) Lajes alveolares

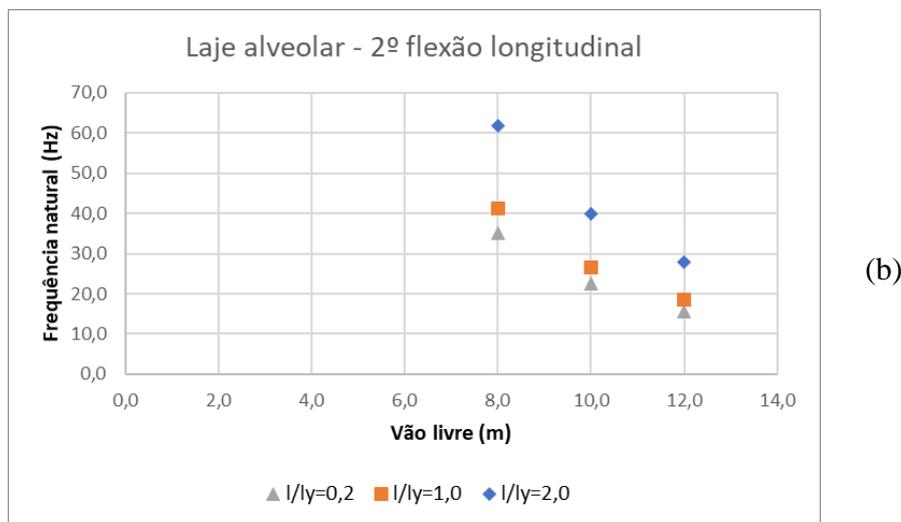
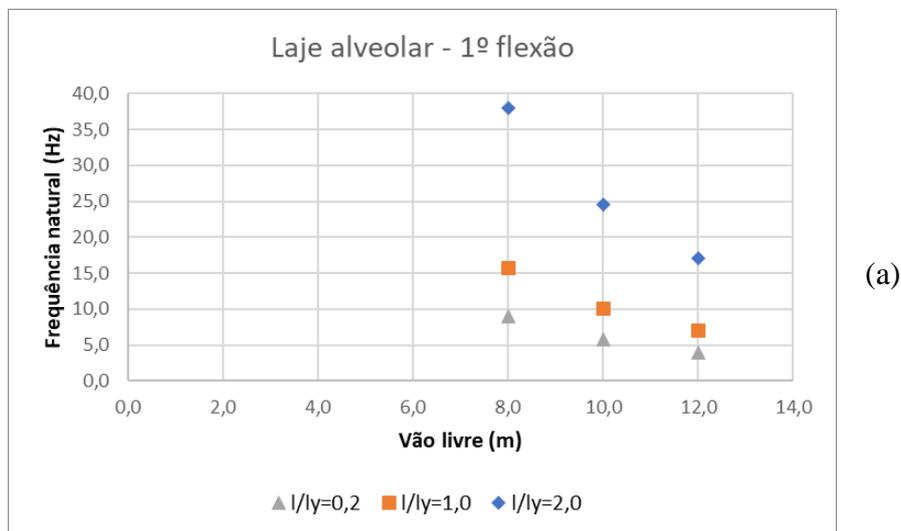
A Figura 60 apresenta as frequências naturais obtidas para os modos analisados, de acordo com o vão livre e relação l/l_y das lajes. Percebe-se que, em todos os modos, a frequência natural reduz com o aumento do vão livre. Além disso, ao analisar mesmo vão livre (l), as frequências naturais reduziram com o aumento da largura da laje (l_y). No primeiro modo de vibração (modo a), as lajes com l/l_y de 0,2 apresentaram frequências naturais 43% menores que a laje com relação l/l_y de 1,0, enquanto a laje com l/l_y de 2,0 tiveram frequências 140% maiores que as lajes l/l_y de 1,0 com mesmos vãos livres. Para esse mesmo modo de vibração, as lajes com vão livre de 10,0 m apresentaram frequências em torno de 35% inferiores que as lajes com vão livre de 8,0 m.

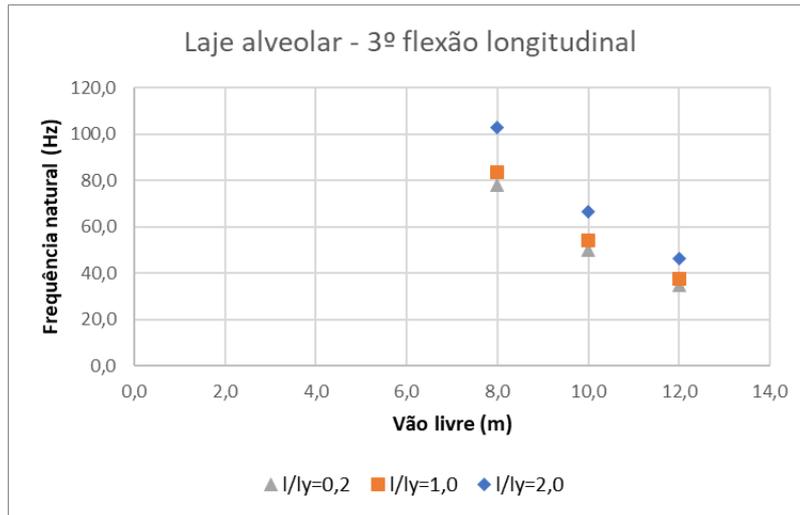
Ao analisar o segundo modo de flexão longitudinal (modo b) na Figura 60 (b), percebe-se que as frequências naturais das lajes com relação l/l_y de 2,0 são 40% maiores que das lajes com l/l_y de 1,0. Para esse mesmo modo, as lajes com l/l_y de 0,2 apresentaram frequências 15% menores que da laje com l/l_y de 1,0. A alteração do vão livre de 8,0 m para 10,0 m, ocasionou uma redução de aproximadamente 30% nas frequências naturais desse modo de vibração.

O terceiro modo de flexão longitudinal (modo c) apresentou menor variação das frequências naturais com a relação l/l_y das lajes: as lajes com l/l_y de 0,2 apresentaram frequências apenas 6% inferiores que as lajes com l/l_y de 1,0 e as lajes com l/l_y de 2,0 tiveram

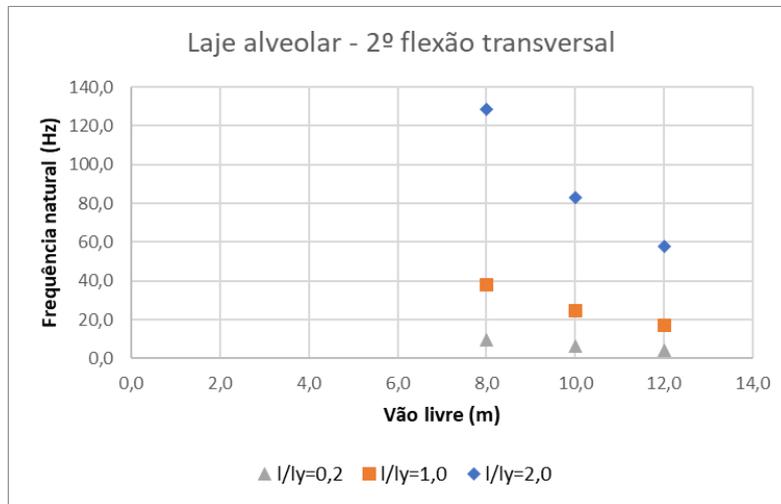
aumento de 23% nas frequências ao comparar com l/l_y de 1,0. A alteração do vão livre ocasionou variação em torno de 30% nas frequências naturais (Figura 60 - c).

Figura 60 - Frequências naturais para lajes alveolares com diferentes relações l/l_y para os cinco modos de vibração analisados

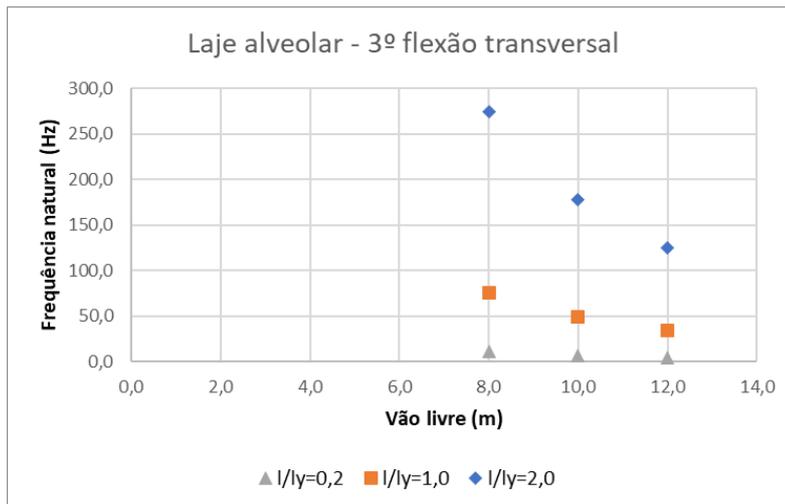




(c)



(d)



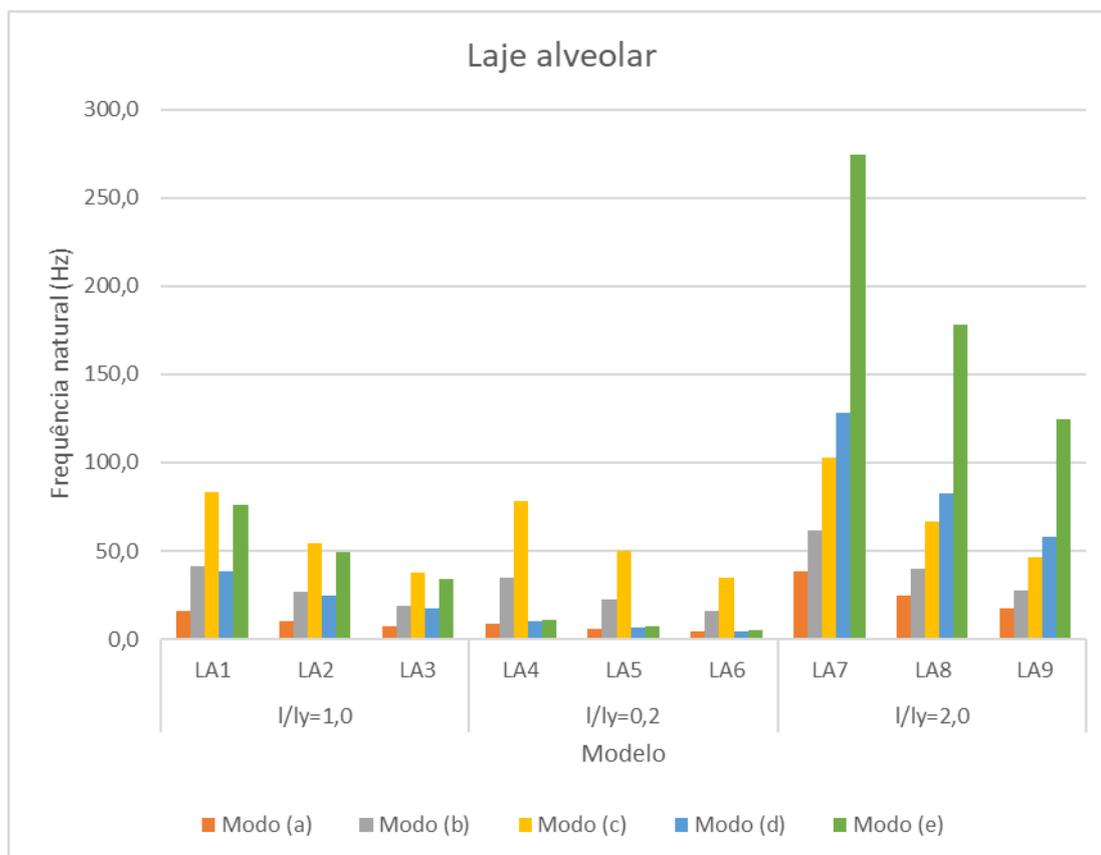
(e)

Fonte: elaborado pela autora

Ao analisar o segundo modo de flexão transversal (Figura 60-d), nota-se que a mudança no vão livre alterou em torno de 30% a frequência natural, enquanto a relação l/l_y ocasionou maiores variações: As lajes com l/l_y de 0,2 tiveram frequências 75% menores que das lajes com l/l_y de 1,0 para mesmos vãos. As lajes com l/l_y de 2,0 apresentaram frequências 230% maiores que as lajes com l/l_y de 1,0.

Finalmente, o terceiro modo de flexão transversal (Figura 60 - e) também apresentou maior variação das frequências com a mudança da relação l/l_y do que com o vão livre: o aumento de 2,0m no vão livre reduziu em 35% as frequências naturais. As lajes com l/l_y de 0,2 tiveram suas frequências naturais 85% menores que as lajes com l/l_y de 1,0, enquanto as lajes com l/l_y de 2,0 apresentaram aumento de 260% nas frequências.

A Figura 61 apresenta um resumo das frequências naturais para todos os modos analisados. Percebe-se que a ordem das frequências naturais de cada modo sofreu alteração. Enquanto as lajes com l/l_y de 2 apresentaram frequências naturais altas para os modos de flexão transversal, nas lajes com relação l/l_y de 0,2 esses modos apresentaram frequências naturais próximas da frequência do primeiro modo de vibração.

Figura 61 - Frequências naturais para lajes alveolares com diferentes relações l/l_y 

Fonte: elaborado pela autora

b) Lajes nervuradas

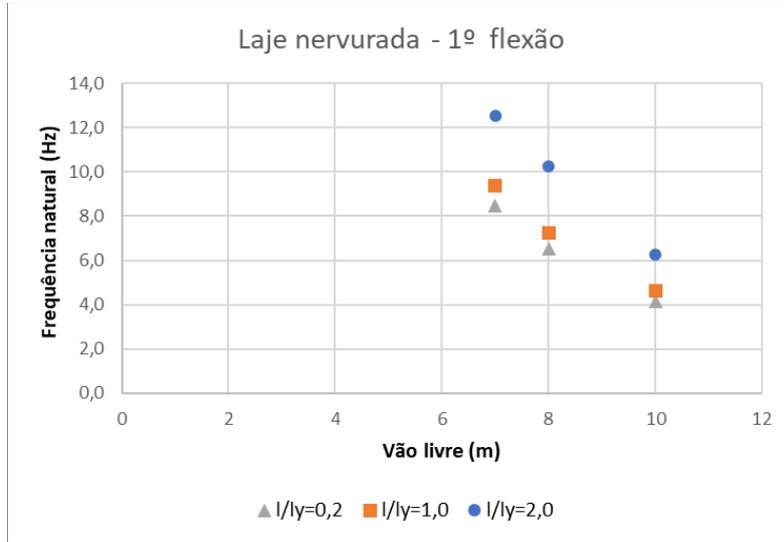
A Figura 62 apresenta as frequências naturais das lajes nervuradas analisadas de acordo com o vão livre e a relação l/l_y .

Ao analisar o primeiro modo de flexão (Figura 62 - a), percebe-se que as lajes com relação l/l_y de 2,0 apresentaram frequências 42% maiores que as lajes com l/l_y de 1,0. As lajes com l/l_y de 0,2 tiveram redução de aproximadamente 10% nas frequências se comparadas com as lajes de l/l_y de 1,0. O aumento do vão livre de 8,0 m para 10,0 m ocasionou uma redução em torno de 35% nas frequências.

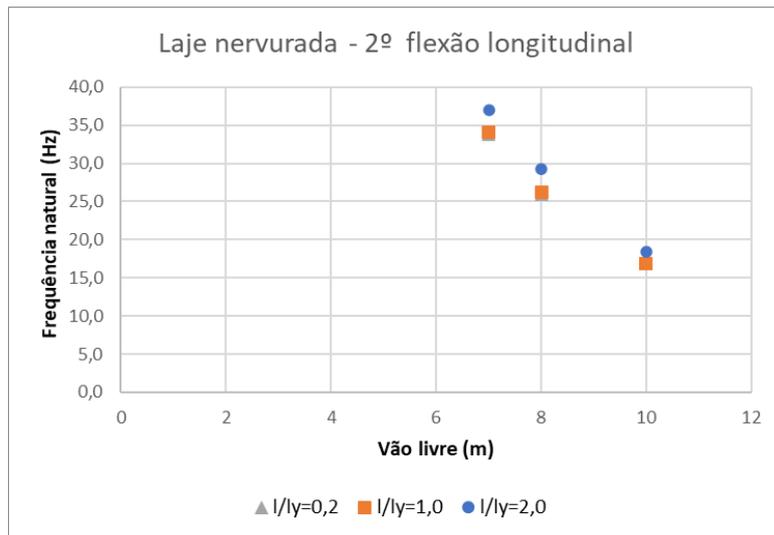
O segundo modo de flexão longitudinal apresentou menores variações com a relação l/l_y do que no primeiro modo. As lajes com l/l_y de 0,2 tiveram frequências apenas 1% menores que das lajes com l/l_y de 1,0. As lajes com relação l/l_y de 2,0 apresentaram frequências em torno de 10% maiores que das lajes com l/l_y de 1,0. Para esse modo de vibração, a alteração do vão livre de 8,0m para 10,0 m reduziu as frequências em aproximadamente 35% (Figura 62 - b).

Ao analisar o terceiro modo de flexão longitudinal, percebe-se que as lajes apresentaram praticamente a mesma frequência natural, independentemente da relação l/l_y . Para esse modo, as frequências reduziram 35% com o aumento do vão livre de 8,0m para 10,0m (Figura 62 -c).

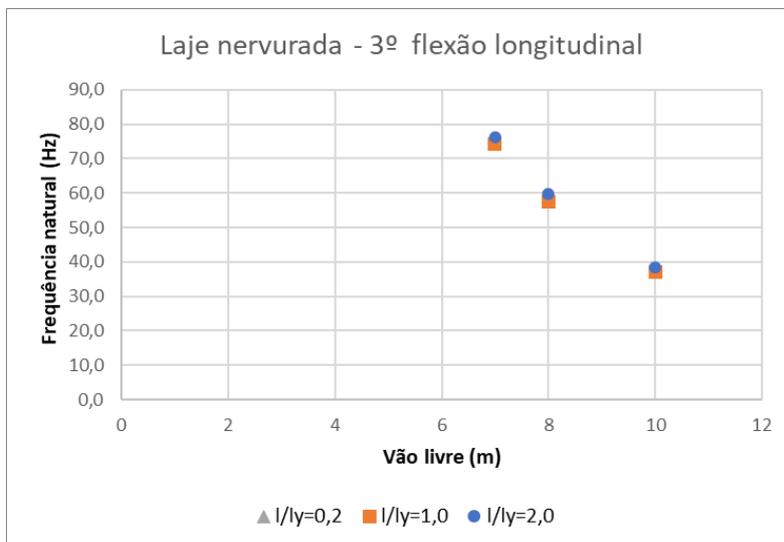
Figura 62 - Frequências naturais para lajes nervuradas com diferentes relações I/I_y para os cinco modos de vibração analisados



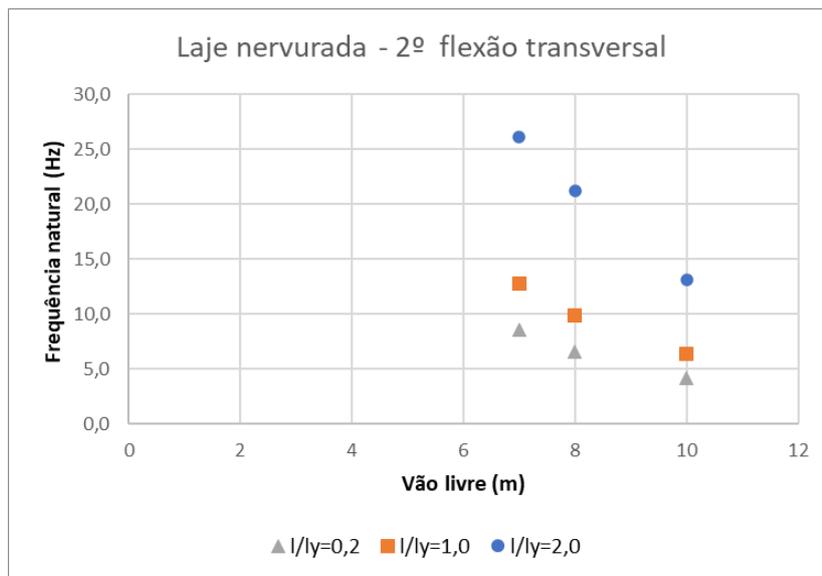
(a)



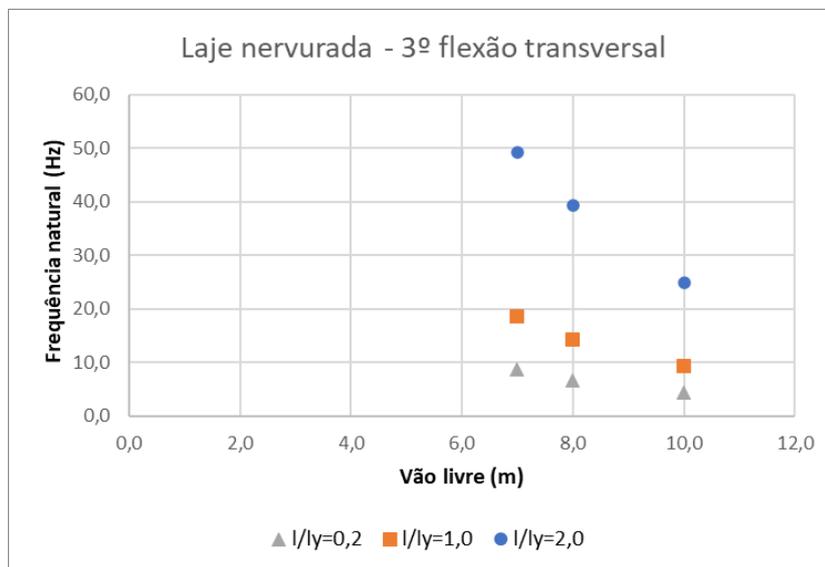
(b)



(c)



(d)



(e)

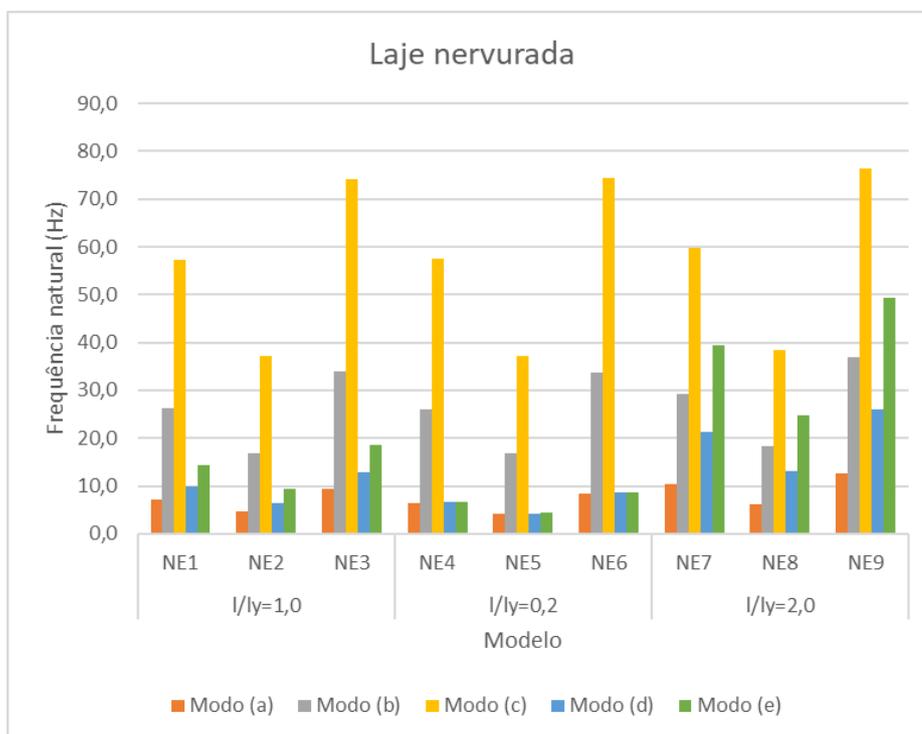
Fonte: elaborado pela autora

As frequências do segundo modo de vibração transversal (Figura 62 - d) sofreram grande influência da relação l/l_y : ao reduzir a relação l/l_y de 1,0 para 0,2, as frequências reduziram em torno de 35%. As lajes com l/l_y de 2,0 tiveram aumento de 115% nas frequências se comparadas com as lajes com l/l_y de 1,0.

As lajes apresentaram, no terceiro modo de flexão transversal, frequências 50% menores nas lajes com l/l_y de 0,2 que as lajes com l/l_y de 1,0. As lajes com l/l_y de 2,0 tiveram frequências 175% maiores que as lajes com l/l_y de 1,0 (Figura 62 - e).

A Figura 63 apresenta as frequências naturais das lajes analisadas. Percebe-se que as lajes com l/y de 0,2 tiveram as frequências dos modos de primeira flexão (a), segunda flexão transversal (d) e terceiro flexão transversal (e) praticamente iguais.

Figura 63 - Frequências naturais para lajes nervuradas com diferentes relações l/y



Fonte: elaborado pela autora

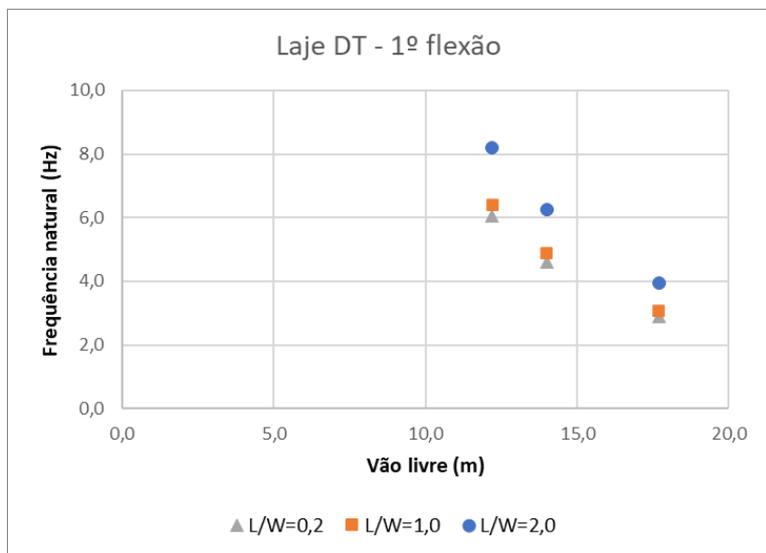
c) Lajes duplo T

Em todos os modos analisados, as frequências naturais reduziram com o aumento do vão livre, considerando mesma relação l/y (Figura 64).

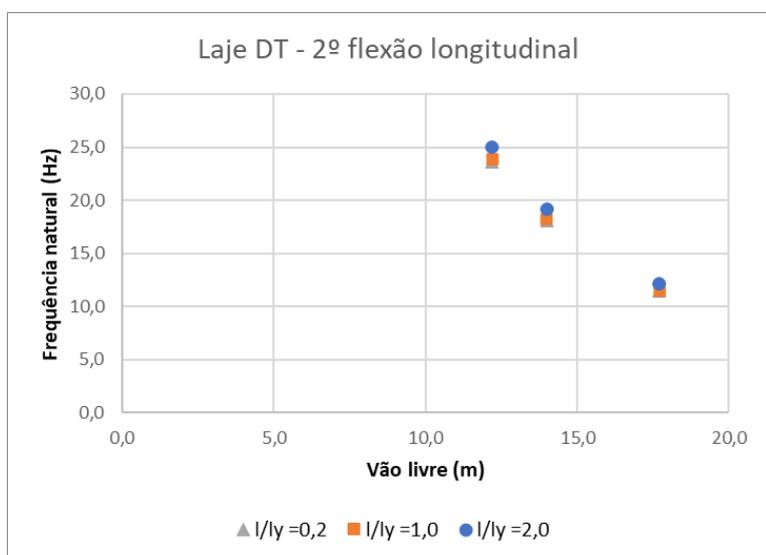
As frequências naturais do primeiro modo de vibração (Figura 64 -a) reduziram 25% ao aumentar o vão livre de 12,2m para 14,0m. Essa redução foi maior do que a redução de 5% das frequências das lajes com l/y de 0,2 comparadas com as lajes com l/y de 1,0. As lajes com l/y de 2,0 tiveram aumento de 28% nas frequências naturais se comparadas com as lajes de l/y de 1,0.

Ao analisar os segundo e terceiro modos de flexão longitudinal, percebe-se que as lajes praticamente não tiveram as frequências alteradas com a variação da largura (Figura 64 -b e c).

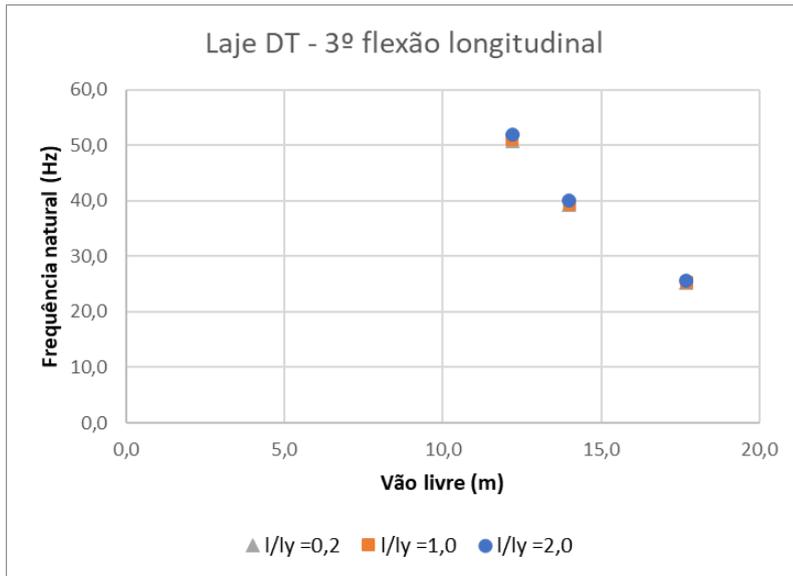
Figura 64 - Frequências naturais para lajes DT com diferentes relações l/l_y para os cinco modos de vibração analisados



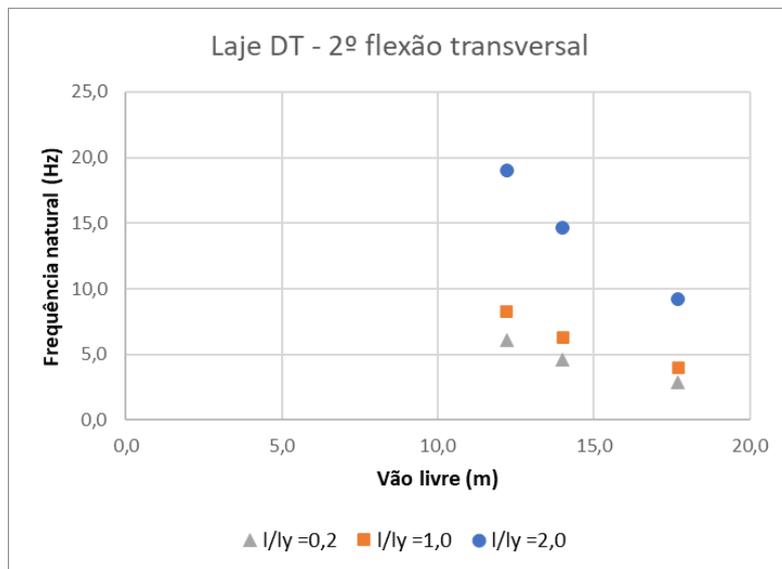
(a)



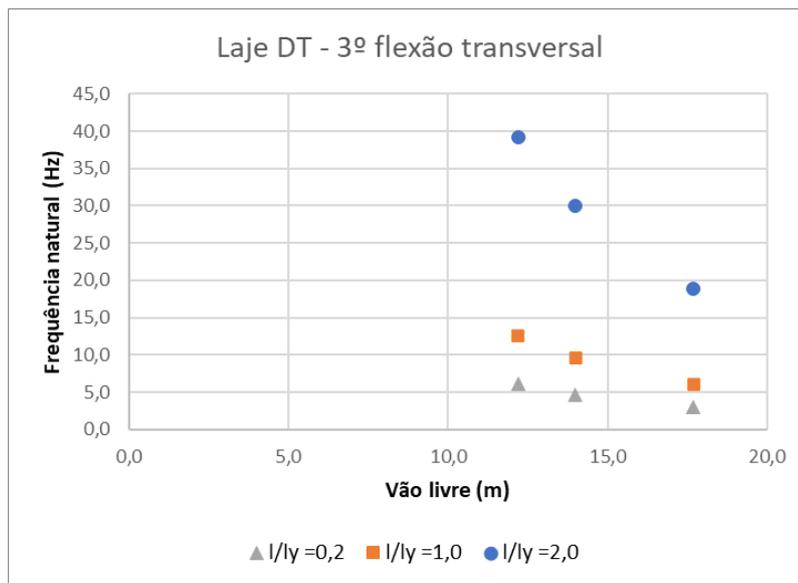
(b)



(c)



(d)



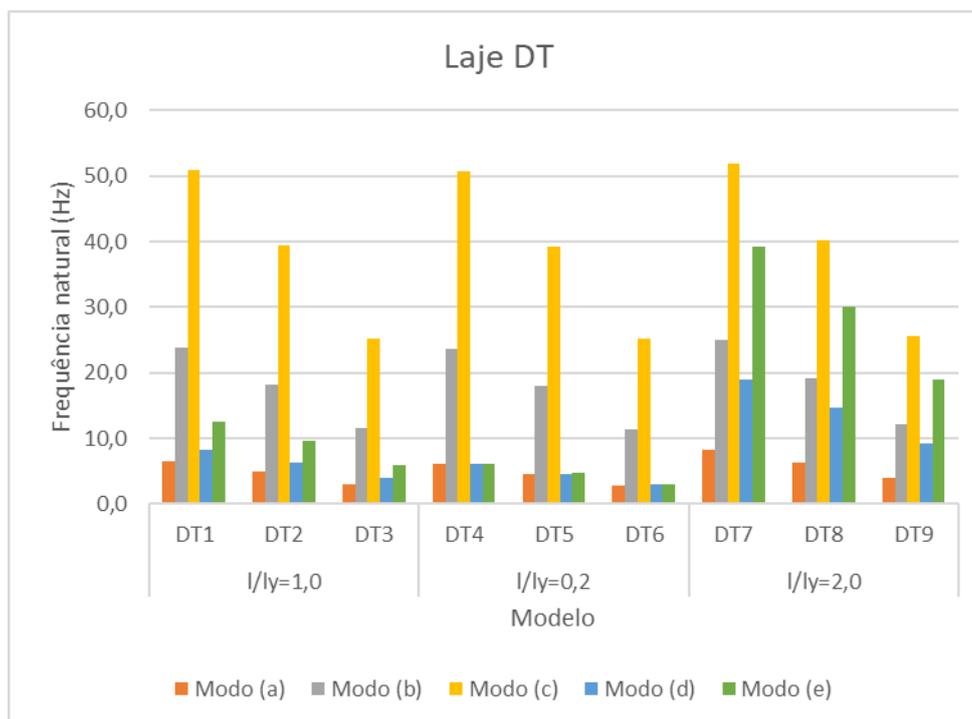
(e)

Fonte: elaborado pela autora

A variação da largura da laje causou grande efeito no segundo modo de flexão transversal (Figura 64 -d). As lajes com l/l_y de 0,2 tiveram as frequências naturais aproximadamente 25% menores que as lajes com l/l_y de 1,0 com mesmo vão livre. Para esse modo de vibração as lajes com l/l_y de 2,0 apresentaram frequências 132% maiores que as lajes de l/l_y de 1,0.

As lajes com l/l_y de 0,2 tiveram redução de 50% nas frequências naturais para o terceiro modo de flexão transversal, se comparadas com as lajes com l/l_y de 1,0. Nesse mesmo modo de vibração, as lajes com l/l_y de 2,0 apresentaram frequências naturais 215% superiores que as lajes com l/l_y de 1,0 (Figura 64 -e).

Assim como nas lajes alveolares e nervuradas, as lajes DT também apresentaram mudança na ordem de ocorrência dos modos de vibração analisados. Na Figura 65 percebe-se que as lajes com l/l_y de 0,2 apresentaram três modos de vibração com frequência natural praticamente iguais.

Figura 65 - Frequências naturais para lajes DT com diferentes relações l/y 

Fonte: elaborado pela autora

O estudo da influência do vão livre da largura da laje mostrou a relevância da relação l/y nas frequências naturais das lajes. No primeiro modo de flexão (modo a), a relação l/y ocasionou variações de frequências similares às obtidas com a mudança do vão livre.

Nas três tipologias de lajes, as frequências naturais dos modos de flexão transversal (modos **d** e **e** da Tabela 42) foram fortemente afetadas pela largura da laje. Nas lajes com l/y de 0,2, as frequências naturais desses modos foram próximas da frequência fundamental da laje (Figuras 60, 62 e 64).

Ao analisar a frequência natural dos modos de 2ª e 3ª flexão longitudinal, percebe-se que nas lajes alveolares, essas frequências foram afetadas pela relação l/y , no entanto, as lajes nervuradas e DT apresentaram praticamente a mesma frequência natural, independentemente da relação l/y (Figuras 60, 62 e 64). Esse resultado indicou que as lajes alveolares apresentam maior rigidez transversal, capaz de gerar alterações no comportamento dinâmico no sentido longitudinal dos elementos, enquanto as lajes nervuradas e DT possuem pouca rigidez transversal se comparadas com a sua rigidez longitudinal.

Os fatores de participação modal para a vibração perpendicular ao plano da laje (eixo z) para os modos analisados são apresentados na Tabela 43. Observa-se que ele é praticamente igual em cada modo, independentemente da tipologia da laje ou da relação l/l_y . Os modos mais relevantes para a vibração vertical são os que apresentam os maiores fatores de participação modal, ou seja, o primeiro modo de flexão (modo a), o terceiro modo de flexão longitudinal (modo c) e o terceiro modo de flexão transversal (modo e).

Tabela 43 - Fator de participação modal para diferentes relações l/l_y

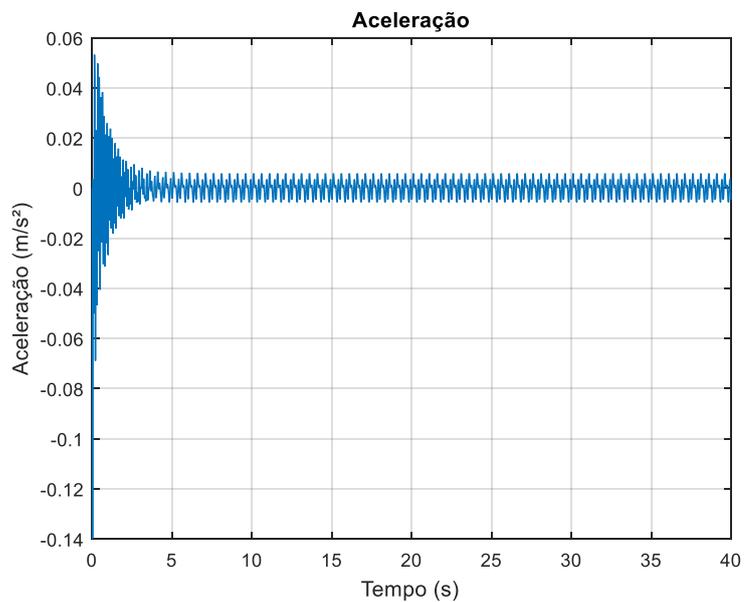
Modelo	l/l_y	Fator de participação modal				
		Modo (a)	Modo (b)	Modo (c)	Modo (d)	Modo (e)
LA1	1,0	1,62E+00	1,75E-05	-5,34E-01	2,78E-05	-5,31E-01
LA4	0,2	1,59E+00	-4,94E-05	-5,38E-01	2,47E-04	-5,38E-01
LA7	2,0	1,61E+00	-3,64E-06	-5,31E-01	-5,57E-07	-5,32E-01
DT1	1,0	1,61E+00	-6,60E-05	-5,39E-01	5,82E-03	-5,29E-01
DT4	0,2	1,62E+00	4,03E-05	6,23E-01	2,94E-02	5,67E-01
DT7	2,0	1,60E+00	4,79E-04	5,36E-01	1,60E-02	5,03E-01

Fonte: elaborado pela autora

4.2.2 Acelerações

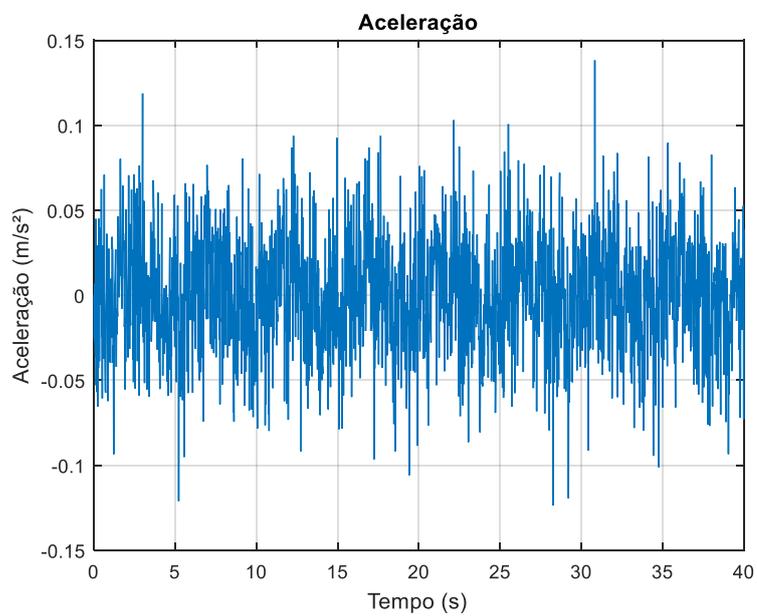
Conforme apresentado no item 4.2.1, a relação l/l_y de 0,2 ocasionou diversos modos com frequências similares, todas próximas da frequência natural do primeiro modo de vibração (Tabela 41). Isso alterou a aceleração obtida nas lajes para as atividades de caminhar a 2,0 Hz e pular a 3,0 Hz. Enquanto as lajes com l/l_y de 1,0 e de 2,0 apresentaram aceleração com resposta transiente (Figuras 66 e 68), as lajes com relação l/l_y de 0,2 apresentaram comportamento ressoante (Figura 67). Ou seja, a relação l/l_y foi muito relevante na resposta dinâmica da estrutura, pois, para mesmo vão livre e seção transversal da laje, foram obtidas frequências naturais e acelerações consideravelmente diferentes.

Figura 66 - Aceleração obtida para o modelo LA2 - relação $l/l_y = 1,0$



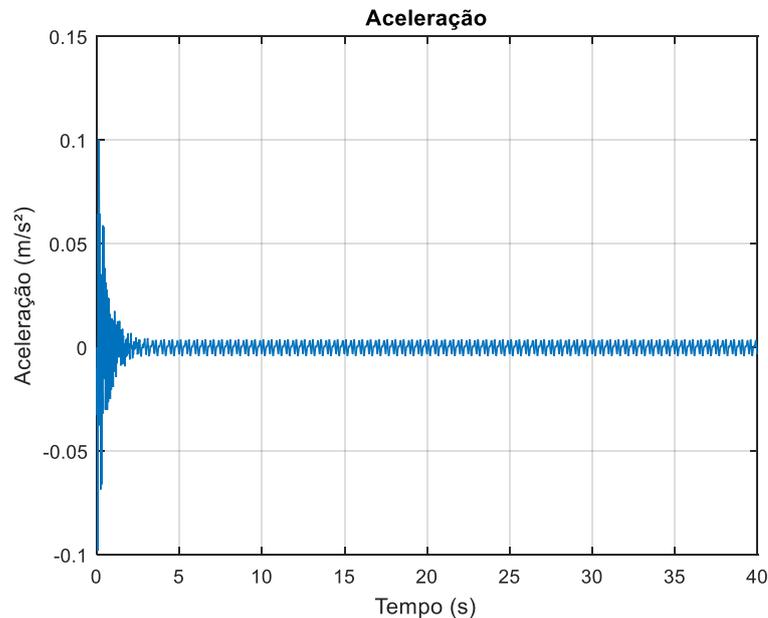
Fonte: elaborado pela autora

Figura 67 - Aceleração obtida para o modelo LA5- relação $l/l_y = 0,2$



Fonte: elaborado pela autora

Figura 68 - Aceleração obtida para o modelo LA9- relação $l/l_y = 2,0$

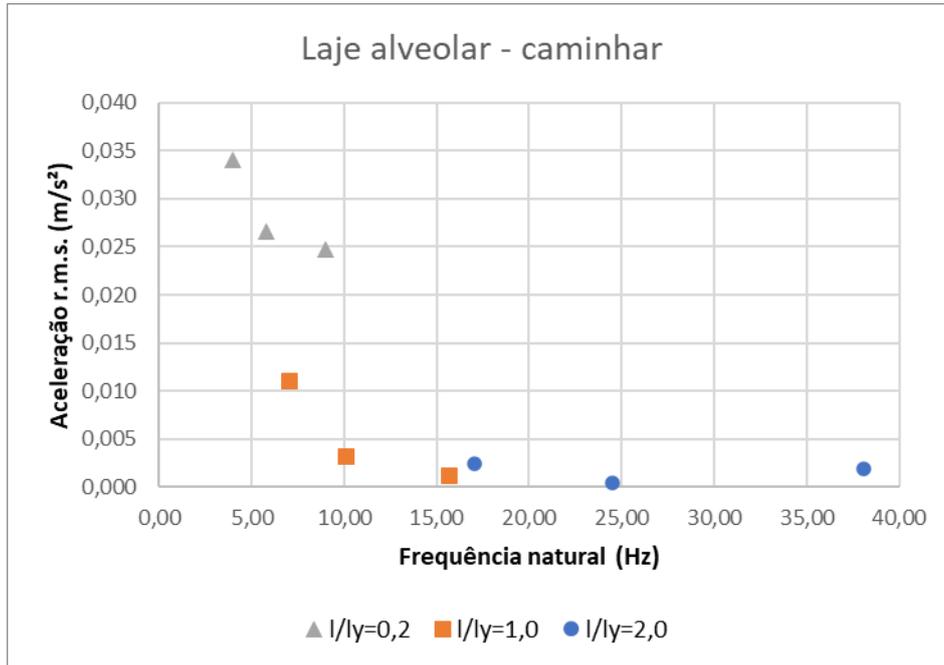


Fonte: elaborado pela autora

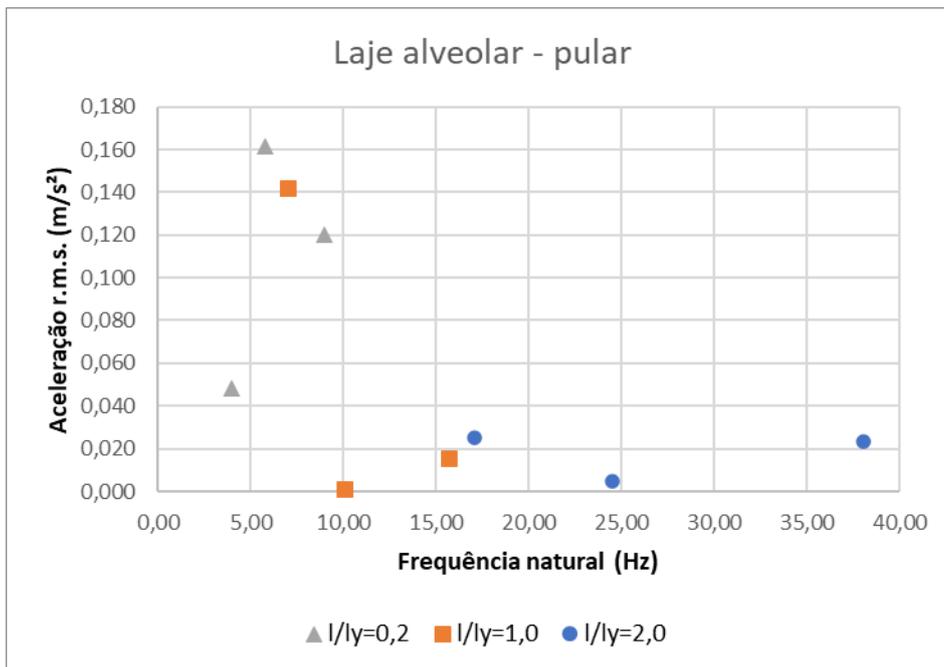
a) Lajes alveolares

A resposta ressonante das lajes pode ser observada ao comparar as máximas acelerações r.m.s. dos diferentes modelos. Nas lajes alveolares, apresentadas na Figura 69, as lajes com relação l/l_y de 0,2 apresentaram as menores frequências naturais para todos os cinco modos de vibração analisados e também as maiores acelerações, tanto para o caminhar quanto para o pular. As lajes com l/l_y de 2,0 tiveram as menores acelerações e as maiores frequências naturais. Ao comparar as acelerações obtidas para o caminhar e o pular, percebe-se que as acelerações apresentaram aumento médio de 700% para a atividade de pular.

Figura 69 - Aceleração r.m.s para as lajes alveolares com diferentes relações l/l_y para (a) caminhar e (b) pular



(a)



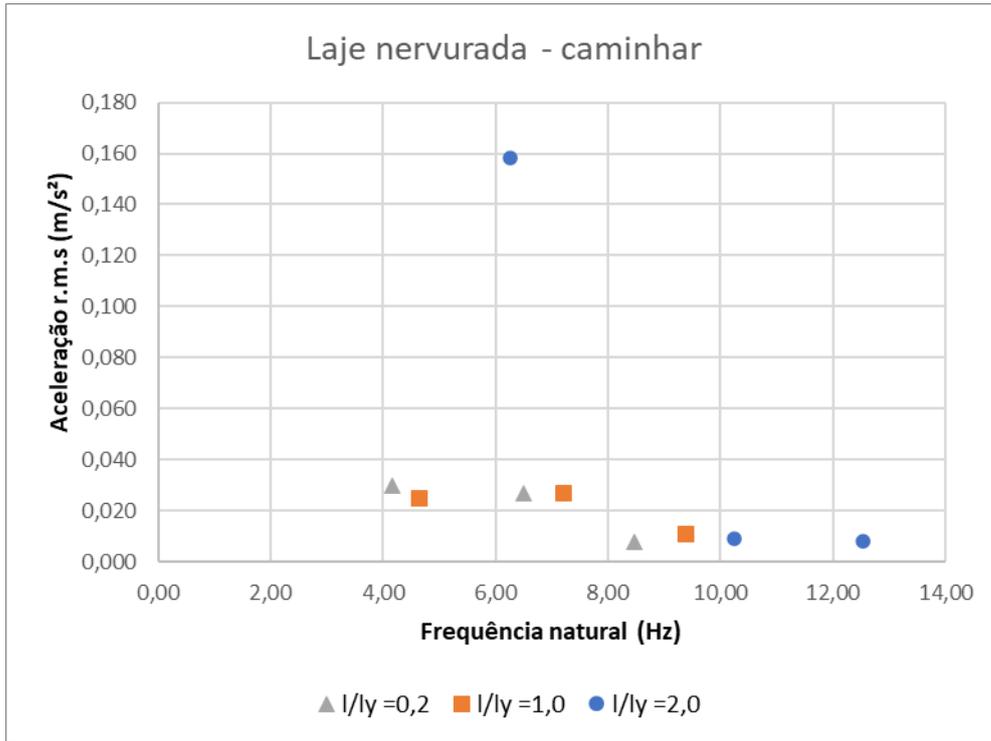
(b)

Fonte: elaborado pela autora

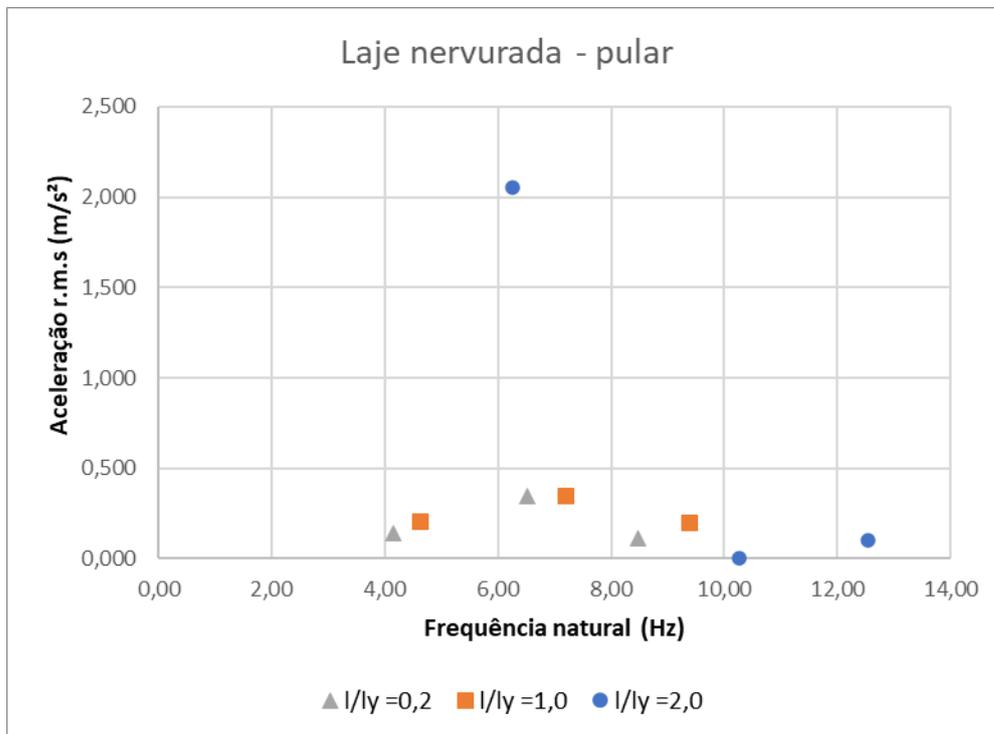
b) Lajes nervuradas

De modo geral, nas lajes nervuradas, as acelerações r.m.s. reduziram com o aumento da frequência natural (Figura 70). No entanto, foi observado um pico de aceleração para o caminhar e pular próximo da frequência de 6 Hz, indicando a ressonância da laje com o caminhar a 2,0 Hz e com o pular a 3,0 Hz. A relação l/l_y não apresentou grande impacto nas acelerações nas lajes nervuradas.

Figura 70 - Aceleração r.m.s para as lajes nervuradas com diferentes relações l/l_y para (a) caminhar e (b) pular



(a)



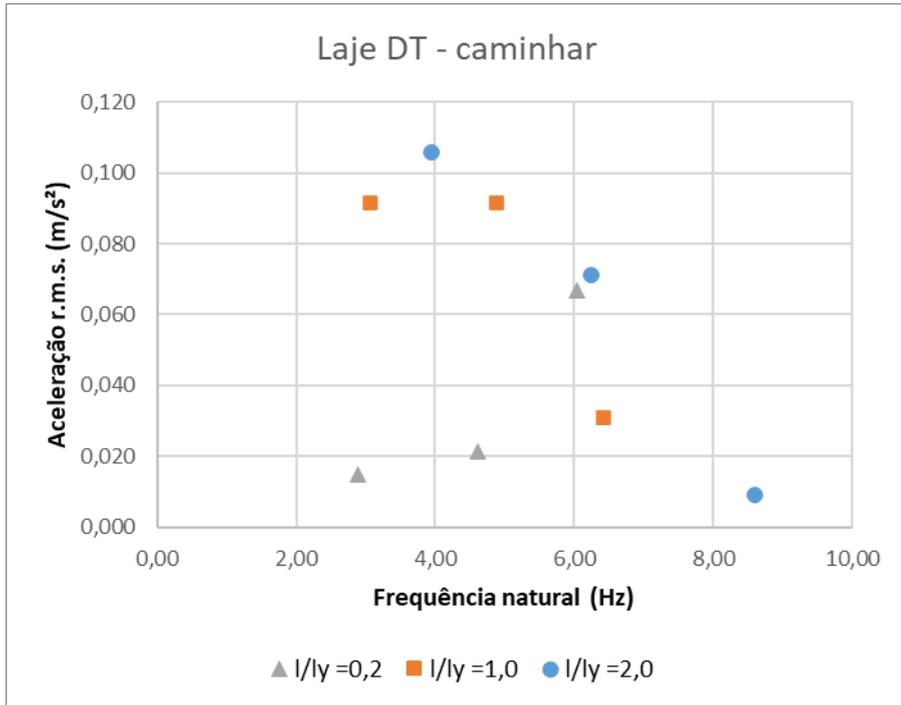
(b)

Fonte: elaborado pela autora

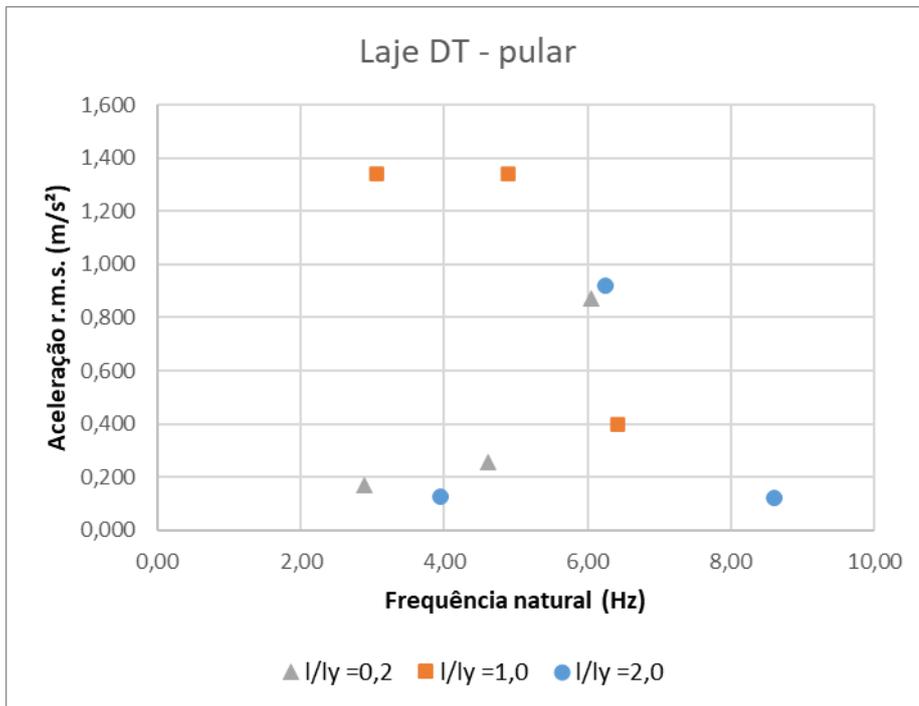
c) Lajes duplo T

Nas lajes DT, as acelerações não apresentaram relação direta com a razão l/l_y , nem com a frequência natural da laje (Figura 71). No caso das duas lajes com frequência natural próxima de 3 Hz (l/l_y de 0,2 e 1,0), as acelerações obtidas foram muito distintas, tanto para caminhar quanto para pular. Em ambos os casos, a laje com l/l_y de 0,2 teve a menor aceleração. Com a atividade de caminhar a 2,0 Hz, a laje com frequência natural de aproximadamente 4,0 Hz apresentou a maior aceleração, no entanto, para o pular com 3,0 Hz ela foi a que apresentou a menor aceleração dentre as lajes DT analisadas. Esse resultado ressalta a importância da sintonização da atividade de excitação com a frequência natural da laje no nível de vibração.

Figura 71 - Aceleração r.m.s para as lajes DT com diferentes relações l/y



(a)



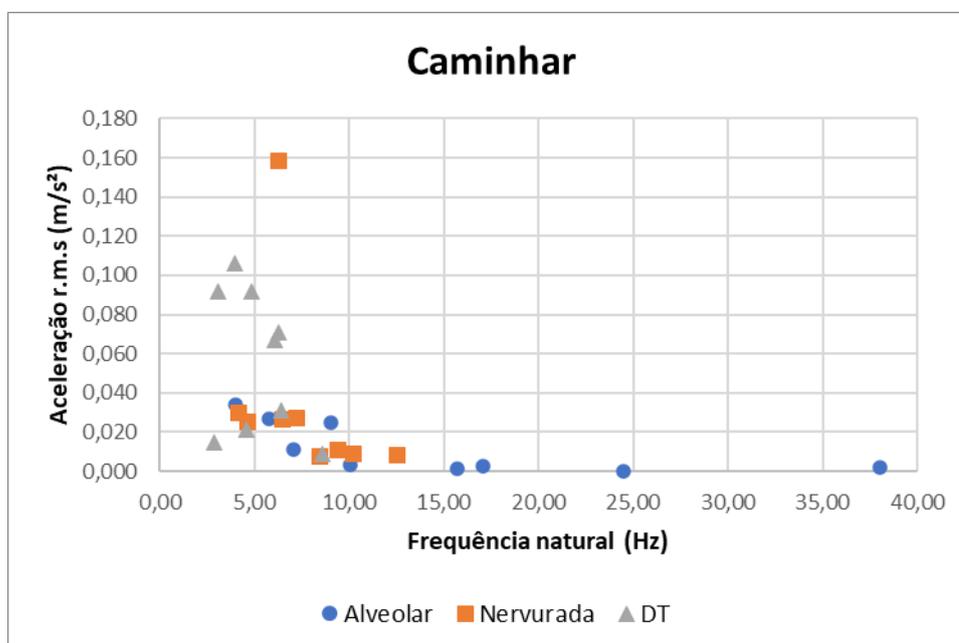
(b)

Fonte: elaborado pela autora

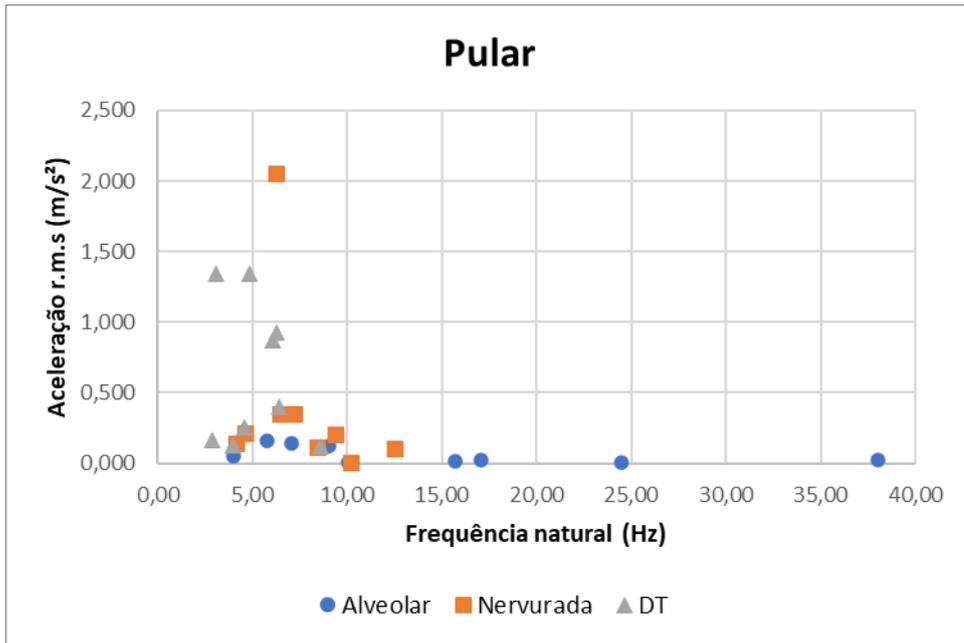
A Figura 72 traz as acelerações obtidas para as três tipologias de laje. Nota-se que as acelerações reduziram com o aumento da frequência natural. Porém, diversas lajes com frequência natural próxima de 5 Hz apresentaram comportamento distintos: baixa aceleração e também alta aceleração, causada pela ressonância. Dessa forma percebe-se que apenas a frequência natural do primeiro modo não conseguiu determinar o nível de vibração na estrutura.

Ao comparar as acelerações obtidas para as três tipologias de lajes, nota-se que as lajes alveolares apresentaram as menores acelerações, mesmo quando comparadas com lajes de outras tipologias com frequências naturais próximas, conforme pode ser visto na Figura 72.

Figura 72 - Acelerações r.m.s. para as três tipologias de laje para (a) caminhar e (b) pular



(a)



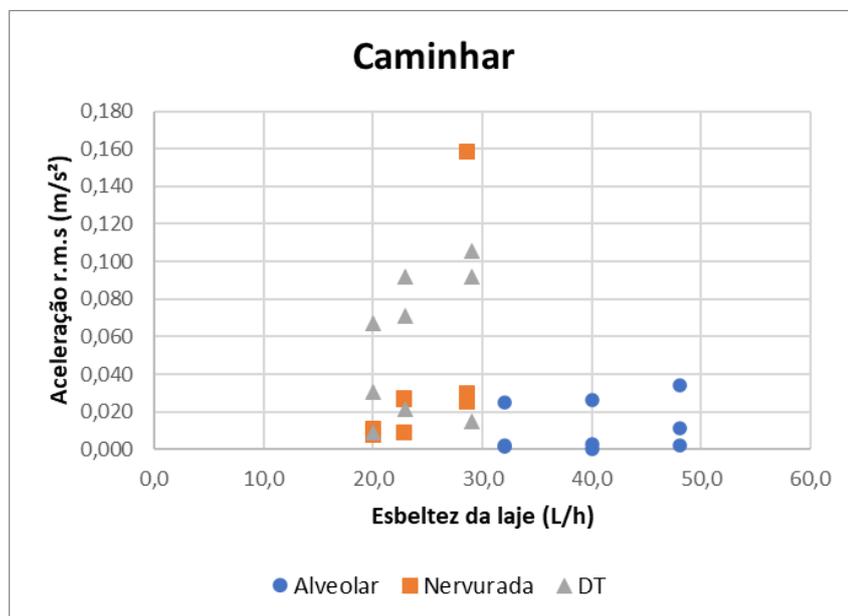
(b)

Fonte: elaborado pela autora

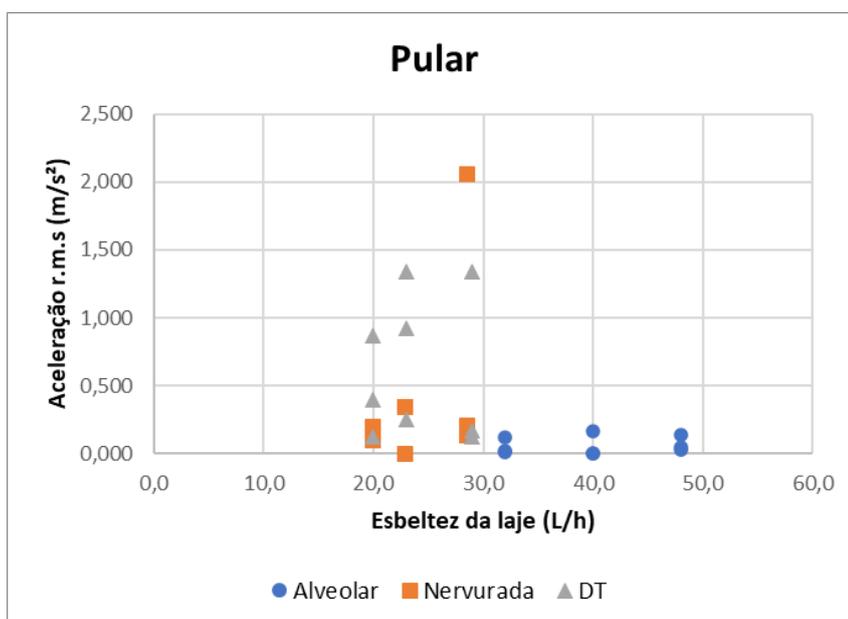
A Figura 73 apresenta as acelerações obtidas para o caminhar e o pular de acordo com a esbeltez da laje, ou seja, a relação entre o vão livre e a altura da laje (L/h). Analisando os gráficos, percebe-se que não houve relação entre a esbeltez da laje e as acelerações. Além disso, é possível observar que para mesma esbeltez, ou seja, mesmo vão livre e espessura, houve acelerações muito distintas, causadas pela variação da largura da laje (l_y).

Esses resultados mostram a importância de analisar não apenas o vão livre da laje, mas também sua largura, pois essa relação alterou tanto as frequências naturais quanto as acelerações da laje.

Figura 73 - Relação da aceleração da laje com sua esbeltez laje para (a) caminhar e (b) pular



(a)



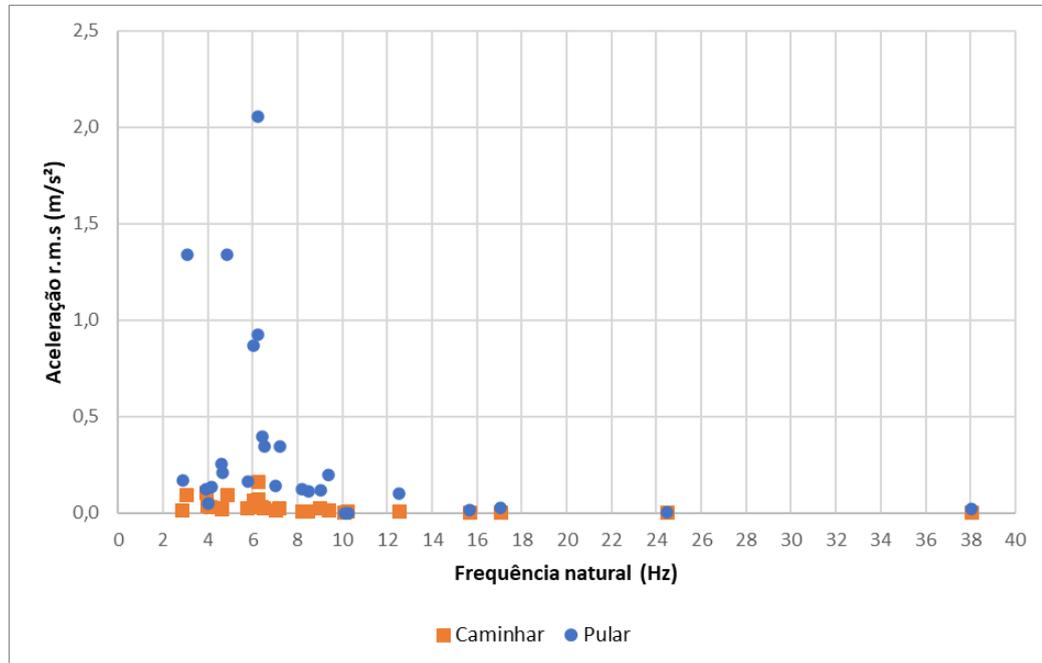
(b)

Fonte: elaborado pela autora

Quando se compara as acelerações obtidas para a atividade de caminhar e de pular, percebe-se que as lajes apresentaram nível de vibração consideravelmente superior com o pular. A Figura 74 mostra as acelerações obtidas para o caminhar e o pular para todos os modelos apresentados na Tabela 41. Percebe-se que as lajes submetidas ao caminhar apresentaram

acelerações inferiores a $0,25 \text{ m/s}^2$, enquanto as acelerações devido ao pular foram de até $2,0 \text{ m/s}^2$. Esse resultado indica a necessidade de avaliar com mais cuidado as lajes destinadas a áreas de esporte ou dança.

Figura 74 - Acelerações obtidas para caminhar e pular para todas as tipologias de lajes

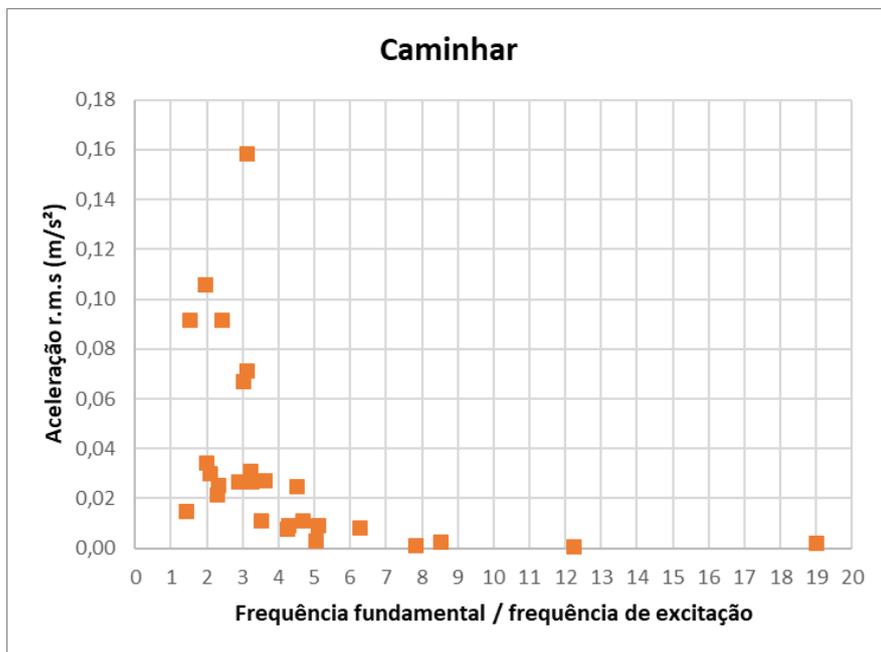


Fonte: elaborado pela autora

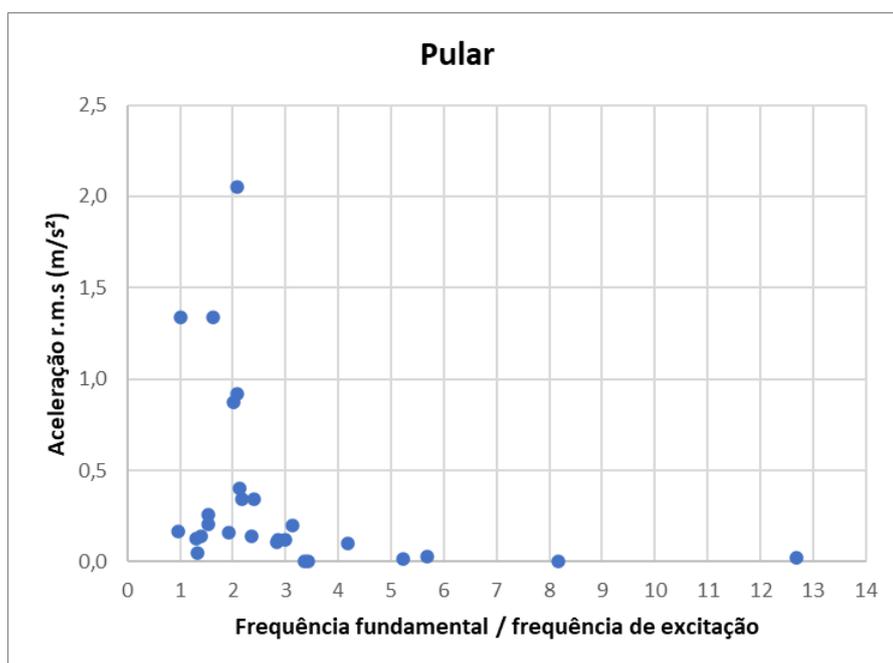
A Figura 75 apresenta as acelerações obtidas para o caminhar e pular de acordo com a razão entre a frequência natural/frequência de excitação. Ao analisar o gráfico, percebe-se que as lajes apresentaram picos de acelerações próximos das razões de 1 e 2, reduzindo consideravelmente as acelerações para razões superiores a 3.

As acelerações são maiores na razão de 1 e 2 para a atividade de pular. No caso do caminhar, as acelerações são máximas na razão 1 até 3 (Figura 75).

Figura 75 - Acelerações obtidas para (a) caminhar e (b) pular para todas as tipologias de lajes, de acordo com a razão entre a frequência natural e a frequência de excitação



(a)



(b)

Fonte: elaborado pela autora

4.3 Influência da rigidez do apoio

Foram modificadas as rigidezes dos apoios das lajes para uma seção transversal de cada tipologia. Essa análise visou verificar a influência da rigidez das vigas que sustentam as lajes no comportamento dinâmico do sistema. As vigas não foram incorporadas ao modelo para não influenciar os resultados das lajes ao adicionar a massa e diferentes rigidezes de viga à análise. Dessa forma, a rigidez do apoio foi simulada através da incorporação de mola nas bordas da laje com as rigidezes de mola de $2,0 \times 10^6$ N.m/m e $2,0 \times 10^4$ N.m/m na direção normal à laje. Nos modelos, foram mantidos a relação I/I_y de 1. Os modelos elaborados para essa análise e as frequências naturais dos cinco modos de vibração são apresentados na Tabela 44.

Tabela 44 - Modelos para análise da rigidez do apoio nas frequências naturais das lajes

Modelo	Seção da laje	Vão livre	Apoio (N.m/m)	Fa (Hz)	Fb (Hz)	Fc (Hz)	Fd (Hz)	Fe (Hz)
LA1	h20+5	8,0	rígido	15,7	41,2	83,6	38,2	75,8
LA2	h20+5	10,0	rígido	10,1	26,5	54,1	24,6	49,0
LA3	h20+5	12,0	rígido	7,0	18,5	37,7	17,1	34,1
LA10	h20+5	8,0	2,0E+04	5,9	12,9	43,8	13,2	40,9
LA11	h20+5	10,0	2,0E+04	3,9	8,4	28,3	8,6	26,7
LA12	h20+5	12,0	2,0E+04	2,7	5,9	19,7	6,1	26,5
LA13	h20+5	8,0	2,0E+06	12,1	26,0	55,2	25,2	54,2
LA14	h20+5	10,0	2,0E+06	8,4	18,7	38,5	17,9	38,3
LA15	h20+5	12,0	2,0E+06	6,1	14,1	29,0	13,4	28,8
NE1	30+5	8,0	rígido	7,2	26,2	57,4	9,9	14,3
NE2	30+5	10,0	rígido	4,64	16,88	37,12	6,36	9,26
NE3	30+5	7,0	rígido	9,4	34,1	74,2	12,8	18,5
NE10	30+5	8,0	2,0E+04	2,09	3,74	15,68	2,95	12,19
NE11	30+5	10,0	2,0E+04	2,2	3,3	14,6	2,6	12,7
NE12	30+5	7,0	2,0E+04	2,87	5,27	28,57	4,23	16,30
NE13	30+5	8,0	2,0E+06	6,8	22,0	39,7	9,0	12,8
NE14	30+5	10,0	2,0E+06	6,19	21,46	40,85	7,46	9,75
NE15	30+5	7,0	2,0E+06	11,8	35,6	60,2	14,1	18,6
DT1	8'-0" x 24"	12,2	rígido	6,4	23,9	51,0	8,2	12,5
DT2	8'-0" x 24"	14,0	rígido	4,9	18,2	39,3	6,3	9,6
DT3	8'-0" x 24"	17,7	rígido	3,1	11,5	25,2	4,0	6,0
DT10	8'-0" x 24"	12,2	2,0E+06	5,8	16,9	28,3	7,4	11,1
DT11	8'-0" x 24"	14,0	2,0E+06	4,0	10,6	17,8	4,9	6,5
DT12	8'-0" x 24"	17,7	2,0E+06	3,0	10,2	19,0	3,8	5,8
DT13	8'-0" x 24"	12,2	2,0E+04	1,4	14,2	18,4	6,3	13,1
DT14	8'-0" x 24"	14,0	2,0E+04	1,39	*	*	1,85	2,49
DT15	8'-0" x 24"	17,7	2,0E+04	1,1	1,9	7,0	1,6	3,5

*No modelo DT14, esses modos não ocorreram

Fonte: elaborado pela autora

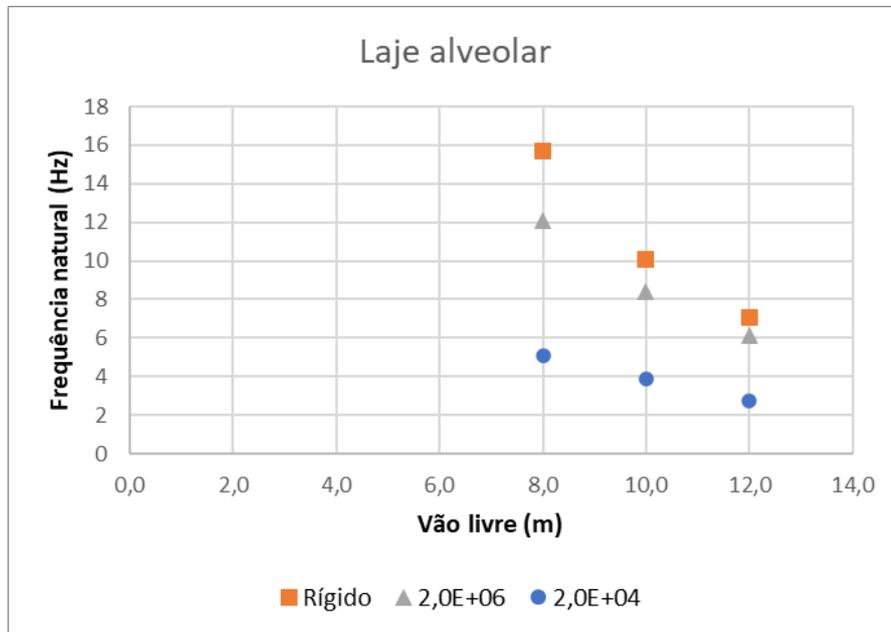
As frequências do primeiro modo (Fa) das lajes com apoios flexíveis foram comparadas com as frequências obtidas no modelo com apoio rígido.

a) Lajes alveolares

Para as lajes alveolares, o apoio com rigidez de mola de $2,0 \times 10^4$ N.m/m ocasionou redução em torno de 60% nas frequências naturais, para os três vãos livres analisados. No caso da mola de $2,0 \times 10^6$ N.m/m, a redução na frequência foi proporcional ao vão livre: 22%, 17% e

13% de redução na frequência para os vãos livres de 8m, 10m e 12m, respectivamente (Figura 76).

Figura 76 - Frequências naturais para lajes alveolares com diferentes rigidezes de apoio

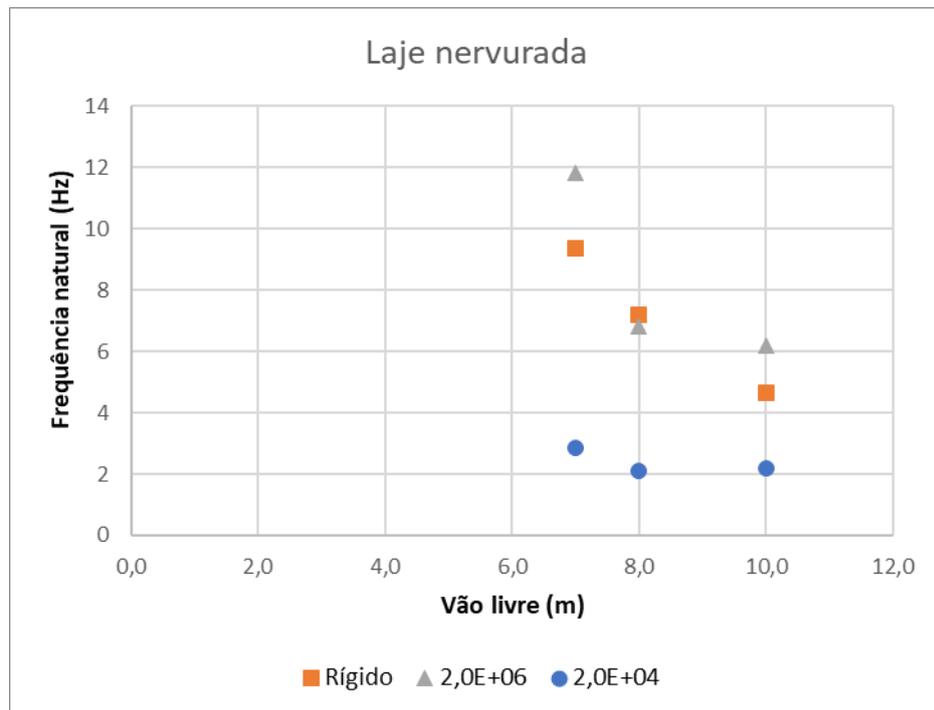


Fonte: elaborado pela autora

b) Lajes nervuradas

Comparando-se com o apoio rígido, a rigidez do apoio de $2,0 \times 10^4$ N.m/m reduziu as frequências naturais da laje nervurada em 71%, 69% e 52%, para os vãos livres de 7m, 8m e 10m, respectivamente. A mola de $2,0 \times 10^6$ N.m/m causou reduções de 5%, 26% e 33% para os vãos livres de 7m, 8m e 10m, respectivamente. Dessa forma, percebe-se que, no caso da laje nervurada analisada, a mola mais rígida, ou seja, de $2,0 \times 10^6$ N.m/m causou redução na frequência natural proporcional ao vão livre. A mola de $2,0 \times 10^4$ N.m/m, por sua vez, apresentou a maior redução na frequência da laje de menor vão-livre e o menor efeito na laje de maior vão (Figura 77).

Figura 77 - Frequências naturais para lajes nervuradas com diferentes rigidezes de apoio

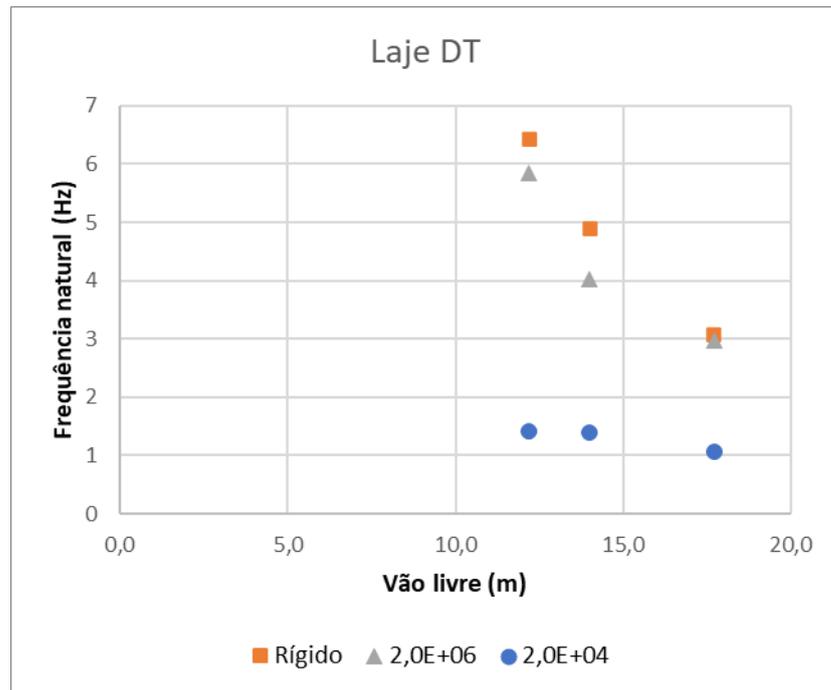


Fonte: elaborado pela autora

c) Lajes duplo T

A rigidez de mola de $2,0 \times 10^4$ N.m/m causou redução média de 72% nas lajes DT para os três vãos analisados. Enquanto a mola de $2,0 \times 10^6$ N.m/m reduziu apenas 9%, 18% e 3% a frequência natural das lajes de 12,2 m, 14 m e 17,7 m de vão livre, respectivamente (Figura 78).

Figura 78 - Frequências naturais para lajes DT com diferentes rigidezes de apoio



Fonte: elaborado pela autora

4.4 Influência da seção transversal

A influência da seção transversal no comportamento dinâmico foi avaliada modificando-se apenas as seções transversais em cada tipologia. Assim, foi mantido constante o vão livre e a relação l/l_y de 1, todos os modelos consideram apoios rígidos nas quatro bordas das lajes e o módulo de elasticidade dinâmico do concreto foi sempre de $4,5 \times 10^{10}$ N/m². O resumo dos modelos desenvolvidos para essa análise é apresentado na Tabela 45.

Tabela 45 - Modelos para análise da influência da seção transversal nas frequências naturais das lajes

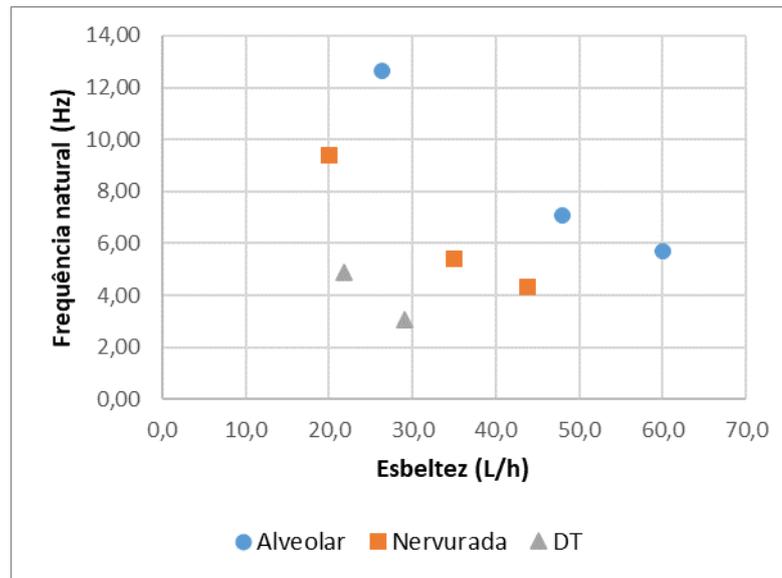
Modelo	Seção da laje	Vão livre	l/h	Fa (Hz)	Fb (Hz)	Fc (Hz)	Fd (Hz)	Fe (Hz)	A r.m.s. caminhar (m/s²)	A r.m.s. pular (m/s²)
LA3	h20+5	12,0	48	7,0	18,5	37,7	17,1	34,1	0,046	0,596
LA16	h40+5	12,0	26	12,7	34,0	69,3	30,3	59,9	0,011	0,142
LA17	h15+5	12,0	60	5,7	14,8	30,2	13,9	27,7	0,001	0,013
NE3	30+5	7,00	20	9,4	34,1	74,2	12,8	18,5	0,153	0,770
NE19	16+4	7,00	35	5,4	18,4	39,8	8,7	14,2	0,123	1,558
NE20	12+4	7,00	44	4,3	13,7	29,3	8,0	14,0	0,011	0,199
DT3	8'-0" x 24"	17,70	27	3,1	11,5	25,2	4,0	6,0	0,092	1,340
DT16	8'-0" x 32"	17,70	21	4,9	18,5	40,2	5,6	7,1	0,004	0,020

Fonte: elaborado pela autora

4.4.1 Frequências naturais

A fim de comparar as frequências naturais obtidas nos modelos, utilizou-se a relação de esbeltez da laje, ou seja, a razão entre o vão livre e espessura (l/h). O gráfico de frequências naturais por esbeltez das lajes é apresentado na Figura 79. Ao analisar o gráfico, percebe-se que as frequências naturais reduziram com o aumento esbeltez da laje.

Figura 79 - Frequências fundamentais para diferentes relações de esbeltez das lajes



Fonte: elaborado pela autora

Ao comparar as frequências naturais obtidas para as três tipologias de lajes (Figura 79), percebe-se que as lajes alveolares apresentaram as maiores frequências, seguida pela laje nervurada. A laje DT foi a que apresentou menor frequência natural para mesma esbeltez.

A alteração da esbeltez da laje DT de 21 para 27 reduziu a frequência natural em 37%. O aumento de esbeltez de 20 para 35 na laje nervurada reduziu a frequência natural em 42%. Finalmente, na laje alveolar, a variação de esbeltez de 48 para 60 ocasionou uma redução de 19% na frequência natural.

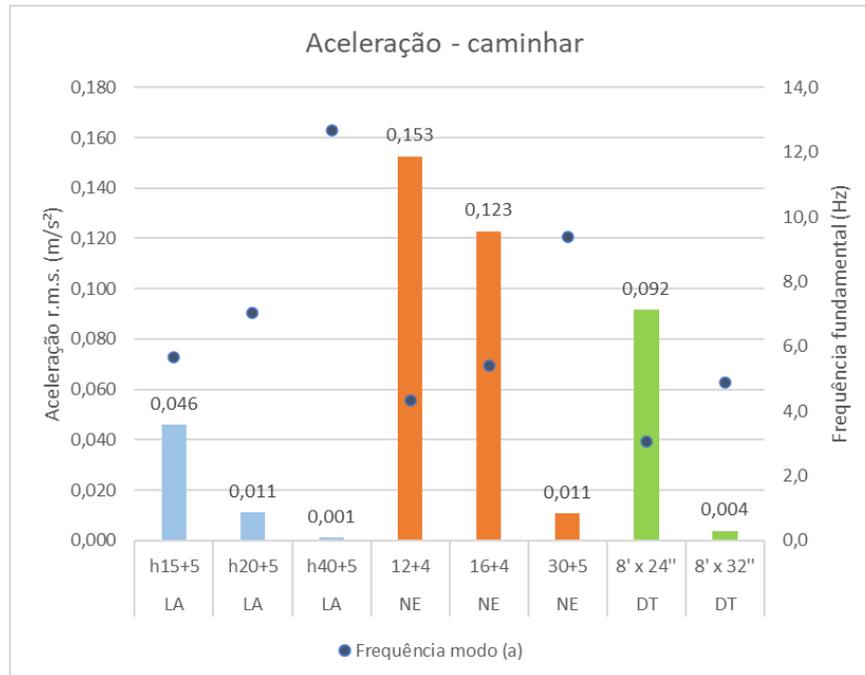
4.4.2 Acelerações

As acelerações obtidas nos modelos da Tabela 45 são apresentadas nas barras verticais juntamente com as frequências naturais (representadas pelos círculos azuis) na Figura 80. Percebe-se que, de modo geral, as acelerações aumentaram com a diminuição da frequência natural do modo (a), tanto para a atividade de caminhar quanto de pular.

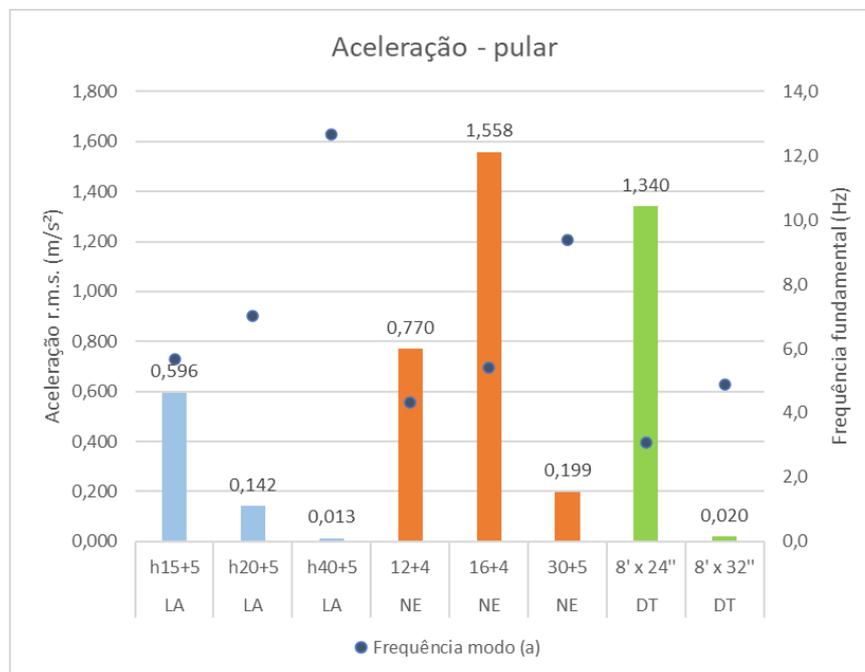
No entanto, a laje nervurada de seção transversal 16+4 submetida a pulos apresentou aceleração maior que a obtida para a laje menos rígida, de seção transversal 12+4. Isso pode ser explicado pela proximidade da ressonância, pois a laje de 16+4 possui frequência fundamental

de 5,4 Hz, ou seja, próxima de 6 Hz, enquanto a laje de 12+4 possui frequência natural de 4,3 Hz.

Figura 80 - Acelerações e frequências naturais para as lajes com diferentes seções transversais e mesmo vão livre para (a) caminhar e (b) pular



(a)



(b)

Fonte: elaborado pela autora

Dessa forma, percebe-se que a ideia de alterar a rigidez para garantir frequências naturais mais altas nem sempre consegue reduzir a aceleração, pois a frequência do sistema pode ser alterada para uma faixa que apresente ressonância com algum harmônico da força de excitação.

4.5 Influência da massa adicional

A frequência natural das lajes é reduzida com o aumento da massa. Apesar desse comportamento já ser conhecido, foi realizada a alteração da massa nos modelos numéricos a fim de avaliar o efeito da massa nas acelerações, que são apresentadas no próximo item. Os modelos mantiveram sempre constantes o vão livre, largura (relação l/l_y de 1,0), apoio rígido e módulo de elasticidade. A Tabela 46 apresenta os modelos e parâmetros utilizados, além das frequências naturais dos cinco modos de vibração e acelerações r.m.s. obtidas para as atividades de caminhar e pular.

Tabela 46 - Modelos para análise da influência da massa adicional nas frequências naturais e acelerações das lajes

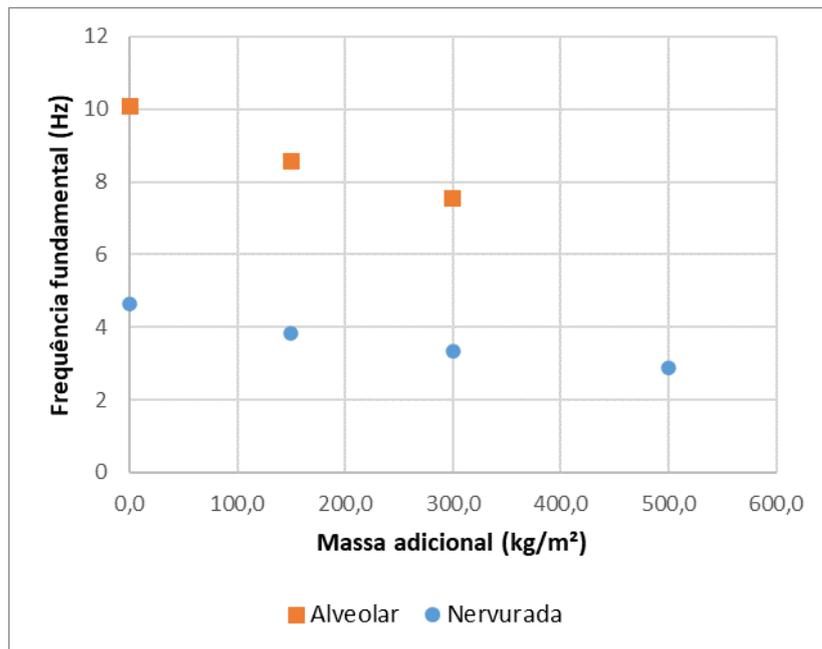
Modelo	Seção da laje	Vão livre	Massa adicional (kg/m ²)	Fa (Hz)	Fb (Hz)	Fc (Hz)	Fd (Hz)	Fe (Hz)	A r.m.s. caminhar (m/s ²)	A r.m.s. pular (m/s ²)
LA2	h20+5	10,0	0,0	10,1	26,5	54,1	24,6	49,0	0,003	0,001
LA18	h20+5	10,0	150,0	8,5	22,5	45,8	20,8	41,5	0,004	0,062
LA19	h20+5	10,0	300,0	7,6	19,9	40,4	18,4	36,6	0,005	0,068
NE2	30+5	10,0	0,00	4,64	16,88	37,12	6,36	9,26	0,025	0,206
NE21	30+5	10,0	150,00	3,83	13,93	30,61	5,26	7,66	0,051	0,122
NE22	30+5	10,0	300,0	3,3	12,1	26,6	4,6	6,7	0,015	0,263
NE23	30+5	10,0	500,00	2,90	10,54	23,15	3,98	5,81	0,045	0,785

Fonte: elaborado pela autora

4.5.1 Frequências naturais

A Figura 81 ilustra a variação das frequências naturais com a massa adicional na laje. Nota-se que tanto a laje alveolar quanto a nervurada possuem o mesmo vão livre, porém a laje alveolar apresentou frequências naturais mais de 100% maiores que as nervuradas.

Figura 81 - Frequências naturais para diferentes massas adicionais nas lajes



Fonte: elaborado pela autora

O acréscimo de massa de 150 kg/m² diminuiu a frequência natural da laje alveolar em 15% e da laje nervurada em 17%. O acréscimo de 300 kg/m² reduziu as frequências em 25% na laje alveolar e 28% na laje nervurada. Finalmente, o aumento de 500 kg/m² reduziu a frequência da laje nervurada em 38%. Dessa forma, nota-se que a massa foi relevante na frequência natural da laje.

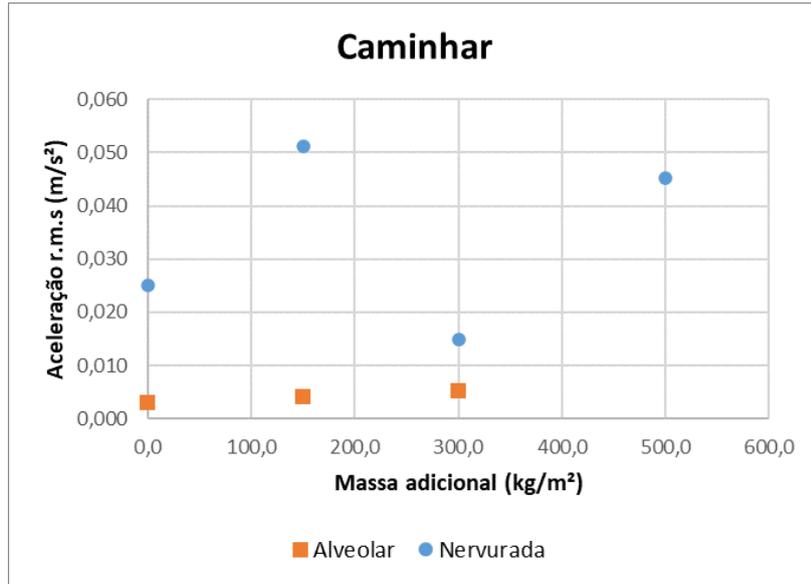
A determinação da massa adicional decorrente de mobiliário, instalações, revestimentos, etc. é muito relevante para a análise dinâmica. Por depender do uso da estrutura, cabe ao engenheiro estimar de maneira realista a massa adicional que será considerada para análise dinâmica, que pode diferir significativamente da ação variável prevista por normas de acordo com o tipo de uso.

4.5.2 Acelerações

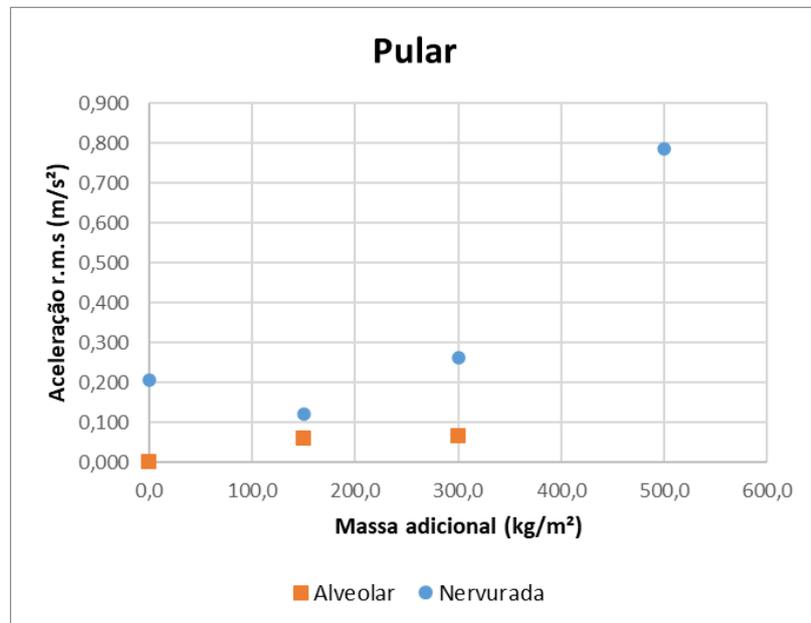
Foram obtidas as acelerações r.m.s. das lajes submetidas a duas atividades humanas: caminhar e pular. A Figura 82 apresenta as acelerações obtidas para as lajes com diferentes níveis de massa adicional. Percebe-se que as lajes alveolares apresentaram aumento da aceleração com o aumento da massa, tanto para a atividade de caminhar quanto para pular. As

lajes nervuradas, por sua vez, não seguiram mesmo comportamento. Para o caminhar, as acelerações obtidas para massa adicional de 150 kg/m² são maiores que as obtidas para 300 kg/m² e 500 kg/m². Ao analisar a atividade de pular, a laje com 150 kg/m² apresentou o menor nível de vibração, até mesmo que a laje sem massa adicional.

Figura 82 - Acelerações para diferentes níveis de massa adicional nas lajes alveolares e nervuradas para (a) caminhar e (b) pular



(a)



(b)

Fonte: elaborado pela autora

4.6 Influência do amortecimento

A influência do amortecimento foi avaliada em dois casos. Uma situação foi no modelo LA6, que apresentou frequência natural de 4,0 Hz e comportamento de ressonância com o caminhar, a fim de avaliar que nível de redução de acelerações seria obtido com um amortecimento maior. Outra situação foi a laje do modelo LA1, que corresponde à mesma seção transversal e vão livre, no entanto com relação l/l_y de 1 e sem comportamento de ressonância com o caminhar, com acelerações baixas.

Nesses dois modelos, foi alterado o amortecimento para duas situações: um com amortecimento 100% superior ao amortecimento obtido experimentalmente no estudo de caso da laje alveolar (e utilizado em todas as análises paramétricas) e outro com amortecimento 200% maior. Dessa forma, foram utilizados os modelos LA 1 e LA 6 apresentados na Tabela 41 com os amortecimentos da Tabela 47.

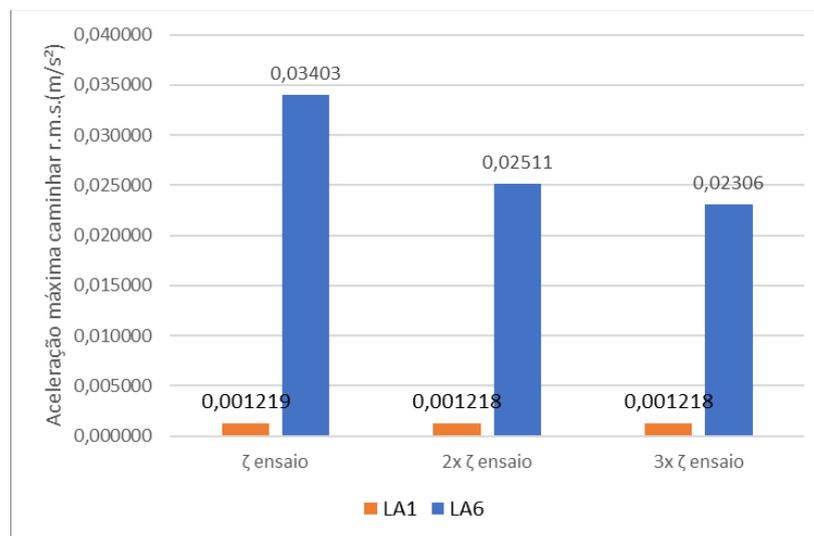
Tabela 47 - Amortecimentos analisados para a laje alveolar

	ζ_{ensaio} (%)	$2x\zeta_{\text{ensaio}}$ (%)	$3x\zeta_{\text{ensaio}}$ (%)
1º modo	1,04	2,08	3,12
2º modo	1,51	3,02	4,53
3º modo	1,27	2,54	3,81
4º modo	0,8	1,6	2,4

Fonte: elaborado pela autora

A Figura 83 apresenta as acelerações obtidas para os diferentes níveis de amortecimento nos dois modelos de lajes alveolares.

Figura 83 – Acelerações máximas obtidas para as lajes alveolares diferentes níveis de amortecimento para modelos LA1 e LA6



Fonte: elaborado pela autora

O modelo LA1 com o amortecimento do ensaio apresentou aceleração muito baixa, de apenas 0,001219 m/s². A consideração do dobro do amortecimento ocasionou redução de apenas 0,08%. Para essa mesma laje, ao utilizar o amortecimento três vezes maior, a redução da aceleração se manteve em 0,08%.

A laje do modelo LA6, que apresentava comportamento ressoante, teve redução de 26% na aceleração ao dobrar o amortecimento e redução de 32% ao triplicar o amortecimento.

Através dos modelos analisados, percebe-se que o amortecimento apresentou maior efeito no caso da laje com aceleração maior (próxima da ressonância). No entanto, a redução da aceleração não foi linear com o aumento do amortecimento.

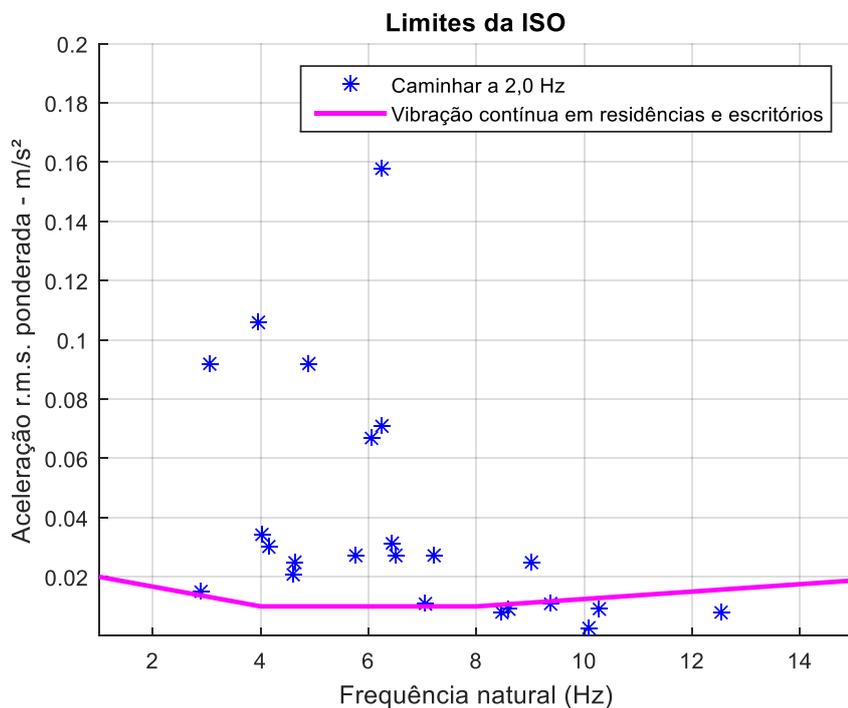
4.7 Análise dos limites de conforto

A fim de avaliar o nível de conforto e vibração das lajes, foram comparadas as acelerações obtidas nos modelos numéricos da análise paramétrica com os limites da ISO 10137 (ISO, 2007). Os coeficientes multiplicadores que foram utilizados estão apresentados na Tabela 5. O limite da curva básica foi multiplicado por 2 para consideração da vibração devido ao caminhar em escritórios e residências (caso de vibração contínua, com mais de 30min de vibração ao

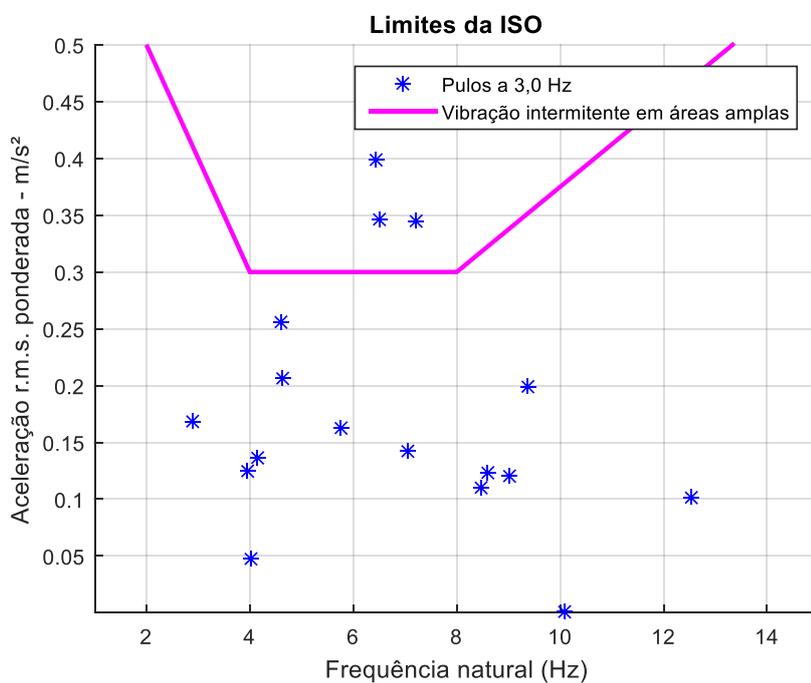
longo do dia). Para a análise da vibração devido a pulos, utilizou-se o multiplicador 60 para a curva base, pois considerou-se de vibração intermitente em áreas amplas.

A Figura 84 apresenta as máximas acelerações r.m.s. ponderadas obtidas para os modelos utilizados na análise paramétrica que estão apresentados na Tabela 41. É possível perceber que ao considerar a vibração contínua, com multiplicador de 2 para a curva base, diversas lajes apresentaram acelerações acima do limite permitido, desde lajes com frequência natural de 3,0 Hz até 9,0 Hz (Figura 84 a). As lajes submetidas a pulos, por sua vez, apresentaram apenas 3 casos nos quais a aceleração ultrapassou o limite recomendado da ISO 10137. Nesses três casos, a frequência natural da laje foi 6,0 a 8,0 Hz. A frequência de excitação dos pulos foi de 3,0 Hz. Dessa forma, esses três casos tiveram razão entre frequência natural / frequência de excitação em torno de 2.

Figura 84 - Comparação das acelerações dos modelos paramétricos com o limite da ISO 10137 para (a) aceleração devido ao caminhar e (b) aceleração devido a pulos



(a)

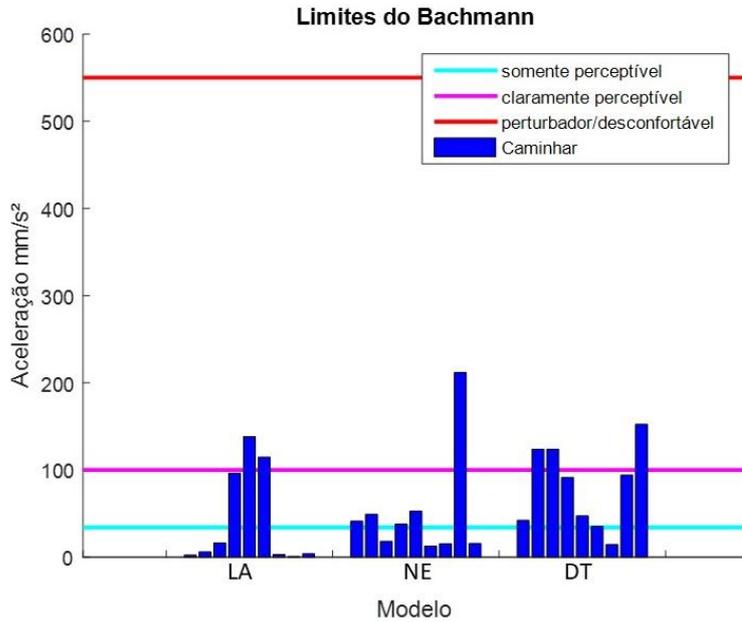


(b)

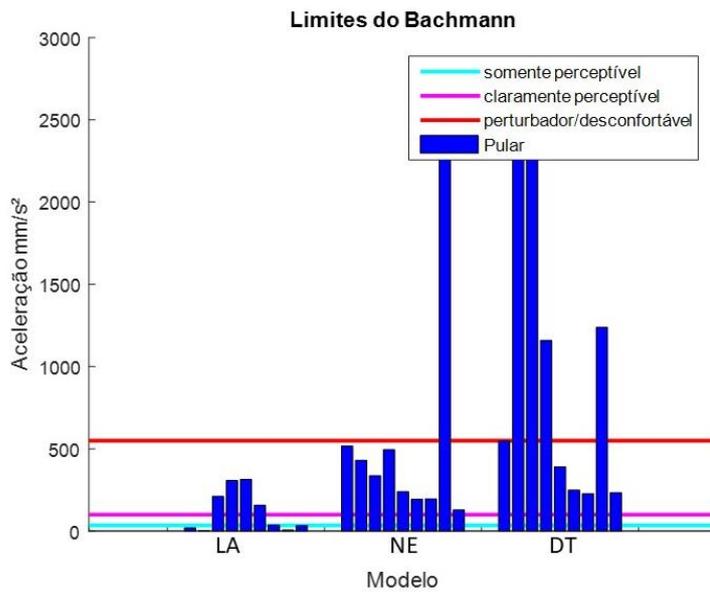
Fonte: elaborado pela autora

A fim de comparação, foi analisado o limite de Bachmann para avaliar o nível de percepção da vibração. Por esse critério, deve-se utilizar a aceleração de pico, sem ponderações ou médias. A Figura 85 apresenta as acelerações de pico para as atividades de caminhar e pular comparadas com os limites de percepção de Bachmann. Percebe-se que diversas lajes apresentaram vibração acima do limite “Claramente perceptível” para a atividade de caminhar, no entanto nenhuma laje apresentou vibração devido ao caminhar que fosse perturbadora/desconfortável. Ao analisar a vibração devido aos pulos, percebe-se que muitas lajes ultrapassaram o limite “Claramente perceptível” e apenas cinco lajes ultrapassaram o limite de “Perturbador/Desconfortável”.

Figura 85 - Comparação das acelerações dos modelos paramétricos com o limite de Bachmann para (a) aceleração devido ao caminhar e (b) aceleração devido a pulos



(a)



(b)

Fonte: elaborado pela autora

Se for considerado que o conforto a vibrações para pessoas sentadas em escritórios envolve a percepção da vibração, pode-se considerar que todas as lajes que apresentaram vibração acima do nível “somente perceptível” não são adequadas para esse uso. Com essa consideração, o resultado obtido pelo método da ISO e de Bachmann são similares, pois pela

ISO apenas 8 lajes foram consideradas adequadas para uso em escritórios e pelo Bachmann, esse número foi de 11.

A análise de conforto é diferente quando se avalia os pulos: enquanto uma pessoa sentada pode se incomodar com a vibração, uma pessoa em movimento pode não considerar a vibração perceptível. Assim, o resultado de conforto com o ponderador de 60 para a curva base da ISO seria equivalente ao limite de “Perturbador/Desconfortável” de Bachmann, no qual apenas 5 lajes ultrapassaram esse limiar.

4.8 Conclusões das análises paramétricas

A relação l/l_y na laje afetou as frequências naturais das lajes com mesmo vão livre. As lajes alveolares apresentaram as maiores diferenças de frequências para diferentes relações l/l_y . Em todas as lajes, quando a largura foi maior que o vão livre ($l/l_y = 0,2$), as frequências naturais do segundo e terceiro modo de flexão transversal foram muito próximas da frequência do primeiro modo, além disso, para essa relação ($l/l_y = 0,2$) foram obtidas as menores frequências naturais. Isso deixa claro a importância de se considerar na análise dinâmica não apenas o vão livre da laje, mas também sua largura total, pois a ordem de variação das frequências com a variação da largura da laje foi superior à obtida com alteração da seção transversal.

Além de verificar que a relação l/l_y alterou as frequências naturais, esse estudo paramétrico indicou que as lajes alveolares possuem grande rigidez transversal, capaz de alterar as frequências naturais relativas ao segundo e terceiro modo de flexão longitudinal, enquanto esse efeito não foi visto nas lajes DT e nervuradas.

As acelerações obtidas para a atividade do caminhar indicaram que a relação l/l_y também foi muito relevante nesse aspecto, principalmente para as lajes alveolares, que apresentaram comportamento ressoante.

Dessa forma, percebe-se que a limitação da esbelteza da laje (recomendada pelo PCI e FIB) não é suficiente para assegurar a resposta dinâmica adequada da laje, pois não considera esses aspectos relacionados à sua largura.

Além disso, percebe-se apenas a frequência natural do primeiro modo de vibração não é suficiente para determinar o comportamento dinâmico das lajes, pois algumas lajes com

frequência fundamental de 5 Hz apresentaram aceleração de apenas 0,02 m/s², enquanto outras na mesma faixa de frequência tiveram acelerações em torno de 0,10 m/s² para a atividade do caminhar, conforme pode ser visto na Figura 72.

A análise da rigidez do apoio no comportamento dinâmico das lajes mostrou que a flexibilidade do apoio reduziu as frequências naturais, conforme esperado. A rigidez de mola de 2×10^4 N.m/m ocasionou uma redução média de 66% nas frequências naturais das lajes analisadas, enquanto a mola de 2×10^6 N.m/m teve redução média de 15%. Assim, nota-se a importância da consideração correta dos apoios das lajes na análise da vibração.

Conforme esperado, as frequências naturais reduziram com o aumento da esbeltez da laje. No entanto, a redução da frequência não foi linear com o aumento da esbeltez. Para valores maiores de esbeltez, a redução da frequência foi menor.

Ao analisar a altura da seção transversal da laje, percebe-se que todas as lajes apresentaram aumento da frequência natural com o aumento da altura da laje, ou seja, o aumento de rigidez ocasionado pela alteração da seção foi maior que o aumento da massa devido ao peso próprio.

O acréscimo de massa referente ao uso (mobiliário ou divisórias, por exemplo) reduziu as frequências naturais das lajes, conforme era esperado. A massa foi muito relevante na determinação da frequência natural, pois ocasionou variação nas frequências similares às obtidas para a variação da seção transversal da laje.

Ao analisar a influência da massa com as acelerações, percebeu-se que as lajes alveolares apresentaram aumento das acelerações com o aumento da massa no sistema, porém esse comportamento não foi verificado nas lajes nervuradas. Para essas lajes, a aceleração foi maior em casos específicos de massa adicional na estrutura, não apresentando comportamento linear. Isso está relacionado com a mudança da frequência natural da estrutura, que pode ocasionar frequências que amplificam mais as ações dinâmicas.

No entanto, conforme visto com a massa adicional, nem sempre as lajes com maiores frequências naturais apresentaram as menores acelerações, por conta da ressonância obtida para diferentes frequências.

Quando se analisou o efeito do amortecimento nas acelerações máximas obtidas nas lajes, notou-se que ele pouco alterou a resposta da laje com aceleração baixa, no entanto, na laje com aceleração maior e próxima da ressonância, a redução foi de até 32% quando o coeficiente de amortecimento foi triplicado. Esses resultados mostram que o amortecimento é mais relevante no caso de lajes com frequências de excitação que sintonizam com a frequência natural da estrutura, ou seja, com ressonância.

Comparando-se as acelerações obtidas para o caminhar e para o pular, ficou claro nas análises que o nível de vibração obtido para o pular foi sempre consideravelmente superior ao obtido para atividade do caminhar. Em geral, a aceleração obtida para o pular foi de 10 vezes a aceleração da laje submetida ao caminhar.

Ao analisar as acelerações devido a pulos e a caminhar e a razão da frequência natural do primeiro modo pela frequência de excitação (Figura 75), percebe-se que as maiores acelerações foram obtidas para a razão de 1,0 a 3,0, sendo os maiores picos obtidos na razão de 2,0.

A ISO 10137 (ISO, 2007) recomenda utilizar diferentes multiplicadores da curva base para cada tipo de excitação e uso da estrutura. Ao avaliar as lajes submetidas a caminhar como escritórios sujeitos a vibração contínua, utilizou-se multiplicador de 2 e percebeu-se que várias lajes apresentaram acelerações maiores que os limites permitidos pela referida norma. Já as lajes submetidas a pulos foram tratadas como áreas amplas sujeitas a vibração intermitente, de forma que o multiplicador da curva base foi de 60. Nesse caso, apenas três lajes apresentaram vibrações acima do limite permitido. Ao comparar o resultado da ISO com o de Bachmann, percebe-se que essa norma considera que os escritórios devem apresentar a vibração abaixo do nível de “Somente perceptível”, mas permite vibrações acima do nível “Claramente perceptível” para lajes sujeitas a vibrações intermitentes em áreas amplas.

5 Conclusão

As análises experimentais mostraram que as lajes alveolares e duplo T apresentaram amortecimento mais baixo (na ordem de 1%), compatível com estruturas de concreto sem fissuras, enquanto as lajes nervuradas apresentaram grande amortecimento (na ordem de 3%) mesmo sem acabamentos na estrutura, provavelmente pelo atrito entre os blocos de enchimento e o concreto da capa e nervura. A laje alveolar apresentou a maior frequência natural e o menor nível de aceleração. A laje nervurada, apesar de apresentar nível de aceleração maior que da laje duplo T, não teve sua vibração perceptível, provavelmente pelo nível mais alto de amortecimento e faixa de frequência natural. A laje duplo T apresentou vibração devido ao caminhar perceptível para as pessoas envolvidas no ensaio, acredita-se que isso se deve ao baixo amortecimento juntamente com baixa frequência fundamental.

Nos ensaios da laje alveolar e duplo T, foi possível observar que a rigidez transversal das lajes exerceu forte influência nos modos de vibração e frequências naturais. Assim, os modelos que simplificam as lajes em elementos de viga (que são amplamente utilizados) podem apresentar grande divergência de frequência natural, principalmente em casos que há muitos painéis de laje adjacentes, ou seja, que a largura total da laje é muito superior ao seu vão-livre.

Ao avaliar os modelos simplificados para cálculo manual da frequência natural, percebeu-se que tanto o método do PCI quanto o método de Willford e Young (Sociedade do Concreto) não obtiveram as frequências naturais de maneira precisa, de forma que não devem ser utilizados para análise dinâmica das lajes. Eles podem ser utilizados apenas como uma previsão inicial das frequências naturais esperadas. Todas as lajes estudadas possuem comportamento ortotrópico que precisou ser considerado no modelo numérico para análise dos modos de vibração, principalmente os mais altos, que são mais afetados pela diferença de rigidez transversal e longitudinal. A análise numérica das lajes ensaiadas se mostrou adequada para simular as lajes, com resultados de frequência natural, modo de vibração e nível de aceleração devido ao caminhar muito próximas das obtidas nos ensaios. Além de conseguir representar o comportamento dinâmico das lajes, o modelo numérico é simples de ser implementado.

A análise de vibrações em lajes é um assunto complexo e dificilmente um cálculo simples limitado à análise de frequência natural conseguirá prever o comportamento dinâmico da estrutura com as excitações das atividades humanas.

Os resultados da análise paramétrica mostraram que verificar a frequência fundamental da laje é importante para a resposta dinâmica adequada da estrutura, evitando-se ressonância da estrutura. A NBR estabelece que lajes com frequência fundamental acima de 4,8 Hz (20% maior que 4,0 Hz) podem ser utilizadas para escritórios. No entanto, notou-se que algumas lajes com frequência fundamental próximas de 5 Hz apresentaram ressonância com a atividade do caminhar e tiveram nível de aceleração mais alto que lajes com frequência natural mais baixas. Dessa forma, apenas limitar a frequência fundamental pode não ser suficiente, pois pode ainda ocorrer ressonância com outros harmônicos da excitação. Além disso, lajes com frequência fundamental menor que 4 Hz podem apresentar nível de vibração similar às lajes com frequência fundamental acima de 8 Hz, de forma que somente a verificação da frequência fundamental não indica a real susceptibilidade da laje a vibrações excessivas.

Na análise das acelerações obtidas nas lajes com a razão da frequência fundamental pela frequência de excitação, percebeu-se que as maiores acelerações foram obtidas no intervalo de 1,0 a 3,0, sendo os picos em 2,0. Ou seja, algumas lajes com a frequência fundamental até três vezes maior que a frequência de excitação ainda apresentaram comportamento ressoante. Dessa forma, para tentar garantir baixos níveis de vibração, seria necessária uma frequência natural pelo menos três vezes maior que a frequência de excitação.

Além de limitar a frequência fundamental da laje, a NBR também estabelece que o deslocamento máximo devido às cargas variáveis deve ser de no máximo $L/350$ para limitar as vibrações excessivas. No entanto, no caso de estruturas protendidas e destinadas a baixas cargas variáveis, esses limites de deslocamento dificilmente são ultrapassados e ainda assim a laje pode apresentar vibrações excessivas.

A relação de L/h poderia indicar a susceptibilidade das lajes às vibrações excessivas, pois estaria relacionada com a rigidez da estrutura. O Instituto Canadense de Concreto Pré-moldado Protendido (CPCI) recomenda que a máxima relação seja de 45 (CPCI, 2013), enquanto o Instituto Americano de Concreto (ACI) estabelece a relação do vão/espessura máxima de 42 para pisos. No entanto, a análise paramétrica não verificou nenhuma relação direta entre a relação L/h da laje e a aceleração máxima. De fato, quanto maior a esbeltez, menor a frequência natural, mas como o conforto dos usuários diz respeito à aceleração e não à frequência, limitar a esbeltez a um valor máximo não garantiu o comportamento dinâmico adequado da laje. Nem

tampouco uma laje com menor esbeltez terá necessariamente comportamento dinâmico melhor que uma laje mais esbelta.

Santos e Leite (2018) simplificaram as lajes nervuradas em elementos de vigas e constataram que as acelerações aumentaram significativamente para relações de esbeltez de 30. No entanto esse resultado não foi obtido nesse estudo, provavelmente pelas lajes terem sido analisadas como elementos bidimensionais, ou seja, não foram simplificadas em elementos de vigas.

Um aspecto importante e até agora pouco explorado na literatura foi a influência da largura da laje no comportamento dinâmico. Lajes com mesmo vão livre (l) e seção transversal (ou seja, mesma esbeltez) apresentaram frequências naturais e acelerações muito distintas a depender da largura da laje (l_y). As maiores frequências foram obtidas em lajes l/l_y de 0,2, enquanto as menores frequências foram observadas nas lajes com l/l_y de 2,0. Além de reduzir as frequências naturais, a largura da laje também ocasionou diversos modos de flexão transversal com frequências próximas da frequência fundamental da laje.

Ao avaliar as frequências de excitação com a frequência natural da laje, notou-se grande influência na aceleração máxima da laje, existindo picos de acelerações decorrentes de comportamento ressoante. Isso indicou que a sintonização da estrutura com a atividade é relevante, dessa forma, recomenda-se que a análise do nível de vibração deva ser executada variando a frequência de excitação da atividade utilizada no modelo numérico, bem como a massa adicional existente na estrutura, pois a massa foi responsável por mudanças consideráveis na frequência natural. Dessa forma seria possível cobrir casos factíveis de sintonização e ressonância da estrutura com as pequenas variações de frequência natural e frequência de excitação.

Para lajes com mesmo vão livre, largura e seção transversal, o principal parâmetro que afetou as frequências fundamentais das lajes foi a massa adicional existente na estrutura. Ela diminuiu as frequências naturais e, se as frequências naturais não estiverem na faixa de ressonância com nenhum dos harmônicos da atividade, as acelerações devido ao caminhar e a pulos também foram reduzidas. Cabe destacar que essa massa se refere ao mobiliário, divisórias e forros na estrutura, de forma que o engenheiro deve analisar cuidadosamente a massa atuante

na estrutura para verificação do comportamento dinâmico, visto que a ação variável de projeto raramente é igual à massa existente na utilização da estrutura.

Quanto ao amortecimento, notou-se que teve uma influência significativa para os casos de ressonância, pois seu aumento ocasionou uma redução em torno de 30% da aceleração máxima. Já nos outros casos, fora da ressonância, observou-se que significativas mudanças no amortecimento praticamente não influenciaram o nível de aceleração.

Nesse estudo, verificou-se que as lajes nervuradas e duplo T apresentaram as maiores acelerações, tanto para o caminhar quanto para pular. Quando usadas em residências, com diversas alvenarias, divisórias, forros, o amortecimento e a massa do sistema aumentam e podem eliminar as vibrações excessivas. Além disso, nos estudos de caso notou-se que a laje nervurada apresentou amortecimento maior que as demais lajes, reduzindo o nível de vibração dessa tipologia de laje. Os projetistas devem estar atentos ao comportamento dinâmico das lajes nervuradas e duplo T quando forem utilizá-las em edifícios com baixo amortecimento, especialmente para uso com atividades de correr/pular.

Ao analisar as acelerações na análise paramétrica, percebeu-se que diversas lajes submetidas ao caminhar ultrapassaram o limite de conforto estabelecido pela ISO 10137 (ISO, 2007), inclusive lajes com frequência natural de 9,0 Hz. As lajes submetidas a pulos apresentaram apenas três casos nos quais a vibração ultrapassou o limite normativo. Esses três casos possuem frequência natural em torno de 7,0 Hz.

É importante destacar que a utilização da recomendação da ISO 10137 envolve a decisão do multiplicador da curva base que será adotado, que varia de acordo com o uso da estrutura e tipo de vibração (contínua ou intermitente). No entanto, esses multiplicadores possuem intervalos de valores extremamente amplos, variando de 2 até 128 (Tabela 5). A determinação do multiplicador adequado para cada estrutura é complexa e exerce grande influência para determinar a aceitabilidade da estrutura quanto às vibrações excessivas.

Ao comparar o limite de conforto da ISO 10137 com o de Bachmann, percebeu-se que a consideração da ISO para aceitação da vibração em escritórios foi praticamente equivalente ao limite de “somente perceptível” de Bachmann. No caso de ambientes amplos sujeitos a vibração intermitente (que foi utilizado para avaliar a laje sujeita a pulos), o limite da ISO seria equivalente ao nível “perturbador/desconfortável” de Bachmann.

A fim de avaliar o comportamento dinâmico das lajes, pode-se avaliar a frequência fundamental da laje e compará-la com os limites da ABNT NBR 6118:2014. Caso seja maior que a frequência crítica, deve-se avaliar a possível ressonância com algum harmônico da atividade principal para a qual a estrutura é projetada e comparar a aceleração obtida com os limites da ISO ou de Bachmann, a fim de conhecer o nível de percepção da vibração. Lembrando que a frequência natural da laje deve ser calculada com diversas situações de massa adicional, pois seu efeito foi relevante na frequência natural.

Após esse estudo, pode-se recomendar os seguintes procedimentos para análise do comportamento dinâmico das lajes:

- a) Definir o uso principal da estrutura e o nível de amortecimento;
- b) Analisar com realismo a massa adicional que estará presente na estrutura para incluir no modelo numérico;
- c) Fazer o modelo numérico da laje, conforme explicado nos itens anteriores, para analisar as frequências naturais e modos de vibração;
- d) Incluir carregamento com série de Fourier na posição mais crítica da laje e variar a frequência da atividade (dentro das frequências de excitação de cada atividade) para verificar possíveis ressonâncias com a estrutura;
- e) Analisar variações de massa adicional e refazer o carregamento com a série de Fourier;
- f) Obter a aceleração ponderada r.m.s. no ponto mais crítico da laje;
- g) Comparar com os níveis da ISO 10137 (ISO, 2007) ou de Bachmann (nesse caso, utilizar a aceleração de pico, sem ponderadores ou médias).

Caso a aceleração obtida esteja acima dos valores de percepção da literatura, deve-se verificar possíveis alterações a serem feitas na estrutura ou alvenarias que podem ser consideradas no modelo numérico. As alterações que mais afetaram o comportamento dinâmico foram:

- a) Vão livre e largura da laje;
- b) Massa no sistema (pois altera a frequência fundamental e pode reduzir as acelerações máximas);

- c) Aumentar o amortecimento do sistema por meio de amortecedores ou elementos não estruturais;

6 Sugestões para estudos futuros

O conforto das lajes com relação às vibrações depende de diversos fatores e ainda necessita de mais estudos para melhorar a compreensão do tema. Alguns tópicos que podem ser sugeridos para estudo são:

- a) Desenvolvimento de critério probabilístico para análise das lajes, considerando tanto a variação da frequência da atividade quanto da massa adicional;
- b) Busca de relação entre a massa do sistema e a aceleração da laje para atividades;
- c) Aprofundamento no estudo das frequências mínimas exigidas pela ABNT NBR 6118:2014 (ABNT, 2014);
- d) Estudo de soluções para melhorar o comportamento dinâmico das lajes tanto em fase de projeto quanto em estruturas existentes;
- e) Estudo experimental do nível de amortecimento de pavimentos para diversos usos, a fim de embasar a escolha do amortecimento para análise numérica;
- f) Estudos com modelos biodinâmicos (sistema de massa, mola, amortecedor) para considerar as propriedades dinâmicas do corpo humano como parte do sistema da laje.

Referências

ABDELJABER, Osama *et al.* A novel video-vibration monitoring system for walking pattern identification on floors. **Advances in Engineering Software** n. July, p. 102710 , 2019. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.advengsoft.2019.102710>>.

ABNT. **NBR 6118 - Projeto de estruturas de concreto - Procedimento**. Rio de Janeiro: Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2014. 221 p. .

ABNT. **NBR 14861 Laje pré-fabricada - Painel alveolar de concreto protendido - Requisitos**. Rio de Janeiro: Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2011. 42 p. .

ACI. **Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-11)**. Farmington Hills: American Concrete Institute, 2011. 509 p. .

BACHMANN, Hugo *et al.* **Vibration Problems in Structures: Practical Guidelines**. [S.l.]: Birkhauser, 1997. 229 p. Disponível em: <http://books.google.com.br/books?id=GW-y0MUgU_4C>. 9783764351489.

CAPRANI, Colin C.; AHMADI, Ehsan. Formulation of human–structure interaction system models for vertical vibration. **Journal of Sound and Vibration** v. 377, p. 346–367 , 2016. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.jsv.2016.05.015>>.

CARRAZEDO, Ricardo *et al.* Mechanical characterization of concrete by impact acoustics tests. **Journal of Materials in Civil Engineering** v. 30, n. 4 , 2018.

CHEN, Yohchia. Finite element analysis for walking vibration problems for composite precast building floors using ADINA: modeling , simulation , and comparison. **Computers & Structures** v. 72, p. 109–126 , 1999.

CLOUGH, Ray W.; PENZIEN, Joseph. **Dynamics of Structures**. Singapore: McGraw-Hill Book Co, 1975. 634 p. .

CPCI. **Structural Floor & Roof Systems - Precast/Prestressed Concrete**. Ottawa: Canadian Precast/Prestressed Concrete Institute, 2013. .

CS TR43. **Post-tensioned Concrete Floors - Design Handbook**. Technical ed. [S.l.]: Concrete

Society, 1994. 162 p. .

DEVIN, A.; FANNING, P. J.; PAVIC, A. Modelling effect of non-structural partitions on floor modal properties. **Engineering Structures** v. 91, p. 58–69 , 2015. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.engstruct.2015.02.021>>.

DÍAZ, J. *et al.* A computer code for finite element analysis and design of post-tensioned voided slab bridge decks with orthotropic behaviour. **Advances in Engineering Software** v. 41, n. 7–8, p. 987–999 , 2010.

DIÓGENES, Hidelbrando J F. **Hidelbrando José Farkat Diógenes Análise Tipológica de Elementos e Sistemas Construtivos Pré-moldados de Concreto do Ponto de Vista de Sensibilidade a Vibrações em Serviço**. Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo, 2010. 248 p.

DOS SANTOS, Mario Esmeraldo; LEITE, Eduardo César Cordeiro. Análise dos efeitos dinâmicos introduzidos por atividades humanas em lajes nervuradas unidirecionais de concreto. **Revista Tecnologia** v. 39, n. 1, p. 1 , 2018.

EBADI, Mohammad Mehdi; DOUDAK, Ghasan; SMITH, Ian. Evaluation of floor vibration caused by human walking in a large glulam beam and deck floor. **Engineering Structures** v. 196, n. June, p. 109349 , 2019. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2019.109349>>.

EHLAND, Andreas. Vibrations of precast and partially prestressed floor systems under moving loads. n. March , 2009.

EL DEBS, Mounir Khalil. **Concreto pré-moldado: fundamentos e aplicações**. 2^a ed. São Paulo: Oficina de Textos, 2017. .978-85-7975-279-7.

EL DEBS, Mounir Khalil. **Concreto Pré-Moldado: Fundamentos e Aplicações**. São Carlos: EESC USP Projeto REENGE, 2000. 441 p. .

ELLIOT, S. Kim. **Precast Concrete Structures**. Woburn: Butterworth-Heinemann, 2002. 375 p. .0 7506 5084 2.

ELLIOTT, K. **Precast Concrete Structures**. [S.l.]: Taylor & Francis, 2002. Disponível em: <<http://books.google.com.br/books?id=cOq73lRgm8MC>>. .9780750650847.

EWINS, DJ. Basics and state-of-the-art of modal testing. **Sadhana** v. 25, n. June, p. 207–220 , 2000.

FIB. **Planning and Design Handbook on Precast Building Structures**. [S.l.]: The International Federation for Structural Concrete, 2014. 313 p. .978-2-88394-114-4.

FRIEHE, Mirko; HEINEMEYER, Christoph; FELDMANN, Markus. Design of highly sensitive floors for human induced vibrations. **Procedia Engineering** v. 199, p. 2796–2801 , 2017.

GASPAR, Cássio *et al.* Biodynamic modelling of human rhythmic activities. **Procedia Engineering** v. 199, p. 2802–2807 , 2017.

ISO. **Evaluation of human exposure to whole-body vibration -- Part 2: Continuous and shock-induced vibrations in buildings (1 to 80 Hz)**. [S.l.]: International Standardization Organization, 1989 .

ISO. **ISO 10137 - Bases for design of structures - Serviceability of buildings and walkways against vibrations**. [S.l.]: International Standardization Organization, 2007. 50 p. 10137 v.

ISO. **ISO 2631-1: Mechanical vibration and shock - Evaluation of human exposure to whole body vibration. Part 1 - General requirements**. [S.l.]: International Standardization Organization, 1997. 39 p.

ISO. **Mechanical Vibration and Shock - Evaluation of Human Exposure to Whole Body Vibration - Part 2: vibration in buildings (1 Hz to 80 Hz). ISO 2631-2**. Geneva, Switzerland: International Standardization Organization, 2003. 17 p.

JOHANSSON, Pia. **Vibration of Hollow Core Concrete Elements Induced by Walking**. Lunds Universitet, 2009.

LIU, Fangzhou *et al.* Experimental and Numerical Dynamic Analyses of Hollow Core Concrete Floors. **Structures** v. 12, n. September, p. 286–297 , 2017.

LIU, Fangzhou; BATTINI, Jean Marc; PACOSTE, Costin. Assessment of Hollow-Core Concrete Floors Against Human-Induced Vibration. **Structural Engineering International** , 2020.

LIU, Fangzhou; BATTINI, Jean Marc; PACOSTE, Costin. Experimental and Numerical Analyses of Single Pedestrian Walking on a Hollow Core Concrete Floor. **International Journal of Civil Engineering** v. 17, n. 7, p. 1201–1209 , 2019.

LIU, Fangzhou; BATTINI, Jean Marc; PACOSTE, Costin. Finite-shell-element models for the dynamic analysis of hollow-core concrete floor. **Magazine of Concrete Research** v. 71, n. 10, p. 519–532 , 2018.

LÓPEZ GAYARRE, F. *et al.* Use of recycled mixed aggregates in floor blocks manufacturing. **Journal of Cleaner Production** v. 167 , 2018.

MARCOS, Lara Kawai. **Sensibilidade a vibrações de pavimentos com lajes alveolares**. Universidade de São Paulo, São Carlos, 2015.

MARTÍNEZ, Javier Fernández *et al.* Jumping load models applied on a gymnasium floor. **Engineering Structures** v. 125, p. 26–38 , 2016.

MEHTA, P. Kuhmar; MONTEIRO, Paulo J. M. **Concrete - Microstructure, Properties and Materials**. 3. ed. [S.l.]: McGraw-Hill Professional, 2005. 659 p. .

MELLO, Antonio Vicente de Almeida *et al.* Estudo do conforto humano em pisos mistos (aço-concreto). **REM: R. Esc. Minas** v. 60, n. 2, p. 409–418 , 2007.

MILIČEVIĆ, Ivana; BJEGOVIĆ, Dubravka; SIDDIQUE, Rafat. Experimental research of concrete floor blocks with crushed bricks and tiles aggregate. **Construction and Building Materials** v. 94, p. 775–783 , 2015.

MURRAY, Thomas M. Acceptability criterion for occupant-induced floor vibrations. **Engineering Journal, AISC** v. 18, n. 2 , 1981.

MURRAY, Thomas M; ALLEN, David E; UNGAR, Eric E. **Steel Design Guide Series 11 - Floor Vibrations Floor Vibrations Due to Human Activity**. [S.l.]: American Institute of Steel Construction, 1997. 71 p. .

PAVIC, A.; MISKOVIĆ, Z.; ŽIVANOVIĆ, S. Modal properties of beam-and-block pre-cast floors. **IES Journal Part A: Civil and Structural Engineering** v. 1, n. 3, p. 171–185 , 2008.

PAVIC, A; REYNOLDS, P. Vibration serviceability of long-span concrete building floors. Part

1: Review of background information. **Shock and Vibration Digest** v. 34, n. 3, p. 191–211 , 2002.

PAVIC, Aleksandar *et al.* Dynamic modelling of post-tensioned concrete floors using finite element analysis. **Finite Elements in Analysis and Design** v. 37, p. 305–323 , 2001.

PAVIC, Aleksandar; REYNOLDS, Paul. Vibration serviceability of long-span concrete building floors. Part 2: Review of mathematical modelling approaches. **Shock and Vibration Digest** v. 34, p. 279–297 , 2002.

PCI. **PCI Design Handbook**. 7th Editio ed. [S.l.]: Precast/Prestressed Concrete Institute, 2010. 736 p. .0937040711.

PETRUCELLI, Natalia Savietto; CARVALHO, Roberto Chust. O uso de continuidade em pavimentos com lajes alveolares protendidas. 2010, [S.l.: s.n.], 2010. p.1–15.

RAINIERI, Carlo; FABBROCINO, Giovanni. **Operational Modal Analysis of Civil Engineering Structures**. New York, NY: Springer New York, 2014. 322 p.

RIBAS, Carlos; CLADERA, Antoni. Experimental study on shear strength of beam-and-block floors. **Engineering Structures** v. 57, p. 428–442 , 2013.

SAIDI, Ibrahim *et al.* Floor vibrations due to human excitation-damping perspective. **Earthquake Engineering in Australia** n. November, p. 257–264 , 2006.

SHAHABPOOR, E. *et al.* Effect of group walking traffic on dynamic properties of pedestrian structures. **Journal of Sound and Vibration** v. 387, p. 207–225 , 2017.

SHAHABPOOR, Erfan; PAVIC, Aleksandar; RACIC, Vitomir. Structural vibration serviceability: New design framework featuring human-structure interaction. **Engineering Structures** v. 136, p. 295–311 , 2017.

SICA, G. *et al.* Design of measurement methodology for the evaluation of human exposure to vibration in residential environments. **Science of the Total Environment** v. 482–483, n. 1, p. 461–471 , 2014.

SMITH, Andrew L.; HICKS, S. J.; DEVINE, P. J. **Design of Floors for Vibration : A New Approach**. [S.l.]: The Steel Construction Institute, 2009. .

VAN NIMMEN, K. *et al.* The impact of vertical human-structure interaction on the response of footbridges to pedestrian excitation. **Journal of Sound and Vibration** v. 402, p. 104–121 , 2017.

VENUTI, Fiammetta; RACIC, Vitomir; CORBETTA, Alessandro. Modelling framework for dynamic interaction between multiple pedestrians and vertical vibrations of footbridges. **Journal of Sound and Vibration** v. 379, p. 245–263 , 2016.

WHITTLE, Nathan *et al.* Development of a social survey for the study of vibration annoyance in residential environments: Good practice guidance. **Applied Acoustics** v. 87, p. 83–93 , 2015.

WILLFORD, M R; YOUNG, P. **A Design Guide for Footfall Induced Vibration of Structures**. [S.l: s.n.], 2006. 44 v.

WONG-MCSWEENEY, D. *et al.* Human annoyance, acceptability and concern as responses to vibration from the construction of Light Rapid Transit lines in residential environments. **Science of the Total Environment** v. 568, p. 1308–1314 , 2016. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.scitotenv.2016.01.121>>.0048-9697.

ŽIVANOVIC, Stana; PAVIC, Aleksandar. Probabilistic Modeling of Walking Excitation. **Journal of Constructional Steel Research** v. 23, n. 3, p. 132–143 , 2009.0887-3828.

Apêndice A - Análise do modelo numérico da laje alveolar

A laje alveolar apresenta geometria com diversos alvéolos ao longo do comprimento da laje e uma capa de concreto moldada in-loco, unindo as lajes adjacentes. Dessa forma, foi necessário realizar uma análise sobre o modelo numérico ideal para representar seu comportamento ortotrópico. O modelo numérico deve, idealmente, possuir baixo custo computacional, ser simples para implementar, além de obter resultados consistentes. A fim de avaliar a aderência dos parâmetros de lâmina para representação da laje alveolar, as frequências naturais de lajes alveolares h20 com diferentes proporções foram comparadas:

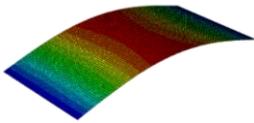
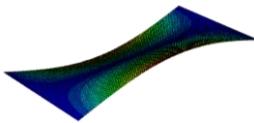
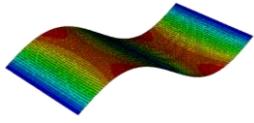
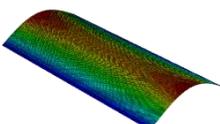
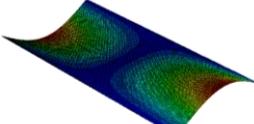
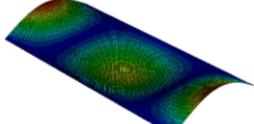
- **Caso A:** laje alveolar com 5m de largura, vencendo vão livre de 10 m
- **Caso B:** laje alveolar com 20m de largura, vencendo vão livre de 10 m

Os dois casos foram simulados com três modelos numéricos diferentes:

- Sólido;
- Casca com material ortotrópico (lâmina) - através das formulações apresentadas no item **2.5.2.6 (a)**;
- Casca com material isotrópico.

Em todos os casos, as lajes foram consideradas simplesmente apoiadas. As frequências naturais obtidas são mostradas na Tabela 48. Também é mostrada, entre parênteses, a diferença do modelo de casca para o modelo sólido.

Tabela 48 - Comparação das frequências naturais para modelos diferentes de lajes alveolares para duas relações de vão/largura

	F₁ [Hz]	F₂ [Hz]	F₃ [Hz]
Caso A (sem capa)			
Elemento sólido	4,36	10,92	17,38
Casca ortotrópica -	4,36 (0%)	10,7 (2,01%)	17,43 (0,29%)
Casca isotrópica	4,46 (2%)	13,89 (27%)	17,91 (3%)
Caso B (sem capa)			
Elemento sólido	4,37	4,82	6,71
Casca ortotrópica	4,38 (0,23%)	5,00 (3,73%)	6,96 (3,73%)
Casca isotrópica	4,5 (3%)	5,44 (13%)	8,92 (33%)

Fonte: elaborado pela autora

Nota-se que o modelo com material isotrópico conseguiu representar com pequeno erro a primeira frequência natural. No entanto, para os demais modos, o erro obtido foi grande (de 13 a 33%).

O modelo com material ortotrópico de lâmina apresentou erro máximo de 4% para a laje de 20x10m (caso B) e de 2% para o caso A. Assim, percebe-se que os parâmetros calculados pelo procedimento proposto conseguiram representar com maior precisão o comportamento dinâmico da laje alveolar. Dessa forma, as lajes da análise paramétrica foram modeladas como elementos de casca com material ortotrópico (lâmina), com propriedades calculadas conforme apresentado no item **2.5.2.6 (a)**.