

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE ESTRUTURAS**

**DANILO PEREIRA DOS SANTOS**

**CONTRIBUIÇÕES NUMÉRICAS À INVESTIGAÇÃO DE ELEMENTOS DE  
CONCRETO POR MEIO DE ENSAIOS ULTRASSÔNICOS: TOMOGRAFIA,  
CARACTERIZAÇÃO E ACUSTOELASTICIDADE**

**SÃO CARLOS**

**2022**



DANILO PEREIRA DOS SANTOS

**CONTRIBUIÇÕES NUMÉRICAS À INVESTIGAÇÃO DE ELEMENTOS DE  
CONCRETO POR MEIO DE ENSAIOS ULTRASSÔNICOS: TOMOGRAFIA,  
CARACTERIZAÇÃO E ACUSTOELASTICIDADE**

VERSÃO CORRIGIDA

A versão original encontra-se na Escola de Engenharia de São Carlos

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação  
em Engenharia Civil (Engenharia de Estruturas)  
da Escola de Engenharia de São Carlos da  
Universidade de São para obtenção do título de  
Doutor em Ciências.

Área de Concentração: Estruturas

Orientador: Prof. Associado Vladimir G. Haach.

SÃO CARLOS

2022



AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Prof. Dr. Sérgio Rodrigues Fontes da EESC/USP com os dados inseridos pelo autor.

S194c Santos, Danilo Pereira dos  
Contribuições numéricas à investigação de elementos de concreto por meio de ensaios ultrassônicos: tomografia, caracterização e acustoelasticidade / Danilo Pereira dos Santos; orientador Vladimir Guilherme Haach. São Carlos, 2022.

Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (Engenharia de Estruturas) e Área de Concentração em Estruturas -- Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2022.

1. Ultrassom. 2. Acustoelasticidade. 3. Tomografia. 4. Concreto. I. Título.



## FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **DANILO PEREIRA DOS SANTOS**.

Titulo da tese: "Contribuições numéricas à investigação de elementos de concreto por meio de ensaios ultrassônicos: tomografia, caracterização e acustoelasticidade".

Data da defesa: 09/05/2022.

<b>Comissão Julgadora</b>	<b>Resultado</b>
Prof. Associado <b>Vladimir Guilherme Haach (Orientador)</b> (Escola de Engenharia de São Carlos – EESC/USP)	<u>APROVADO</u>
Prof. Dr. <b>Roberto Caldas de Andrade Pinto</b> (Universidade Federal de Santa Catarina/UFSC)	<u>APROVADO</u>
Prof. Titular <b>José Tadeu Balbo</b> (Escola Politécnica/EP-USP)	<u>APROVADO</u>
Profa. Associada <b>Maíra Martins da Silva</b> (Escola de Engenharia de São Carlos – EESC/USP)	<u>APROVADO</u>
Prof. Associado <b>Edson Denner Leonel</b> (Escola de Engenharia de São Carlos – EESC/USP)	<u>APROVADO</u>
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (Engenharia de Estruturas): Prof. Associado <b>Vladimir Guilherme Haach</b>	
Presidente da Comissão de Pós-Graduação: Prof. Titular <b>Murilo Araujo Romero</b>	



## AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por ter inundado a criação com seus atributos, de modo que toda ela é uma manifestação da sua glória. Também o agradeço, pois, em sua infinita misericórdia, nos permite conhecê-lo na figura do seu filho Jesus Cristo.

Este é o agradecimento primeiro, sem o qual os outros não viriam: o **compromisso**, a **amizade** e o **amor**.

Agradeço a minha mãe, D. Julia, pelo **amor**, pela dedicação e pelas orações que, por certo, tem me sustentado.

Pela **amizade**, expresso os meus agradecimentos aos companheiros que tem tornado esta curta jornada ainda mais proveitosa.

Por fim, agradeço ao Prof. Vladimir G. Haach pelo **compromisso** para conosco, seus alunos, e para com o desenvolvimento científico, tão fundamental à sociedade com a qual desejamos colaborar.

Ainda neste compromisso, também estendo os agradecimentos às instituições de ensino que participaram da minha formação e ao CNPq que, por meio do processo 140886/2020-6, contribuiu para o andamento desta pesquisa.



*"O Senhor conhece os pensamentos dos sábios e  
sabe como são fúteis".*

*Portanto, ninguém se glorie em homens; porque  
todas as coisas são de vocês, (...), seja o mundo, a  
vida, a morte, o presente ou o futuro; tudo é de  
vocês, e vocês são de Cristo, e Cristo, de Deus.*

*(1 Coríntios 3:20-23)*



## RESUMO

SANTOS, D. P. **Contribuições numéricas à investigação de elementos de concreto por meio de ensaios ultrassônicos: tomografia, caracterização e acustoelasticidade**. 2022. 165 p. Tese (Doutorado em Ciências - Engenharia Civil (Engenharia de Estruturas)) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2022.

Há uma extensa bibliografia dedicada à aplicação do ultrassom pulsado na investigação de estruturas, muito embora as aplicações ainda se mostrem tímidas na indústria da construção civil. Os ensaios fundamentados nestas aplicações apresentam grandes vantagens como a sua reprodutibilidade e diversidade de aplicações. No conjunto dos métodos desenvolvidos destaca-se a técnica de *Ultrasonic Pulse Velocity* (UPV) com grande profusão de aplicações na identificação de danificação e estimativa de parâmetros elásticos de espécimes ou estruturas em concreto. Contudo, algumas frentes de desenvolvimento ainda carecem de novos esforços, pois, muito embora o UPV esteja em evidência, o seu emprego para a caracterização de traços *in situ* ainda é insipiente. Além disso, a técnica comumente empregada nos exames tomográficos demanda um elevado número de medições, o que dificulta a sua popularização. Outro ponto que tem demandado constantes investigações diz respeito à influência dos níveis de tensão no comportamento do pulso propagado. Tais pontos suscitam que novas aplicações sejam desenvolvidas, tanto como aplicações experimentais, quanto como estratégias numéricas de simulação e investigação. Desta forma, este trabalho propõe novas abordagens numéricas para a geração de tomografia, caracterização do concreto e avaliação do efeito acustoelástico. No tocante à geração de tomografias, a metodologia proposta se mostrou eficiente na geração das imagens e com potencial de reduzir substancialmente o número de medições para sua construção. A técnica de UPV também recebeu um novo tratamento por meio da associação às redes neurais artificiais para a estimativa do teor de agregados graúdos em espécimes de concreto. Por fim, uma abordagem para a simulação numérica do efeito acustoelástico foi proposta por meio da aplicação do método dos elementos finitos baseado em posições. Esta tese traz, portanto, contribuições numéricas aos ensaios ultrassônicos em elementos de concreto, se atendo a três aplicações: a tomografia, a caracterização e a acustoelasticidade.

Palavras-chave: ultrassom; acustoelasticidade; tomografia; concreto.



## ABSTRACT

SANTOS, D. P. **Numerical contributions to the investigation of concrete elements through ultrasonic tests: tomography, characterization, and acoustoelasticity.** 2022. 165 p. Thesis (PhD. in Civil Engineering (Structural Engineering)) – São Carlos School of Engineering, University of São Paulo, São Carlos, 2022.

There is an extensive bibliography dedicated to applying pulsed ultrasound in the investigation of structures. The tests based on these applications have significant advantages, such as their reproducibility and diversity of applications. Among the developed methods, the Ultrasonic Pulse Velocity (UPV) stands out, with many applications in identifying damage and estimating elastic parameters of concrete specimens. However, some developments still need further effort, especially in their use to characterize concretes. In addition, the technique commonly used in tomographies requires a high number of measurements, which makes its popularization difficult. Another matter that has demanded constant investigations concerns the influence of stress levels on the behavior of the propagated waves. Such issues require that new experimental and numerical applications be developed. Thus, this thesis proposes new numerical approaches for the generation of tomography, concrete characterization, and evaluation of the acoustoelastic effect. Regarding the generation of tomography, the proposed methodology proved efficient in generating images and potentially reducing the number of measurements for its construction. The UPV technique also received a new approach through the association with artificial neural networks to estimate the content of coarse aggregates in concrete specimens. Finally, an approach for the numerical simulation of the acoustoelastic effect was proposed by applying the positional finite element approach. Therefore, this thesis brings numerical contributions to ultrasonic tests on concrete elements, focusing on three applications: tomography, characterization, and acoustoelasticity.

Keywords: ultrasound; acoustoelasticity; tomography; concrete.



## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>21</b>
1.1	JUSTIFICATIVA E CONTEXTUALIZAÇÃO .....	21
1.2	TÓPICOS DE APLICAÇÃO.....	24
1.2.1	Tomografia ultrassônica.....	24
1.2.2	Caracterização do concreto .....	26
1.2.3	Efeito acustoelástico .....	28
1.3	OBJETIVOS .....	30
1.4	ESTRUTURA DA TESE.....	31
<b>2</b>	<b>GERAÇÃO DE TOMOGRAFIA ULTRASSÔNICA A PARTIR DO ESPECTRO DE PROPAGAÇÃO NO DOMÍNIO DO TEMPO .....</b>	<b>33</b>
2.1	INTRODUÇÃO AO PROBLEMA.....	33
2.2	DESCRIÇÃO DA NOVA ABORDAGEM PARA GERAÇÃO DE TOMOGRAFIAS.....	39
2.3	APRESENTAÇÃO DOS EXEMPLOS DE APLICAÇÃO.....	44
2.3.1	Exemplos do Grupo A .....	45
2.3.2	Exemplos do Grupo B.....	46
2.4	RESULTADOS.....	47
2.4.1	Resultados dos exemplos do Grupo A .....	47
2.4.2	Resultados dos exemplos do Grupo B .....	52
2.5	CONCLUSÕES DO CAPÍTULO.....	56
<b>3</b>	<b>CARACTERIZAÇÃO: DETERMINAÇÃO DO CONTEÚDO DE AGREGADOS GRAÚDOS DE CORPOS DE PROVA DE CONCRETO POR PROPAGAÇÃO DE ONDAS .....</b>	<b>59</b>
3.1	INTRODUÇÃO AO PROBLEMA.....	60
3.2	METODOLOGIA PARA AVALIAÇÃO DO TEOR DE AGREGADOS GRAÚDOS POR MEIO DA ASSOCIAÇÃO UPV-ANN.....	63
3.2.1	Arquitetura das redes neurais.....	65
3.3	ESTIMATIVA DO ERRO ENTRE TRAJETÓRIAS RETILÍNEAS E NÃO RETILÍNEAS .....	72
3.4	RESULTADOS.....	73

3.4.1	ANN 1 (13 <i>paths</i> ): problema de classificação.....	73
3.4.2	ANN 2 (22 <i>paths</i> ): problema de classificação.....	75
3.4.3	ANN 3 (22 <i>paths</i> ): problema de regressão.....	76
3.4.4	Estimativa do erro entre trajetórias retilíneas e não retilíneas.....	79
3.5	CONCLUSÕES DO CAPÍTULO .....	81
<b>4</b>	<b>FORMULAÇÃO E SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO FENÔMENO ACUSTOELÁSTICO.....</b>	<b>83</b>
4.1	INTRODUÇÃO AO PROBLEMA .....	83
4.2	SOLUÇÃO DO PROBLEMA MECÂNICO .....	87
4.2.1	MODELO CONSTITUTIVO.....	87
4.2.2	FORMULAÇÃO GEOMETRICAMENTE NÃO LINEAR.....	92
4.3	SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO PULSO ULTRASSÔNICO .....	94
4.3.1	EQUILÍBRIO DINÂMICO E INTEGRAÇÃO TEMPORAL.....	94
4.3.2	DETERMINAÇÃO DA MALHA DE ELEMENTOS FINITOS .....	95
4.4	AVALIAÇÃO DA VARIAÇÃO DE VELOCIDADES .....	98
4.5	APLICAÇÃO DO MODELO DE DANO DE MAZARS (1984).....	99
4.5.2	AJUSTE DOS PARÂMETROS DE MAZARS (1984).....	103
4.6	COMPORTAMENTO UNIAXIAL DO CONCRETO COMPRIMIDO.....	104
4.7	RESULTADOS .....	106
4.7.1	CAPTURA DO EFEITO ACUSTOELÁSTICO.....	106
4.7.2	VARIAÇÃO DOS PARÂMETROS ELÁSTICOS DE TERCEIRA ORDEM....	109
4.7.3	VARIAÇÃO DA VELOCIDADE NA PRESENÇA DE DANIFICAÇÃO .....	111
4.7.4	SUPERPOSIÇÃO DAS CONSTANTES DE MURNAGHAN (1937) AO DANO DE MAZARS (1984) .....	114
4.7.5	SENSIBILIDADE NO CÁLCULO DO $\Delta V/V$ .....	116
4.8	CONCLUSÕES DO CAPÍTULO .....	118

	19
<b>5 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>119</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>125</b>
<b>APÊNDICE A.....</b>	<b>139</b>
<b>APÊNDICE B.....</b>	<b>145</b>
<b>APÊNDICE C.....</b>	<b>151</b>
<b>APÊNDICE D.....</b>	<b>157</b>
<b>APÊNDICE E.....</b>	<b>163</b>





# INTRODUÇÃO

---

Este trabalho se dedica ao desenvolvimento de novas estratégias numéricas para a aplicação de ultrassom pulsado na investigação de estruturas e materiais, em particular do concreto estrutural. Será apresentada uma nova estratégia para a construção de tomografias ultrassônicas, uma nova aplicação para a utilização da técnica de *Ultrasonic Pulse Velocity* na previsão do teor de agregados graúdos em espécimes de concreto e, por fim, uma abordagem alternativa para a simulação numérica do efeito acustoelástico.

## 1.1 JUSTIFICATIVA E CONTEXTUALIZAÇÃO

Conforme será desenvolvido ao longo deste trabalho, o interesse nas técnicas de investigação não destrutivas é crescente, tanto na aplicação cotidiana, quanto no desenvolvimento de novas ferramentas que possam ser introduzidas ao estado da prática. Uma das razões para este crescente interesse se refere ao custo de reabilitação estrutural. Como este aumenta significativamente com o tempo, o emprego de técnicas de avaliação de baixo custo e que possam ser realizadas de forma sazonal e sem danificação da edificação tem uma importância particular.

De acordo com o reproduzido por Pines e Aktan (2002), os EUA inspecionavam cerca de 600.000 pontes a cada dois anos e, seguindo os critérios da *Federal Highway Administration* mais de 40% delas haviam adquirido deficiências estruturais ou já não estavam em funcionamento. Em seu levantamento, Timerman (2015) estima que ao menos 3.351 Obras de Artes Especiais brasileiras estão em condições precárias ou mal estado de conservação. Tais dados apenas lançam luz sobre a pertinência do monitoramento continuado, algo que é de sobremaneira facilitado pela adoção de técnicas não destrutivas.

Desta forma, no contexto dos ensaios não destrutivos (*nondestructive testings*, NDT), esta pesquisa se dedica à aplicação de pulsos ultrassônicos para a avaliação da integridade de construções ou caracterização de materiais. Estas frentes de trabalho são vastas e possuem um número significativo de abordagens distintas, há estudos que investigam a resistência e a capacidade de deterioração da madeira em estruturas antigas (LIÑÁN et al., 2015), bem como o estudo para a conservação destas edificações ao avaliar a integridade de blocos e argamassas sem a danificação de afrescos (GARCÍA-DIEGO et al., 2012) ou simplesmente para aferir a deterioração não visível de espécimes de concreto (SHAH e RIBAKOV, 2010).

De fato, a habilidade dos testes com ultrassom na detecção de anomalias se destaca. Godinho et al. (2013) demonstraram numericamente a capacidade destes ensaios de detectar fissuras que não seriam conhecidas por meio de investigações visuais. Em espécimes moldados em laboratório, Shah et al. (2013) obtiveram êxito na identificação de defeitos tanto em escala micro como na macroescala. Por fim, estudos em campo também atingiram resultados satisfatórios, a exemplo do trabalho de Shokouhi et al. (2014) na avaliação da integridade de tabuleiros de pontes.

A aplicabilidade dos testes ultrassônicos na caracterização de materiais também é muito diversa, para que se tenha uma ideia, Dhekne et al. (2018) desenvolveram uma metodologia baseada na propagação de pulsos para distinguir diferentes líquidos dentro de um container, os experimentos foram realizados para 33 diferentes líquidos e, exemplificando a acurácia alcançada, foi possível distinguir a Coca-Cola® em suas versões com e sem açúcar (“*diet*”).

Para além das diversas aplicações, é importante ressaltar o esforço de pesquisadores na simulação numérica de processos degradativos e/ou de alternativas para a sua identificação. Oh et al. (2012), por exemplo, se dedicaram à simulação, via método dos elementos finitos, da propagação de pulsos ultrassônicos. Os autores investiram no tratamento das reflexões de borda favorecendo a construção de modelos com menor custo computacional e boa acurácia.

O objetivo do estudo foi fornecer subsídios às técnicas como pulso-eco, tomografia ultrassônica ou sísmica.

A técnica de RTM (*reverse time migration*), útil para a geração de imagens a partir da propagação de pulsos, recebeu valiosos melhoramentos com vistas à aplicação em elementos de concreto por meio do resultado de investigações numéricas e analíticas, conduzidas por Asadollahi e Khazanovich (2019). Este mesmo grupo de pesquisa também realizou desenvolvimentos que reduziram substancialmente o custo computacional da RTM nas aplicações de tomografia ultrassônica (ASADOLLAHI e KHAZANOVICH, 2018).

Os ensaios não destrutivos baseados em pulsos ultrassônicos também são aplicados para o estudo de concretos leves de alta porosidade, conhecidos como *lightweight cellular concrete* (LCC). Entretanto, a característica física, com alto grau de descontinuidades, modifica a trajetória e o comportamento das ondas diferidas. Identificando esta lacuna, Liu et al. (2021) realizaram modelos em elementos finitos responsáveis por reproduzir a geometria porosa deste concreto no intuito de avaliar o seu comportamento frente a propagação de ondas. O resultado de tal estudo permitiu que os autores estabelecessem relações entre a propagação do pulso e as características de porosidade do meio.

Em seu trabalho, Xu et al. (2021) desejavam analisar as microfissuras desenvolvidas no concreto ainda nas primeiras idades por meio de pulsos ultrassônicos. Entretanto, para que tais descontinuidades pudessem ser capturadas, a teoria linear de propagação de ondas foi abandonada em detrimento da modulação ultrassônica não linear. Para delimitar o número de variáveis e ter o domínio da localização da microfissura, modelos numéricos em elementos finitos foram construídos. Estes modelos foram os responsáveis por simular a propagação do pulso em um meio de fissuração conhecida. Os bons resultados obtidos com esse modelo permitiram ao grupo de pesquisa avançar em suas aplicações.

Niu et al. (2021) desejavam avaliar uma nova metodologia para a construção de tomografias por pulso ultrassônico, através da qual tanto as medidas de atenuação, quanto as de tempo de viagem pudessem ser usadas. Neste sentido, a aplicação de simulações numéricas foi essencial para a depuração da metodologia. Os autores empregaram o software Wave2000<sup>®</sup>, que resolve a equação de equilíbrio dinâmico por meio do método das diferenças finitas.

O desafio enfrentado por Nguyen e Modrak (2018) em suas aplicações disse respeito à identificação de defeitos em meios heterogêneos complexos. A proposta dos autores consistiu na avaliação do modelo em duas etapas. Na primeira, as ondas tratadas eram de baixa frequência, no intuito de produzir um mapeamento geral do meio, através da técnica de FWI

(*full-waveform inversion*). Na sequência o processo se repetia, entretanto, para ondas de alta frequência, procurando capturar os defeitos de menor dimensão por meio da técnica de RTM. Todas as análises da pesquisa foram validadas por meio da aplicação em modelos numéricos com vistas a demonstrar a eficiência da estratégia.

Portanto, em função das vastas aplicações dos pulsos ultrassônicos em ensaios não destrutivos, verifica-se um esforço da comunidade científica em aprofundar as estratégias de simulações numéricas, possibilitando novos desenvolvimentos e soluções, e é neste contexto que o presente trabalho se enquadra.

Assim, tendo sido identificadas frentes de aproveitamento ainda não totalmente exploradas, esta tese vem ao encontro destas aplicações no intuito de contribuir para a disseminação dos exames ultrassônicos em estruturas e materiais.

## **1.2 TÓPICOS DE APLICAÇÃO**

Conforme introduzido na contextualização do item 1.1, a aplicação de pulsos ultrassônicos na avaliação de estruturas e materiais é vasta e estende-se para além dos domínios da construção civil. Entretanto, no que diz respeito a este, já existe a ABNT NBR 8802:2019, que prescreve as diretrizes para a determinação da velocidade de propagação da onda ultrassônica em espécimes de concreto.

A referida norma técnica explicita os fatores que interferem no ensaio, estratégias de execução e possíveis aplicações para ele. Entretanto, verifica-se que o universo de aplicações apresentado pela norma ainda é restrito, o que corresponde ao estado da prática hoje identificado. Tal fato instiga o desenvolvimento de metodologias que, partindo do estudo do pulso ultrassônico, permitam diferentes aplicações.

Desta forma, esta tese se limitará a três tópicos de aplicação: a tomografia ultrassônica, a caracterização do concreto e o efeito acustoelástico. O fio condutor de todas estas é o uso do ultrassom pulsado para a geração de imagens, identificação da constituição do concreto e, por último, das variações no pulso quando o meio investigado está submetido a um campo de tensões.

### **1.2.1 Tomografia ultrassônica**

A tomografia computadorizada, em um contexto geral, já experimentou avanços significativos, em particular nas suas aplicações à medicina. Para que se tenha perspectiva, a

manipulação dos Raios-X rendeu um Prêmio Nobel no ano de 1901 ao engenheiro Wilhelm Röntgen. Tal descoberta conheceu as suas primeiras aplicações à medicina ainda neste mesmo século.

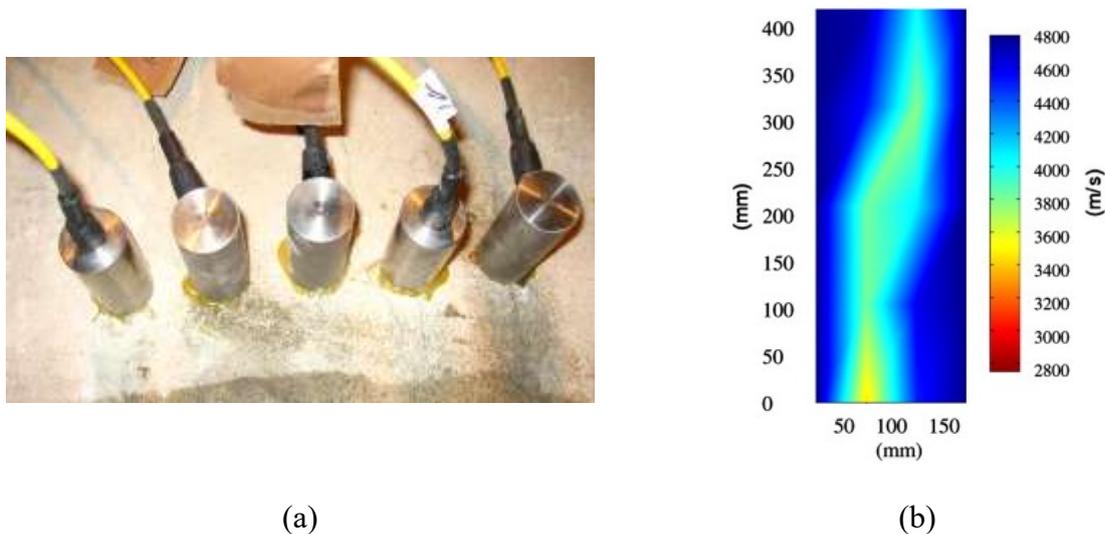
Entretanto, o paralelo dessas aplicações à construção civil só pode ser feito em sua forma e não em seu conteúdo, isto é, deseja-se conhecer o interior de um elemento estrutural, mas não com o emprego da tecnologia supracitada. Por este motivo, no que diz respeito à Engenharia Civil, a tomografia ultrassônica ganha destaque por possibilitar o uso de equipamentos portáteis, de menor custo e sem riscos ao seu operador.

Conforme será desenvolvido na seção 2.1, variações nas propriedades físicas e/ou mecânicas do material impactam na propagação de um pulso ultrassônico. Esta perturbação é o que permite a construção de uma imagem a partir de diferentes caminhos de medição. Tal prerrogativa é usual ao estado da prática, e esta tese também trará um método alternativo para a determinação destas tomografias. Em todo caso, o princípio é o mesmo, ou seja, as aplicações dependem de heterogeneidades no meio que serão captadas pela onda propagada.

Estas definições por si só já sugerem aplicações possíveis, uma vez que a observação de uma abrupta variação das propriedades de um elemento estrutural muitas vezes se confunde com a identificação de defeitos. Guiados por esta premissa, autores aplicaram o mapeamento por tomografia ultrassônica de elementos protendidos com vistas à identificação de falhas no preenchimento das bainhas de protensão, os resultados foram promissores e tal objetivo foi satisfatoriamente alcançado (MARTIN et al., 2001; MULDOON et al., 2007).

O caráter qualitativo dos resultados de uma tomografia também permite a avaliação de um elemento estrutural antes e após determinada intervenção corretiva. Neste sentido, Aggelis e Shiotani (2007) se utilizaram da geração de tomogramas antes e após a recuperação estrutural de uma viga de ponte por meio do preenchimento das fissuras com resina epóxi. O resultado da avaliação foi auspicioso, na medida em que a identificação do resultado da recuperação pôde ser feita de forma objetiva.

Figura 1.1 – Reprodução do ensaio conduzido por Aggelis e Shiotani (2007):  
 (a) disposição dos transdutores, (b) tomografia indicando fissura.



(a)

(b)

Fonte: extraído de Aggelis e Shiotani (2007)

Existe um número substantivo de trabalhos que realizam aplicações dessa mesma natureza, por exemplo, os ciclos de gelo e degelo podem acarretar danificações cuja profundidade pode ser avaliada por meio da geração de tomografias, conforme demonstrado por Molero et al. (2012). A avaliação da integridade estrutural de pilares submetidos a impacto também pode produzir resultados satisfatórios quando realizada por meio da geração de imagens tomográficas (FERRARO et al., 2013). Ou seja, independente da origem do dano, a tomografia ultrassônica se mostra como uma abordagem prodigiosa.

Conforme será apresentado no capítulo 2 desta tese, há um grande número de aplicações recentes, entretanto, a grande maioria delas se desenvolve sobre as informações do tempo de chegada do pulso ultrassônico. Portanto, o presente trabalho procura contribuir com uma alternativa à geração de tomografias com vistas à popularização deste método de ensaio não destrutivo.

### 1.2.2 Caracterização do concreto

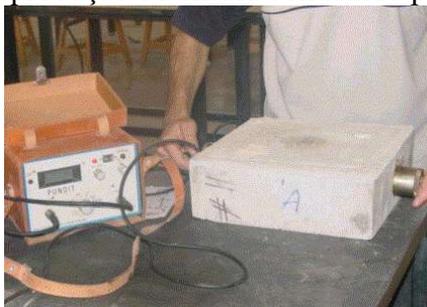
As tentativas de caracterizar elementos de concreto por meio de pulsos ultrassônicos não são recentes. Para que se localize historicamente, já em 1953, isto é, apenas um ano após a ascensão da rainha Elizabeth II ao trono inglês, W. E. Parker publicava o artigo intitulado “*Pulse velocity testing of concrete*”. Ou seja, desde o século passado, inúmeros trabalhos têm se dedicado à correlação entre as propriedades do concreto curado e o pulso ultrassônico com maior ou menor sucesso.

Como é possível supor, as primeiras tentativas buscaram correlacionar a propagação das ondas ultrassônicas à resistência de espécimes de concreto, a exemplo dos trabalhos de Kaplan (1959), Bungey (1980), Meneghetti (1999) e Grullón et al. (2004). Entretanto, a obtenção desta correlação não tem se mostrado trivial, na medida em que a grande variabilidade entre misturas e materiais constituintes dificulta o estabelecimento de uma relação de caráter geral.

Quando se discute os parâmetros que intervêm na propagação de um pulso ultrassônico, indiretamente também se está a tratar das suas potencialidades, uma vez que o estudo destes parâmetros poderá ser realizado de forma indireta, por meio das perturbações geradas ao pulso propagado. Conforme reportado por Shokouhi et al. (2010) a presença de fissuras conduz a uma redução na velocidade do pulso emitido, naturalmente essa redução está associada ao tamanho da fissura, distribuição e grau de saturação da amostra, e é por este motivo que os ensaios de UPV tem se destacado na análise da degradação de elementos estruturais, como apontado em Naffa et al. (2002) e Vu et al. (2020).

Como a presença de vazios interfere na velocidade do pulso é natural que a relação água/cimento ( $a/c$ ) também possa ser relacionada a ela, uma vez que esta relação está intimamente ligada à porosidade do concreto após o processo de cura. Esta relação foi estudada por Abo-Qudais (2005) e Zhang et al. (2015) que identificaram que o aumento da relação  $a/c$  favorece à redução da velocidade da propagação, como se poderia inferir.

Figura 1.2 – Reprodução do ensaio conduzido por Abo-Qudais (2005).



Fonte: extraído de Abo-Quadais (2005).

Como a porosidade é um fator interveniente, o grau de saturação destes poros também o é, uma vez que a velocidade de propagação no concreto seco difere daquela em meio saturado (FERREIRA, 2011). Já a temperatura, para faixas de 5 a 30° pode ter seu efeito descartado, entretanto, na medida que tal faixa é ultrapassada as variações se tornam apreciáveis (RILEM, 1972; MALHOTRA et al. 2004).

Finalmente, a presença, tipo e a quantidade de agregados graúdos em um espécime de concreto também alteram as propriedades de propagação do pulso ultrassônico. Este impacto

pode ser associado às zonas de transição entre agregado e argamassa, que se constituem como uma região de fragilidade propícia ao desenvolvimento de microfissuras. Para além disso, a presença dos agregados graúdos também intervém na velocidade do pulso, pois esta modifica as propriedades mecânicas do meio. Assim, a velocidade de propagação é incrementada, sobretudo quando na presença de agregados mais densos (MALHOTRA et al. 2004; FERREIRA, 2011).

Tal constatação abre espaço para a aplicação que será discutida no capítulo 3 desta tese. Conforme será apresentado no item 3.1, há inúmeros trabalhos que lançam mão das propriedades dielétricas dos materiais para a estimativa da constituição de uma mistura de concreto, entretanto, as aplicações com pulsos ultrassônicos ainda são incipientes. Desta forma, a proposta a ser apresentada, utiliza-se do fato de que a presença dos agregados graúdos em uma seção de concreto modifica as propriedades mecânicas do meio para propor uma estimativa do conteúdo de agregados graúdos ali existentes.

A viabilidade da metodologia proposta será demonstrada por meio de experimentos numéricos, explicitando as correções e limitações da análise.

### **1.2.3 Efeito acustoelástico**

As duas primeiras aplicações desta tese utilizam as informações do pulso ultrassônico desconsiderando eventuais perturbações introduzidas pela presença de tensões. Desta forma, para que se conclua o conjunto dessas análises se faz necessária uma investigação a respeito do que ocorre ao pulso propagado quando o elemento avaliado está submetido a cargas externas.

O efeito acustoelástico diz respeito à variação da velocidade do pulso ultrassônico quando o meio está sujeito a tensão. Entretanto, a variação da velocidade de uma onda propagada em um espécime de concreto não está apenas associada a este fenômeno, mas também ao processo de fissuração que se desenvolve com o acréscimo de cargas.

Conforme sintetizado por Metha e Monteiro (2008), o comportamento do concreto frente ao desenvolvimento das fissuras varia com o quão próximo se está da sua carga última ( $f_c$ ). Considerando que se está entre 30% e 50% desta resistência, as microfissuras se desenvolvem nas zonas de transição, entre 50% e 60% novas fissuras se formam e após os 75% tais fissuras já se proliferaram de tal modo que se tornam instáveis e a ruptura do espécime ocorrerá mesmo que não haja um novo incremento de cargas. Portanto, o estudo da

velocidade de um pulso ultrassônico em um espécime carregado é influenciado diretamente pela faixa do nível de carga em que se está, independente do efeito acustoelástico.

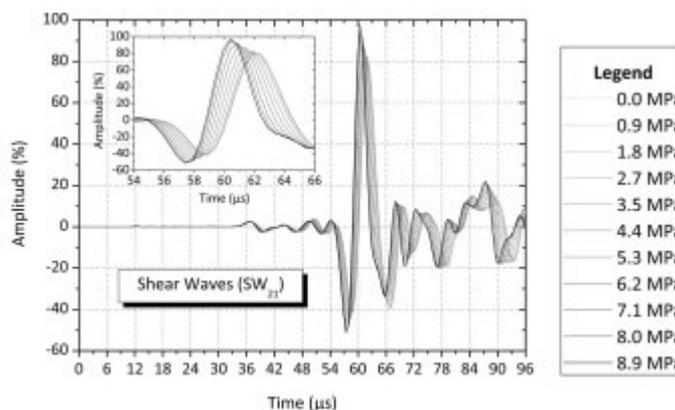
Como registrado por Hughes e Kelly (1953), o efeito acustoelástico também varia entre materiais, ou seja, para alguns a presença de tensão compressiva incrementa a velocidade do pulso (poliestireno) e para outros diminui (vidro borossilicato). No que diz respeito ao concreto, conforme registrado por Resende (2018), este efeito tende a aumentar a velocidade da onda, quando o espécime está em compressão.

Portanto, a fissuração inerente ao material estudado pode conduzir a um estado de maior complexidade, uma vez que a propagação das fissuras tem efeito contrário na velocidade o que pode encobrir o efeito acustoelástico. Neste sentido, Bompan e Haach (2018) também chamam a atenção para o fato de que o fechamento das fissuras preexistentes tem efeito favorável ao aumento de velocidade no início do carregamento. Portanto, os mesmos pesquisadores indicaram que a avaliação do fenômeno acustoelástico só pode ser realizada a contento após ciclos de carga e descarga, de modo a excluir da análise os efeitos que o surgimento de novas microfissuras tem sobre o resultado final.

Figura 1.3 – Reprodução dos ensaios realizados por Bompan e Haach (2018):  
(a) realização do ensaio, (b) variação no tempo de chegada dos pulsos propagados sob tensão.



(a)



(b)

Fonte: extraído de Bompan e Haach (2018).

Assim, em função da complexidade do estudo da variação da velocidade de pulsos ultrassônicos em elementos de concreto, as simulações numéricas se apresentam como uma ferramenta de valor, na medida em que permitem que determinadas variáveis sejam isoladas e estudadas em particular.

Dessa forma, o capítulo 4 desta tese traz uma alternativa para a modelagem numérica do fenômeno acustoelástico, encerrando as contribuições numéricas à avaliação de elementos em concreto por meio de pulsos ultrassônicos propostas nesta tese.

### 1.3 OBJETIVOS

Este trabalho tem por objetivo geral apresentar metodologias, e validá-las por meio de simulações numéricas, de modo a apoiar a frente de pesquisa da aplicação de ultrassom pulsado na investigação de estruturas e materiais.

Assim, todas as contribuições da tese pretendem ser um resultado das potencialidades do ensaio de ultrassom. A primeira dessas contribuições explorará toda resposta dinâmica do pulso propagado e as duas últimas se ocuparão da variação da velocidade do pulso, ainda que por diferentes perturbações (teor de agregados e presença de tensões, respectivamente).

Em vista disso, esta pesquisa deseja explorar diferentes informações contidas no espectro de propagação do pulso ultrassônico a partir de variadas ferramentas matemáticas e numéricas. Conseqüentemente, enquanto para uma das aplicações (capítulo 3) a técnica de *travel-time* será aplicada, para as demais (capítulos 2 e 4) a solução de um problema mecânico se fará necessária.

Portanto, dentro deste contexto, esta pesquisa espera alcançar três objetivos para as aplicações mais comuns aos atuais ensaios de ultrassom:

- i. Propor metodologia alternativa para construção de tomografias ultrassônicas.  
Deseja-se apresentar uma estratégia alternativa à geração tomográfica comumente adotada no estado da prática. Portanto, o objetivo é demonstrar que a estratégia proposta resulta em imagens de qualidade aceitável, entretanto requerendo um número consideravelmente menor de medições frente ao atualmente realizado.
- ii. Desenvolver estratégia que aplique o ultrassom na identificação de constituintes do concreto.

Como será demonstrado no capítulo reservado para este tópico, embora existam alternativas para a investigação da constituição do concreto *in situ*, a aplicação de pulsos ultrassônicos para este fim ainda é incipiente. Desta forma, deseja-se propor um método capaz de estimar o teor de agregados em um espécime em concreto a partir de sucessivos ensaios de UPV.

- iii. Implementar modelo numérico capaz de reproduzir e auxiliar na investigação do efeito acustoelástico.

O pulso ultrassônico é perturbado não apenas pela presença de heterogeneidades no meio, mas também pela atuação de um campo de tensões. Em virtude disso, o propósito desta frente de trabalho é a aplicação do modelo de material proposto por Murnaghan (1937) ao método dos elementos finitos em sua descrição posicional, desta forma o objetivo é obter uma alternativa para a investigação do efeito acustoelástico na presença da não linearidade do material e de eventuais não linearidades geométricas que possam se achar em uma dada aplicação de Engenharia.

Em resumo, para que o objetivo geral seja alcançado por meio da realização dos objetivos específicos, diferentes técnicas serão aplicadas.

Assim, espera-se que esta abordagem produza contribuições que se somem aos esforços de outros pesquisadores da área, objetivando a popularização de novas técnicas que explorem as potencialidades do ultrassom pulsado.

#### **1.4 ESTRUTURA DA TESE**

Este trabalho está apresentado em cinco capítulos, o primeiro deles é o responsável pela apresentação do problema a ser desenvolvido ao longo da tese. Os três capítulos seguintes correspondem às contribuições do trabalho, a saber:

- i. Capítulo 2 (Tomografia ultrassônica).
- ii. Capítulo 3 (Ultrassom na caracterização do concreto).
- iii. Capítulo 4 (Simulação numérica do efeito acustoelástico).

Estes três capítulos se iniciarão com uma introdução ao problema a partir da qual se fará menção a outros pesquisadores que têm contribuído na mesma frente de pesquisa. Nestas seções também será demonstrada a pertinência do tópico e o problema que se deseja resolver por meio da contribuição trazida pela tese.

Após a introdução ao problema, será detalhada a metodologia proposta de modo a permitir a reprodutibilidade das aplicações por outros pesquisadores. Todos os capítulos da tese trarão as simulações numéricas associadas a cada uma das aplicações, demonstrando seus resultados e as conclusões decorrentes deles.

Por fim, o último capítulo é o responsável por apontar um resumo das principais contribuições do trabalho e os apêndices complementam o texto com informações adicionais a respeito dos métodos numéricos empregados ao longo da tese.

# 2

## **GERAÇÃO DE TOMOGRAFIA ULTRASSÔNICA A PARTIR DO ESPECTRO DE PROPAGAÇÃO NO DOMÍNIO DO TEMPO**

---

A projeção de várias medidas de velocidade de pulsos ultrassônicos (UPV) é um dos procedimentos mais comuns para a geração de tomografias ultrassônicas. Entretanto, apenas o tempo de chegada ou a primeira amplitude da onda propagada é avaliada. Assim, este capítulo apresenta uma metodologia para a geração de tomografias ultrassônicas que se aproveitam de todo o espectro de propagação no domínio do tempo. Para atingir este objetivo estratégias de otimização não linear foram empregadas unindo algoritmos heurísticos e técnicas de programação padrão. A abordagem forneceu valores e imagens satisfatórias em todas as aplicações numéricas e mostrou que a análise do espectro de propagação completo reduz significativamente o número de medições necessárias para a geração de um tomograma, entretanto, mantendo a qualidade dos resultados.

### **2.1 INTRODUÇÃO AO PROBLEMA**

Os testes de pulso ultrassônico para avaliação das estruturas em concreto são de particular importância devido à sua característica não destrutiva. Em função disso, é possível

encontrá-lo em inúmeras aplicações, a exemplo da identificação de parâmetros mecânicos de concretos nas primeiras idades (PANESAR e CHIDIAC, 2007; TRTNIK et al., 2015, SHARMA e MUKHERJEE, 2015), determinação da relação água/cimento (KAPLAN, 1959; PHILIPPIDIS e AGGELIS, 2003; WANG et al., 2017), verificação da qualidade do preenchimento do concreto moldado (COLOMBERO et al., 2016; YOON et al., 2020), além das avaliações do nível de tensão em estruturas (LILLAMAND et al., 2010; STÄHLER et al., 2011; BOMPAN e HAACH, 2018; GONDIM e HAACH, 2021).

As propriedades elásticas dos materiais (e. g., módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson) podem ser estimadas por meio do teste denominado como *Ultrasonic Pulse Velocity* (UPV) a partir das equações da Teoria da Elasticidade. Assim, para as aplicações deste capítulo, o concreto é considerado como um material contínuo e homogêneo, elástico linear e isotrópico. Tais considerações permitem que as velocidades das ondas primárias (*p-waves*) e secundárias (*s-waves*) sejam relacionadas ao coeficiente de Lamé ( $\lambda$ ), módulo de elasticidade transversal ( $G$ ) e densidade ( $\rho$ ), conforme indicado nas Eq. (2.1) e (2.2), respectivamente.

$$c_p = \sqrt{\frac{\lambda + 2G}{\rho}} \quad (2.1)$$

$$c_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (2.2)$$

Diante disso, variações nas velocidades estão diretamente relacionadas a alterações na densidade e/ou nas propriedades elásticas do material. Esta conclusão é auspiciosa e tem ensejado um variado número de aplicações que correlacionam a variação destas velocidades (e, portanto, a variação das propriedades do meio) à presença de anomalias em elementos estruturais.

Nogueira e Willian (2001) realizaram experimentos em prismas de concreto sujeitos a testes de compressão uniaxial e tiveram sucesso ao estabelecer correlações entre a velocidade do pulso e o estado de danificação dos espécimes. Mori et al. (2019) ao aplicar a técnica EFIT (*Elastodynamic Finite Integration Technique*) foram capazes de reconstruir a posição dos danos por meio da propagação das *lamb waves*. Outros pesquisadores, como Yan et al. (2020) e Cantero-Chinchilla et al. (2021), aliaram a técnica de UPV a modelos estocásticos no intuito de identificar a provável localização dos defeitos.

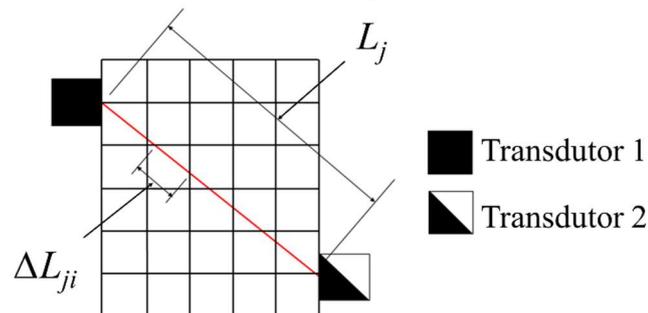
Finalmente, a técnica de UPV pode ser generalizada dando origem à construção de tomografias (FERRARO et al., 2013; MOMOKI et al., 2013; BEHNIA et al., 2014; CHOI et al., 2016; HAACH e RAMIREZ, 2016; PERLIN e PINTO, 2019; YOON et al., 2020; ZIELINSKA e RUCKA, 2020). A tomografia ultrassônica melhora consideravelmente o desempenho dos ensaios ultrassônicos convencionais, pois permite avaliar a uniformidade do material e a localização de vazios e danos em estruturas de concreto a partir da combinação de diversas medidas de UPV, e tudo isso, conforme a sua definição, representado sob a forma de uma imagem.

O contexto da pesquisa atual, como dito, se dedica ao concreto compreendido como material isotrópico e elástico linear, entretanto há outras aplicações envolvendo a avaliação de materiais como a madeira e a alvenaria, que enfrentam outros desafios, uma vez que a heterogeneidade e a anisotropia do meio influenciam nos resultados medidos (ZIELINSKA e RUCKA, 2018; PERLIN et al., 2019; CAMASSA et al., 2020; PALLARÉS et al., 2021).

Para que se evidencie a contribuição que esta pesquisa pretende dar à geração de tomografias ultrassônicas, é útil uma breve revisão a respeito do método mais popular ao estado da prática, ou seja, a técnica de TTT (*Travel Time Tomography*).

De acordo com a abordagem tradicional do TTT, diferentes medições de UPV devem ser feitas assumindo que os pulsos ultrassônicos viajam ao longo de trajetórias retilíneas de comprimento conhecido,  $L_j$ , onde  $j$  é o número do caminho que varia de 1 a  $n$ .

Figura 2.1 – Discretização da malha para medições na técnica TTT.



Fonte: autor.

O tomograma é criado a partir da divisão do contínuo em  $k$  elementos (ou regiões), gerando uma malha para a análise (Figura 2.1). O tempo de viagem do pulso ultrassônico em um caminho ( $T_j$ ) é igual à soma dos tempos de viagem em cada elemento da malha pertencente àquele caminho. Assim, o tempo de viagem do pulso no elemento  $i$  pode ser calculado a partir da velocidade de propagação da onda ( $V_i$ ) e do trecho da trajetória  $j$  que está contido no elemento  $i$  ( $\Delta L_{ji}$ ). A Eq. (2.3) descreve matematicamente o exposto.

$$T_j = \sum_{i=1}^k \frac{\Delta L_{ji}}{V_i} \quad j = 1, 2, 3 \dots n \quad (2.3)$$

Com o intuito de transformar a Eq. (2.3) em um sistema linear, a grandeza vagarosidade ( $P_i$ ) é definida como sendo o inverso da velocidade. Assim, define-se a Eq. (2.4) que também pode ser reescrita sob a forma da Eq. (2.5). Portanto, as distâncias ( $\Delta L_{ji}$ ) e os tempos de propagação ( $T_j$ ) são valores fisicamente medidos, enquanto a vagarosidade ( $P_i$ ) de cada elemento  $k$  da malha precisa ser determinado.

$$T_j = \sum_{i=1}^k \Delta L_{ji} P_i \quad (2.4)$$

$$\begin{Bmatrix} t_1 \\ \vdots \\ t_2 \\ \vdots \\ t_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta L_{11} & \Delta L_{12} & \dots & \Delta L_{1i} \\ \Delta L_{21} & \Delta L_{22} & \dots & \Delta L_{2i} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Delta L_{j1} & \Delta L_{j2} & \dots & \Delta L_{ji} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_1 \\ \vdots \\ p_2 \\ \vdots \\ p_i \end{Bmatrix} \quad (2.5)$$

A Eq. (2.4) usualmente recai em um sistema sobredeterminado, o que requer técnicas de solução como a *Algebraic Reconstruction Technique* (GORDON et al., 1970; BASU et al., 2021), a *Simultaneous Iterative Reconstructive Technique* (GILBERT et al., 1972; HAACH e RAMIREZ, 2016; PERLIN e PINTO, 2019) ou o *Ordinary Least Squares* (HAACH e JULIANI, 2014).

O procedimento descrito se aplica também para a geração de tomografias tridimensionais, como realizado por Choi et al. (2016). Ou seja, o problema matemático é semelhante ao da Eq. (2.4), entretanto, agora definido para as coordenadas  $x$ ,  $y$  e  $z$ , que descreverão as novas trajetórias  $\Delta L_{ji}$ .

Novos avanços já foram realizados sobre esta abordagem tradicional. Perlin e Pinto (2019) aplicaram as *Artificial Neural Network* com o intuito de atualizar as trajetórias, tornando-as agora não retilíneas, o que se aproxima do exame real, o resultado são imagens de maior qualidade, uma vez que um dos graus de incerteza foi reduzido. Zielinska e Rucka (2020) atingiram o mesmo objetivo, entretanto, ao aplicar o algoritmo de Dijkstra. O objetivo destas pesquisadoras era determinar regiões de má aderência entre o aço e o concreto, tal feito foi atingido em função do melhoramento das imagens promovido pela construção de uma tomografia a partir de trajetórias atualizadas (não retilíneas).

Outra melhoria, ou ao menos uma alternativa, em relação à técnica tradicional, é o emprego da atenuação do pulso ultrassônico ao invés do tempo de chegada, a essa técnica dá-se o nome de *AT method* (CHAI et al., 2011). Nesta metodologia, um sistema linear nos

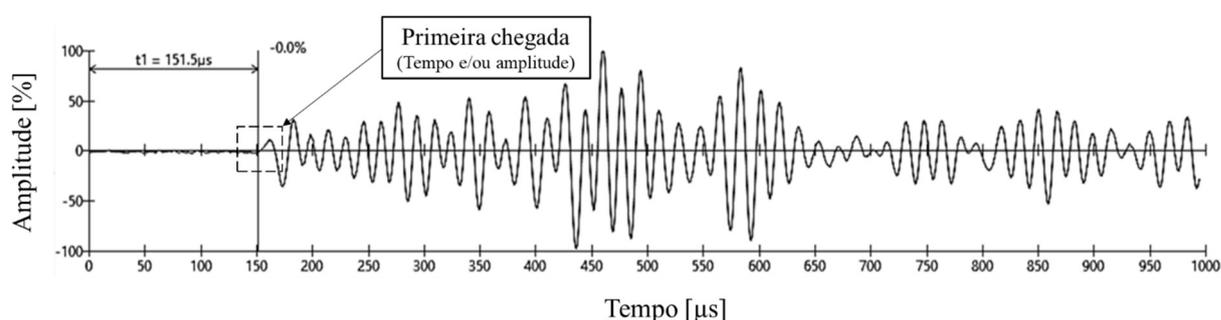
moldes da Eq. (2.4) é estabelecido, entretanto, ao invés de se trabalhar com tempos de propagação ( $T_j$ ) opta-se por estudar o fator de amplitude ( $f_i$ ) e ao invés de tratar de vagarozidades ( $P_i$ ) são estudados os coeficientes de atenuação ( $a_i$ ). Por fim, o fator de amplitude, Eq. (2.6), é uma função da amplitude da onda enviada ( $A_o$ ) e da amplitude da onda recebida ( $A_j$ ).

$$f_j = \ln\left(\frac{A_o}{A_j}\right) \quad (2.6)$$

Há também abordagens híbridas, a exemplo da proposta por Niu et al. (2021), na qual a TTT e o método AT se complementam para a geração da tomografia. De acordo com os autores, o tempo de chegada reproduz as propriedades elásticas do concreto, enquanto a atenuação captura suas características inelásticas. A informação superposta conduziu a resultados auspiciosos no tocante à qualidade da imagem.

Ambas as tomografias, de tempo de viagem e atenuação, requerem sucessivas medições, no primeiro caso deseja-se conhecer o tempo de chegada do pulso, no segundo deseja-se a primeira amplitude da forma de onda. Assim, nos dois métodos a resolução da imagem depende do tamanho da malha e do número de medidas. Por outro lado, o espectro no domínio do tempo de uma medição UPV fornece uma grande quantidade de dados, que é função da frequência de aquisição e do comprimento da janela de tempo. Por exemplo, uma janela de tempo de 1 ms fornece 2.000 pontos de informação se uma frequência de aquisição de 2 MHz for usada para a obtenção do espectro no domínio do tempo (Figura 2.2).

Figura 2.2 – Exemplo típico do resultado de um espectro no domínio do tempo de um ensaio de pulso ultrassônico.



Fonte: autor.

Deste modo, uma significativa quantidade de informação é descartada, assim, a utilização dessa informação é um espaço de pesquisa para o qual se pretende contribuir com os resultados da presente pesquisa.

Portanto, esta tese apresenta uma abordagem que faz uso de todo o espectro no domínio do tempo para a geração da tomografia resolvendo um problema inverso a partir de um modelo em elementos finitos. A solução de um problema inverso, no contexto deste trabalho, consiste em resolver um problema de otimização não linear, tal desafio suscita a apresentação de alguns métodos para sua solução.

Métodos que requerem cálculo de gradientes (métodos descendentes) podem ser uma alternativa, uma vez que há a possibilidade de determinação numérica de gradientes e/ou da matriz Hessiana. Neste caminho, um exemplo é o algoritmo L-BFGS-B (BYRD e NOCEDAL, 1995), que determina o inverso da matriz Hessiana a partir de um processo iterativo. Porém, como os gradientes representam informações locais sobre o problema, o excesso de máximos e mínimos locais (como se verá mais adiante neste capítulo) dificulta a convergência. Assim, se apresentam também como alternativa, os métodos de busca direta, como o método proposto por Powell (1964); no entanto, os métodos de pesquisa direta também podem ser enviados para mínimos locais por meio da minimização do tamanho do passo em uma direção de pesquisa arbitrária, tornando-os também dependentes do valor atribuído ao passo inicial.

Métodos heurísticos também podem ser adequados para resolver problemas inversos. O Algoritmo Genético (GA) (RECHENBERG, 1965; HOLLAND, 1975) e o algoritmo de Evolução Diferencial (DE) (STORN e PRICE, 1997), dependem apenas de avaliações de função objetivo e não requerem conhecimento do gradiente. Eles são baseados na teoria da evolução darwiniana e usam conceitos inspirados em mecanismos biológicos como reprodução, mutação, recombinação e seleção. A aplicação destas duas estratégias de solução tem se popularizado na área de aplicação a que se presta este trabalho e, portanto, algumas delas serão brevemente apresentadas.

Para identificar uma falha em um meio conhecido, Pastoriano et al. (2002) usaram um campo elétrico espalhado produzido por micro-ondas sobre uma estrutura dielétrica. Cada iteração forneceu valores de campos medidos e previstos, e a diferença entre eles levou a um problema de otimização resolvido por um algoritmo genético. Tanto a formulação quanto a apresentação dos resultados foram bidimensionais, possibilitando a construção de imagens e favorecendo novas aplicações da técnica para inspeção de materiais dielétricos de baixa densidade.

Grimes et al. (2018) também usaram GA em aplicações de NDT e propuseram um método que avalia constantes elásticas em espécimes prismáticos de materiais homogêneos e

não homogêneos usando ecos retroespalhados. Em direção à sua melhor estimativa, um modelo baseado na busca de correspondência e GA foi desenvolvido para extrair os parâmetros característicos do sinal ultrassônico. Os resultados foram favoráveis e indicaram o potencial de uso para investigações de materiais mais complexos, como concreto fresco.

O algoritmo de Evolução Diferencial também tem sido amplamente utilizado para avaliar a integridade de estruturas e materiais. Rao et al. (2012) investigaram a presença de danos em estruturas combinando a POD (*proper orthogonal decomposition*) com o algoritmo DE. Este trabalho indicou uma metodologia para estimar a severidade do dano e seus testes numéricos abriram espaço para futuras aplicações experimentais.

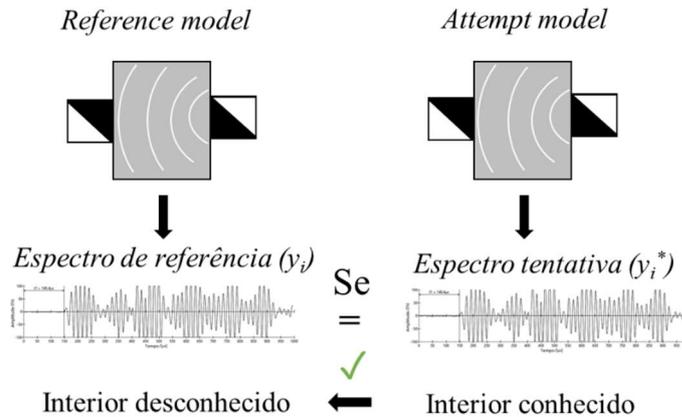
Vo-Duy et al. (2016) também aplicaram o DE para a detecção de danos em vigas e placas compostas laminadas. A abordagem envolveu duas etapas, a primeira em que um método modal de energia de deformação foi aplicado e a seguinte em que o DE quantifica o dano resolvendo um problema não linear. Os testes numéricos realizados indicaram robustez na abordagem.

Portanto, a aplicação deste capítulo se utilizou de uma abordagem de solução híbrida, integrando técnicas padrão de solução e algoritmos heurísticos com o intuito de fornecer uma alternativa à construção de tomografias a partir do espectro completo do pulso ultrassônico. Espera-se que tal abordagem reduza significativamente o número de medições necessárias para a construção de um tomograma. A metodologia e os resultados encontrados serão descritos ao longo deste capítulo.

## **2.2 DESCRIÇÃO DA NOVA ABORDAGEM PARA GERAÇÃO DE TOMOGRAFIAS**

O problema que se coloca é o da existência de um elemento estrutural, ou corpo de prova, cujo interior é desconhecido, porém deseja-se conhecê-lo, a este elemento será dado o nome de *reference model*. Em contraste, existirá um modelo sobre o qual todo o seu interior é conhecido, designado de *attempt model*. Em comum aos dois modelos tem-se o fato de que a resposta ao pulso ultrassônico pode ser colhida em ambos, de modo que o modelo de interior conhecido pode ser modificado até que a resposta dinâmica se aproxime à do *reference model*. Quando isso for alcançado, o elemento estrutural terá o seu interior revelado a menos de um erro que o separa do *attempt model*. A Figura 2.3 ilustra a ideia.

Figura 2.3 – Comparação entre o espectro no domínio do tempo dos *reference model* e *attempt model*.



Fonte: autor.

O *attempt model* é necessariamente numérico, pois se trata de uma idealização. O *reference model*, em análises práticas, será a estrutura ou parte dela, sobre a qual deseja-se saber do seu interior. Nesta pesquisa, os dois modelos serão construídos em elementos finitos, uma vez que o objetivo é a apresentação da metodologia desenvolvida.

Salienta-se que, uma vez determinado o *attempt model* cuja resposta dinâmica coincide com a resposta do *reference model* a menos de uma tolerância, uma tomografia é gerada por meio de um mapa de cores, construído a partir das suas constantes elásticas.

Portanto, o problema de otimização a ser resolvido corresponde à Eq. (2.7), onde MSE é o erro médio quadrático (*mean squared error*),  $y_m$  e  $y_m^*(E_i, \nu_i)$  são as respostas dinâmicas para o *reference* e o *attempt models*, respectivamente. O índice  $m$  diz respeito à frequência de aquisição do espectro de propagação, representando o número de pontos amostrados na janela de tempo. Salienta-se que este número deve ser de no mínimo o dobro dos períodos do pulso ultrassônico, obedecendo a frequência de Nyquist (DONDURUR, 2018). Como o *attempt model* é dividido em diferentes quadrantes,  $E_i$  e  $\nu_i$  representam o módulo de elasticidade e o coeficiente de Poisson do  $i$ -ésimo quadrante.

$$\begin{aligned} \text{Minimize MSE} &= \frac{1}{p} \sum_{m=1}^p \left( y_m^*(E_i, \nu_i) - y_m \right)^2 \\ \text{Sujeito a } E_{\text{inf}} &\leq E_i \leq E_{\text{sup}} \\ \nu_{\text{inf}} &\leq \nu_i \leq \nu_{\text{sup}} \end{aligned} \quad (2.7)$$

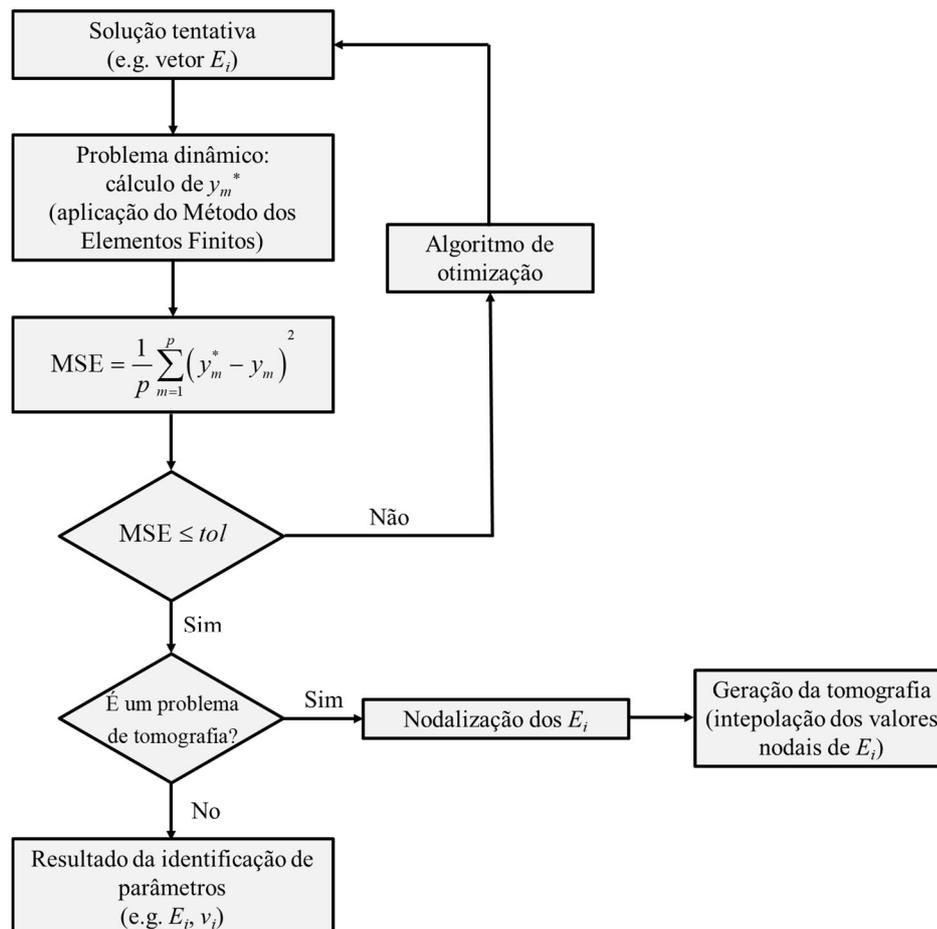
Como se verifica no enunciado da Eq. (2.7), trata-se de um problema de otimização com restrição. Sabe-se que o coeficiente de Poisson estará necessariamente compreendido

entre 0 e 0,5, e que há um valor limite estimado para o módulo de elasticidade do material que se está a avaliar.

A análise é inicializada com uma solução tentativa, ou seja, um vetor com as propriedades elásticas do *attempt model*. O problema dinâmico de propagação do pulso ultrassônico é resolvido por meio da técnica de elementos finitos, sendo possível obter as ordenadas do espectro do *attempt model*,  $y_m^*(E_i, v_i)$ . Desta forma, é possível calcular o MSE, que informará o quão distinto é o interior de cada um dos modelos, *attempt* e *reference models*. Se o valor especificado para o MSE for maior que uma definida tolerância, o algoritmo de otimização é iniciado.

A metodologia permite a construção de uma imagem (problema de tomografia) ou tão somente a determinação das propriedades do meio (identificação de parâmetros). O usuário pode escolher qual destas respostas se deseja para a análise. Tal procedimento é resumido no fluxograma da Figura 2.4.

Figura 2.4 – Fluxograma do problema de otimização.



Fonte: autor.

O processo de geração da tomografia a partir dos  $E_i$  encontrados é semelhante ao processo de discretização nodal dos deslocamentos (“nodalização”), comumente realizado após a solução de um problema em elementos finitos. Assim, após a nodalização dos módulos de elasticidade, um mapa de cores é gerado por meio da interpolação linear entre os valores nodais.

O problema dinâmico é definido pela Eq. (2.8), onde  $\mathbf{M}$  e  $\mathbf{K}$  representam as matrizes de massa e rigidez do meio contínuo avaliado, o vetor  $\vec{d}(t)$  denota os deslocamentos nodais e  $\vec{P}(t)$  é o vetor do pulso ultrassônico em cada instante  $t$  de tempo. Efeitos dissipativos foram negligenciados tanto no *reference* quanto no *attempt model*.

$$\mathbf{M}\ddot{\vec{d}}(t) + \mathbf{K}\vec{d}(t) = \vec{P}(t) \quad (2.8)$$

A integração no tempo foi realizada por meio do algoritmo de Newmark, adotando  $\gamma = 1/2$  e  $\beta = 1/4$  para assegurar uma aceleração média em cada passo de tempo (PAULTRE, 2010). Para a implementação do integrador, duas variáveis auxiliares foram determinadas, a pseudo-rigidez (Eq. (2.9)) e o pseudo-pulso (Eq. (2.10)).

$$\mathbf{K}_{pseud} = \mathbf{K} + \frac{4}{\Delta t^2} \mathbf{M} \quad (2.9)$$

$$\vec{P}_{pseud}(t) = \vec{P}(t) + \mathbf{M} \left( \ddot{\vec{d}}(t-1) + \frac{4}{\Delta t} \dot{\vec{d}}(t-1) + \frac{4}{\Delta t^2} \vec{d}(t-1) \right) \quad (2.10)$$

O passo de tempo,  $\Delta t$ , adotado para a integração temporal correspondeu à frequência de aquisição desejada para a análise, i.e., 0,5  $\mu\text{s}$  (2000 kHz) e a unidade utilizada para os deslocamentos foi o picômetro (1 pm =  $10^{-12}$  m), tais ajustes são importantes para evitar erros numéricos de truncamento. O elemento finito adotado foi o CST (*Constant Strain Triangle*), que possui três nós, com dois graus de liberdade por nó, e um ponto de integração.

Uma descrição mais detalhada do processo de solução do problema dinâmico pode ser consultada no Apêndice A.

Para o problema de otimização foi adotada uma estratégia híbrida, esta estratégia uniu algoritmos de programação padrão e algoritmos heurísticos. Assim, a aplicação do método de Powell ou L-BFGS-B foram precedidos pelos algoritmos de Evolução Diferencial ou Genético, conforme se verificará na seção de resultados. Deste modo, uma breve descrição destes métodos se julga adequada.

Algoritmos Genéticos são inspirados em processos de seleção natural, assim, conceitos genéticos como mutação, cruzamento e reprodução são numericamente representados. As variáveis de projeto de uma GA são organizadas em *strings* de números binários. O paralelo

pode ser traçado entre as *strings* e os cromossomos de indivíduos de uma população. Tais valores são gerados de forma randômica e cobrem a maior parte do domínio de soluções possíveis. A aptidão de cada indivíduo representa a minimização da função objetivo (Eq. (2.7)) e é determinante para que as características do indivíduo (pretensa solução) sejam passadas para as gerações seguintes.

A estratégia de cruzamento uniforme foi empregada nas análises desta pesquisa e a técnica de elitismo também foi aplicada com uma probabilidade de 1% sobre a população, já as probabilidades de mutação e cruzamento foram definidas em 10% e 50%, respectivamente. O tamanho da população inicial foi de 100 indivíduos. Assim, apenas dois parâmetros foram alterados ao longo das análises, a saber, o número máximo de iterações e o número máximo de iterações sem melhoramento. A implementação lançou mão da biblioteca *geneticalgorithm*<sup>®</sup>, disponível para aplicações em Python<sup>®</sup>.

As principais diferenças entre os algoritmos DE e GA dizem respeito ao formato da população e a forma como o processo evolucionário é implementado. Por exemplo, nenhuma operação de codificação é realizada para o *initial vector population* do algoritmo DE, diferentemente da GA, que trabalhará com as *strings* binárias. Por sua vez, as operações de mutações no algoritmo DE lança mão das operações de ponderação, nomeadas de *differential weight*, Eq. (2.11).

$$v_{i,G+1} = x_{r1,G} + F \cdot (x_{r2,G} - x_{r3,G}) \quad (2.11)$$

Nesta expressão  $x_{r2,G}$  e  $x_{r3,G}$  são soluções possíveis, ou indivíduos, representados por vetores escolhidos de forma randômica. O peso da ponderação (*differential weight*,  $F$ ) adotado foi 0,5, a heurística do método indica que seu valor teve permanecer entre 0 e 2. O vetor  $x_{r1,G}$  representa o indivíduo que obteve o maior sucesso em minimizar a função objetivo naquela geração.

A ponderação da Eq. (2.11), na verdade, pode ser formada por vários termos. Deste modo, o número de termos ótimo para cada problema deve ser determinado. Na presente pesquisa, apenas um termo ponderador foi adotado, visto que com ele foi possível obter resultados satisfatórios.

No algoritmo DE o processo de cruzamento é realizado entre o denominado *mutant vector* ( $v_{i,G+1}$ ) e o *target vector*, este último é escolhido de forma randômica no meio de toda população. A *crossover probability* (CR) define a probabilidade de que o *trial vector* receba um valor oriundo do *mutant* ou do *target vector*. O valor de CR adotado neste trabalho foi de 0,7 (seu valor deve estar compreendido entre 0 e 1).

Deste modo, todos os parâmetros para aplicação do DE estão discutidos. Verifica-se, portanto, a existência de quatro definições básicas: *differential weight* ( $F \in [0,2]$ ), *crossover probability* ( $CR \in [0,1]$ ), tamanho da população e o critério de convergência, este pode ser um número máximo de iterações ou um valor de tolerância.

Nos exemplos que se seguem foram adotados 14 indivíduos para as aplicações com DE, e o número de máximo de iterações variou entre os exemplos. A implementação lançou mão das ferramentas disponíveis na biblioteca *SciPy*<sup>®</sup>, própria para desenvolvimentos em *Python*<sup>®</sup>.

Informações adicionais a respeito dos métodos heurísticos e dos métodos de busca padrão utilizados poderão ser consultadas nos Apêndices B e C.

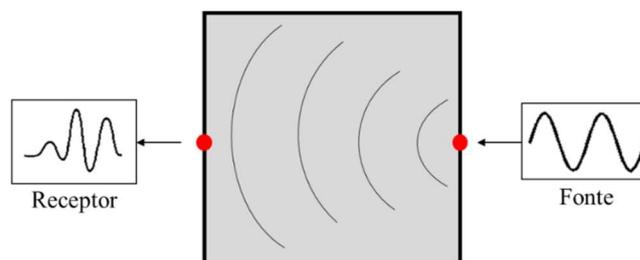
### 2.3 APRESENTAÇÃO DOS EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

Os exemplos de aplicação foram divididos em dois grupos. O primeiro, Grupo A, constitui-se de três exemplos destinados a aplicações práticas, já consagradas no meio técnico, tal conjunto se presta à discussão geral da metodologia, uma vez que a existência de poucas variáveis de projeto torna a construção de gráficos possível. O Grupo B, também composto de três exemplos, representa as aplicações mais complexas, alvo deste trabalho, ou seja, a construção de tomografias ultrassônicas.

Todos os modelos numéricos possuem uma geometria de 50 x 50 cm<sup>2</sup>, com uma densidade igual a 2400 kg/m<sup>3</sup>, possuindo uma espessura unitária.

O pulso foi modelado como um sinal periódico com frequência igual a 250 kHz, com vistas a simular um pulso ultrassônico, sendo a janela de tempo da análise igual a 0,10 ms. É importante o destaque de que em todas as análises apenas uma única medida foi necessária. A Figura 2.5 ilustra os experimentos numéricos realizados.

Figura 2.5 - Configuração de medição única (uma fonte e um ponto de recepção).



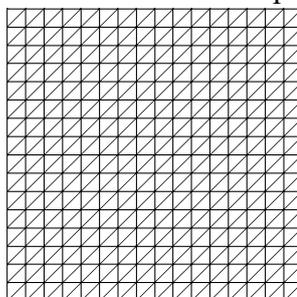
Fonte: autor.

Conforme discutido, o MSE (Eq. (2.7)) determina a diferença entre as respostas obtidas no *attempt* e *reference model*. Portanto, o processo de otimização objetiva encontrar as propriedades mecânicas do *attempt model* que coincidam com aquelas do *reference model* a menos de um erro aceitável. Os vetores iniciais para cada processo de solução foram escolhidos de forma randômica em todas as análises.

### 2.3.1 Exemplos do Grupo A

Três diferentes exemplos foram avaliados, a diferença entre eles disse respeito às variáveis de estudo. A malha de elementos finitos adotada está indicada na Figura 2.6 e foi construída com 512 elementos do tipo CST.

Figura 2.6 – Malha de elementos finitos adotada para os exemplos do Grupo A.



Fonte: autor.

O critério para a determinação das malhas empregadas nas aplicações deste capítulo levou em conta a reprodutibilidade dos sinais emitidos. Isto foi realizado no intuito de evitar perturbações adicionais nas comparações entre *attempt* e *reference model*.

No Exemplo 1, o objetivo foi a identificação do módulo de elasticidade ( $E$ ), que foi considerado único em todo o corpo de prova. Esta é uma aplicação clássica das análises com UPV, como pode ser consultado nos trabalhos de Petro e Kim (2012), Shariq et al. (2013), Benaicha (2015). Entretanto, a metodologia usual lança mão das Eq. (2.1) e (2.2), tal abordagem não faz parte da proposta deste trabalho, ao invés disso, a determinação do  $E$  virá por meio da análise inversa utilizando-se de todo o espectro de propagação, conforme discussão da seção 2.2.

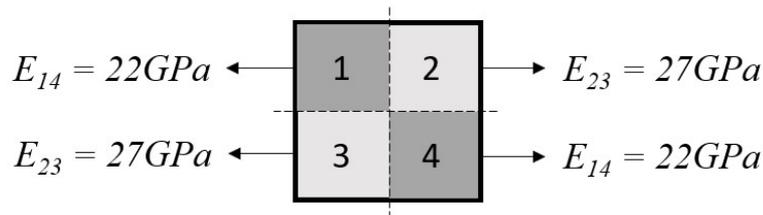
No Exemplo 1 o coeficiente de Poisson foi suposto conhecido (e igual a 0,2). Tal abordagem também é comum ao estado da prática, no qual os equipamentos de investigação permitem ao usuário arbitrar um valor para este coeficiente de modo que o  $E$  seja então estimado a partir do tempo de chegada do pulso ultrassônico. Para este Exemplo 1, o domínio de soluções possíveis foi delimitado entre 20 GPa e 30 GPa.

O Exemplo 2 representou uma generalização ao Exemplo 1, o que significa um avanço no que diz respeito ao usualmente realizado, ou seja, tanto o módulo de elasticidade, quanto o coeficiente de Poisson foram supostos desconhecidos. Desta forma, manteve-se o domínio de soluções do Exemplo 1 para o módulo de elasticidade e definiu-se que o domínio de soluções para o coeficiente de Poisson seria de 0,15 a 0,22.

A presença de heterogeneidades em um meio contínuo pode ser representada em uma análise numérica como uma variação localizada do módulo de elasticidade. Assim, para o Exemplo 3, a malha da Figura 2.6 foi dividida em quatro quadrantes com diferentes valores de  $E$ . O coeficiente de Poisson foi mantido constante e igual a 0,2.

Será considerado que dois dos quatro quadrantes apresentam danificação e dois permanecem íntegros, entretanto, para o modelo tentativa não se sabe qual deles a priori. O modelo de referência no qual o pulso ultrassônico foi inicialmente medido recebeu a configuração da Figura 2.7.

Figura 2.7 – Modelo de referência para o Exemplo 3.



Fonte: autor.

Portanto, espera-se que o algoritmo identifique, por meio de seus *attempt models*, os diferentes módulos de elasticidade para os quadrantes  $E_{14} = 22$  GPa e  $E_{23} = 27$  GPa. Ratifica-se que o conjunto de soluções possíveis esteve delimitado entre 20 GPa e 30 GPa.

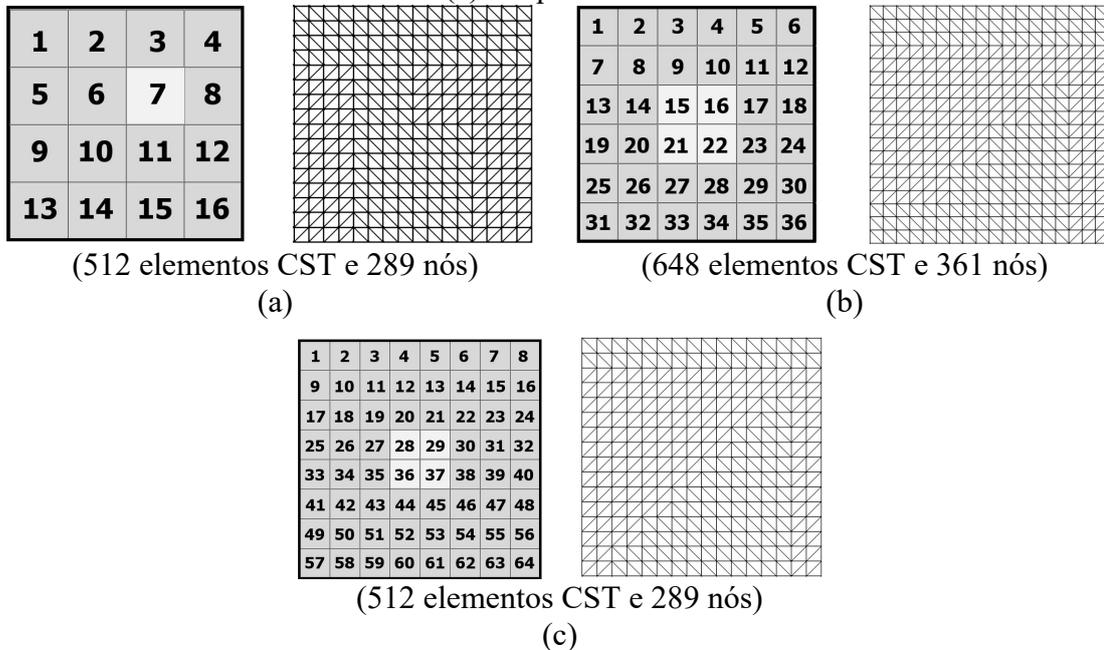
### 2.3.2 Exemplos do Grupo B

Este grupo de exemplos representa uma generalização da metodologia, podendo ser aplicado na geração de tomografias, como se verá nos resultados. Então, o Grupo B é formado de outros três modelos, estes tiveram o seu número de quadrantes aumentado o que possibilitará a construção de imagens com melhor a resolução.

O contínuo de  $50 \times 50$  cm<sup>2</sup> foi dividido em 16, 36 e 64 quadrantes (Fig. 8), e o módulo de elasticidade dos elementos finitos em todos os quadrantes dos modelos de referência foi de 27 GPa, exceto no quadrante destacado, cujos elementos tinham  $E = 10$  GPa, representando

uma heterogeneidade. O objetivo de todos os exemplos é a identificação de tal heterogeneidade por meio de uma tomografia.

Figura 2.8 – Divisão do contínuo em quadrantes acompanhado das suas respectivas malhas em elementos finitos para as aplicações do Grupo B: (a) 16 quadrantes, (b) 36 quadrantes, (c) 64 quadrantes.



Fonte: autor.

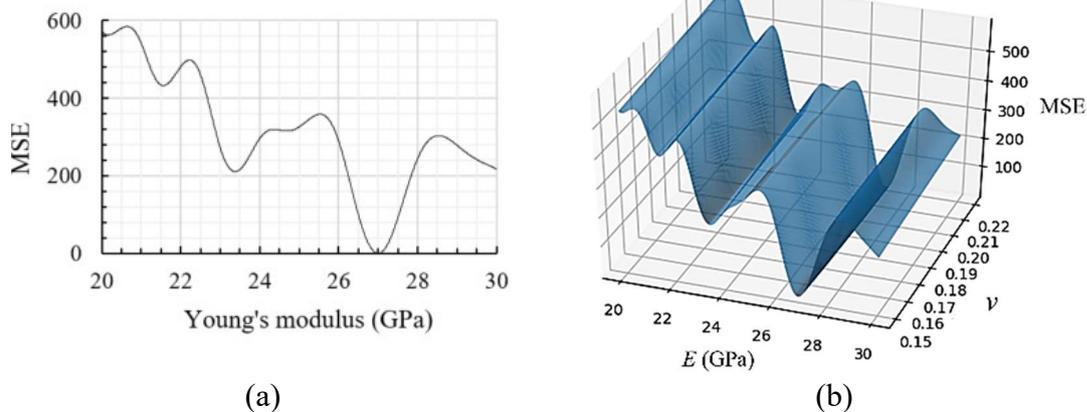
## 2.4 RESULTADOS

Em função do pequeno número de variáveis de projeto, os exemplos do Grupo A poderão ser explorados em todo o seu domínio de soluções, informações a respeito do processo de otimização também serão apresentados. Os exemplos do Grupo B serão explorados de outra maneira, uma vez que a eficiência do processo de otimização se apresenta de forma qualitativa através da visualização da imagem gerada, assim, a efetividade da metodologia ficará demonstrada por meio da comparação visual entre os *reference* e *attempt models*.

### 2.4.1 Resultados dos exemplos do Grupo A

Conforme adiantado, a simplicidade matemática deste primeiro conjunto de exemplos, permite que todo o seu domínio de soluções seja visualizado. Neste sentido, a Figura 2.9 apresenta o domínio de solução para os Exemplos 1 e 2.

Figura 2.9 – Domínios de solução: (a) Exemplo 1, (b) Exemplo 2.

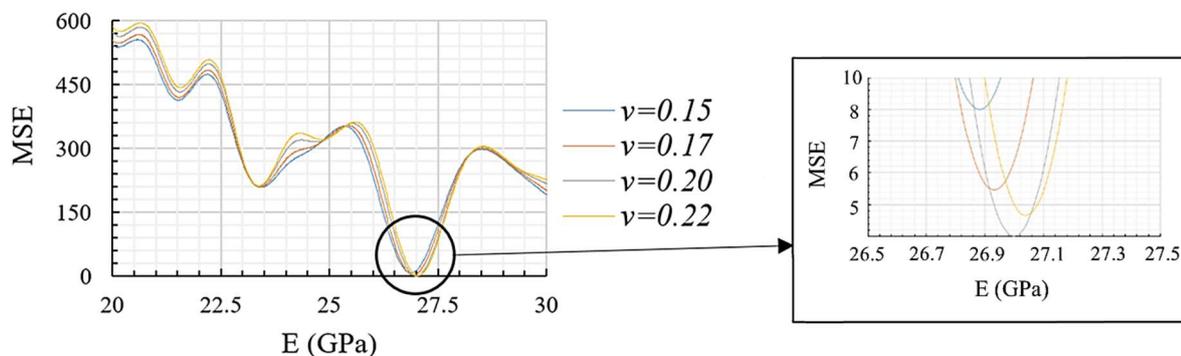


Fonte: autor.

Enquanto o Exemplo 1 possui um domínio de soluções possíveis unidimensional e sua solução matematicamente exata está no  $E = 27$  GPa, o Exemplo 2 compreende um domínio bidimensional de soluções, no qual o mínimo global corresponde ao ponto  $[E, \nu] = [27 \text{ GPa}, 0,2]$ .

É possível observar vários valores de mínimos locais na Figura 2.9a, levando a dificuldades para a aplicação de métodos de busca direta e justificando a aplicação da solução híbrida proposta neste trabalho. O Exemplo 2 ainda representa um desafio mais significativo para a solução numérica em comparação com o Exemplo 1, uma vez que a consideração do coeficiente de Poisson como uma variável aumentou o número de mínimos locais no domínio de soluções, principalmente na região próxima a  $E = 27$  GPa, como mostrado no detalhe da Figura 2.10.

Figura 2.10 – Detalhe da superposição dos mínimos locais do Exemplo 2 na região próxima de  $E = 27$  GPa.

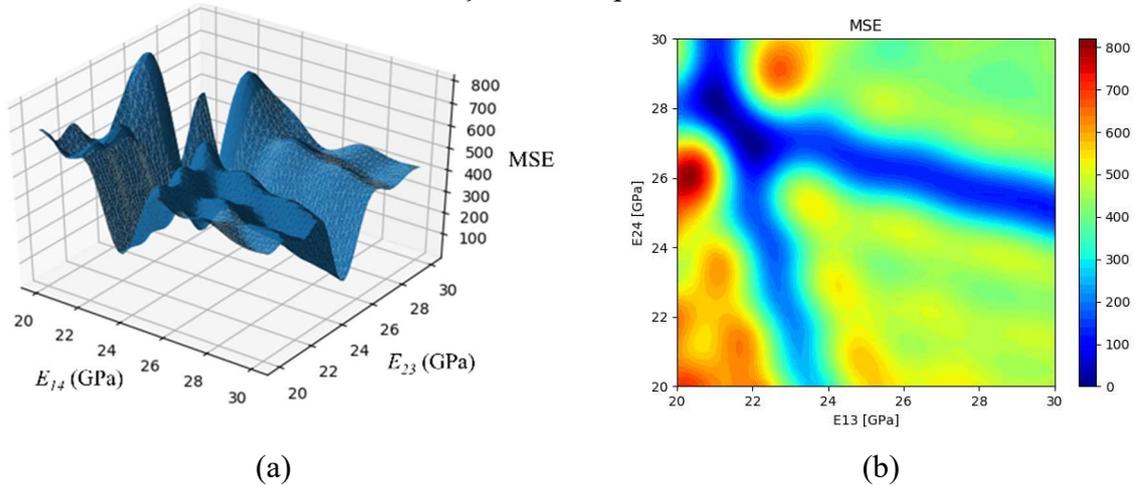


Fonte: autor.

Finalmente, o principal objetivo do Exemplo 3 é a avaliação da metodologia proposta para a determinação de diferentes módulos de elasticidade em um contínuo, tal avaliação é

uma condição necessária para que a aplicação na geração de tomografias seja bem-sucedida. O domínio de soluções para o Exemplo 3 também apresentou um elevado número de mínimos locais (Figura 2.11), o que contribui com a necessidade de aplicação de métodos numéricos que dispensem o uso de gradientes.

Figura 2.11 – Domínio de soluções do Exemplo 3: (a) superfície de soluções, (b) contorno de soluções em mapa de cores.



Fonte: autor.

Como esperado, o MSE mínimo ocorreu quando os  $E_{14}$  e  $E_{23}$  do *attempt model* atingiram 22 GPa e 27 GPa, respectivamente. O conjunto  $[E_{14}, E_{23}] = [22, 27]$  GPa pode ser identificado na Figura 2.11b em sua região mais escura, representando o mínimo global do problema.

A natureza randômica dos algoritmos de GA e DE contribuem para que o processo de busca pela solução não fique preso a mínimos locais da função objetivo (Eq. (2.7)). No tocante aos resultados, erros abaixo dos 2% foram encontrados na determinação dos módulos de elasticidade dos Exemplos 1, 2 e 3, conforme registrado na Tabela 2.1.

Tabela 2.1 -- Resultados para os Exemplos 1, 2 e 3.

Exemplo	Variável	Valor esperado	Valor predito			MSE		
			M1	M2	M3	M1	M2	M3
1	$E$	27,0	26,6600	26,9998	26,9998	63,77	0,000665	0,000665
2	$E$	27,0	26,7700	26,9997	26,9997	12,23	0,000663	0,000663
	$\nu$	0,20	0,1594	0,19997	0,19997			
3	$E_{14}$	22,0	21,9862	21,9998	21,9998	1,15	0,000796	0,000796
	$E_{23}$	27,0	27,0788	27,0003	27,0003			

M1 = GA, M2 = GA+Powell's, M3 = DE+L-BFGS-B

Apenas a aplicação dos algoritmos heurísticos já conduziu a uma resposta satisfatória em se tratando da busca pelo módulo de elasticidade. Porém, na determinação do coeficiente

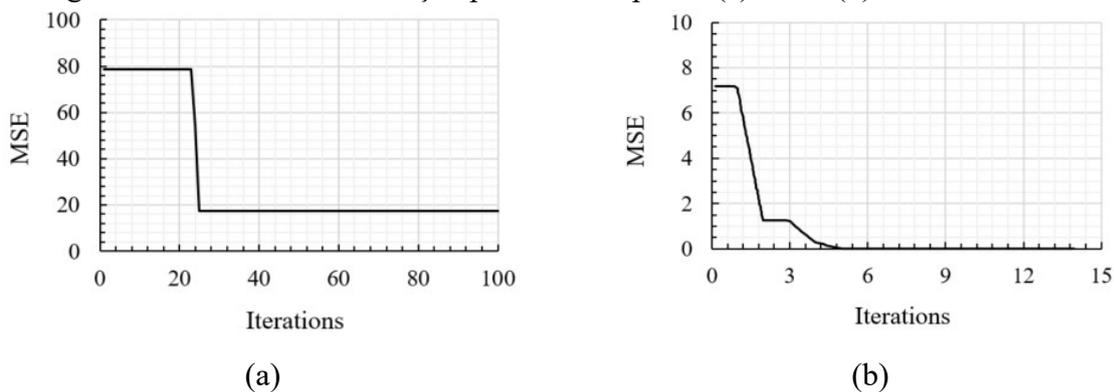
de Poisson, conforme realizado no Exemplo 2, a execução isolada do GA conduziu a um erro apreciável, estando próximo aos 20%.

Entretanto, para todos os casos, a resposta ótima foi obtida com facilidade quando a estratégia híbrida foi adotada, ou seja, a atuação conjunta do GA e DE com os algoritmos de Powell ou L-BFGS-B. No Exemplo 1 a combinação GA+Powell adicionou apenas 5,3% ao tempo total da análise, contudo, isto foi suficiente para que a resposta numericamente exata fosse obtida. Desempenho de mesma medida foi verificado nas demais combinações, conforme já apresentado na Tabela 2.1.

É possível visualizar o caminho da minimização da função objetivo. A Figura 2.12a, Figura 2.13a e Figura 2.14a mostram a evolução do GA, é possível notar que a partir de determinado ponto as iterações passam a não apresentar melhoramentos, tal fato demonstra a importância de se adicionar um critério que interrompa o processo após um dado número de iterações sem avanços. Este cuidado é capaz de reduzir sensivelmente o custo computacional da análise.

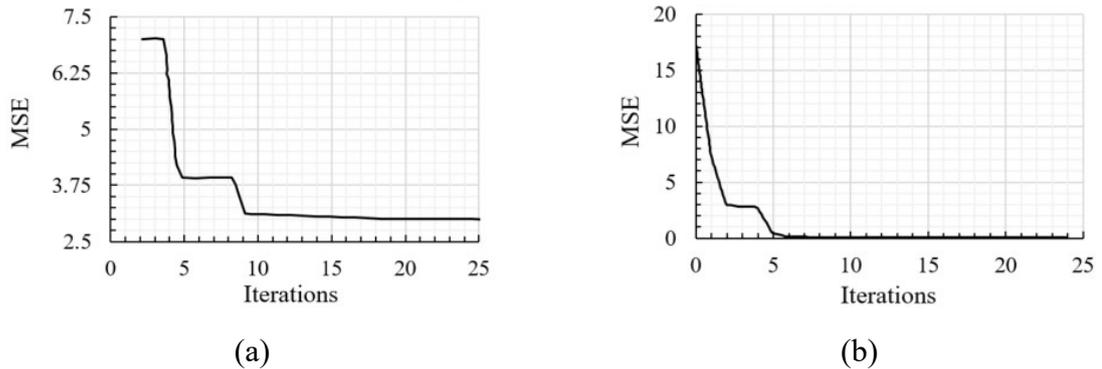
Obtida esta conclusão, as evoluções indicadas na Figura 2.12b, Figura 2.13b e Figura 2.14b aplicaram o algoritmo DE com a definição de um número máximo de iterações sem melhoramento. Em seguida, foi aplicado de um método de gradiente descendente de solução, neste caso o L-BFGS-B, a redução no número total de iterações pode ser verificada nessas imagens.

Figura 2.12 – Curva de evolução para o Exemplo 1: (a) GA e (b) DE+L-BFGS-B.



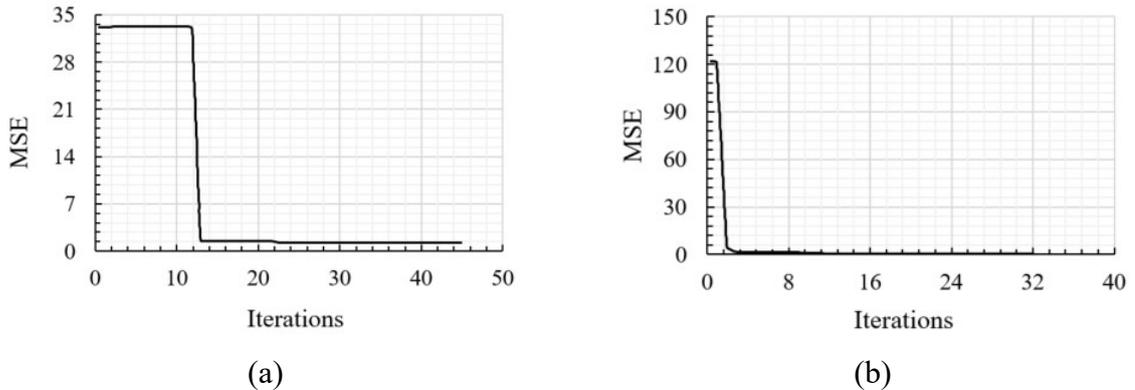
Fonte: autor.

Figura 2.13 - Curva de evolução para o Exemplo 2: (a) GA e (b) DE+L-BFGS-B.



Fonte: autor.

Figura 2.14 - Curva de evolução para o Exemplo 3: (a) GA e (b) DE+L-BFGS-B.



Fonte: autor.

É interessante notar que a aplicação isolada do GA já foi capaz de alcançar resultados de acurácia próxima às tradicionais técnicas de UPV. Contudo, quando a estratégia híbrida foi adotada (neste caso o DE+L-BFGS-B) a qualidade das respostas foi elevada à condição da exatidão numérica.

Conforme discutido, os valores para a inicialização do GA e DE são escolhidos de forma randômica. Tal característica pode suscitar a dúvida quanto a repetibilidade dos resultados alcançados. Para responder a esta questão, as análises com GA foram repetidas para cinco novas ocasiões, tendo os seus coeficientes de variação calculados. A Tabela 2.2 apresenta os resultados obtidos.

Tabela 2.2 – Coeficiente de variação (CV) calculado após cinco análises com GA

	Variáveis	CV
Exemplo 1	$E$	1.3%
Exemplo 2	$E$	0.3%
	$v$	6.0%
Exemplo 3	$E_{14}$	7.8%
	$E_{23}$	2.3%

Fonte: autor.

Os valores apresentados na Tabela 2.2 podem ser considerados de baixa variabilidade em aplicações práticas. Entretanto, é importante salientar que tais resultados são muito melhores quando na presença da abordagem híbrida. Assim, todas as soluções apresentadas na Tabela 2.2 foram submetidas à abordagem híbrida (i. e., GA+Powell e GA+L-BFGS-B) e a conclusão foi que, para todos os cenários, não houve variação na resposta final, ou seja,  $CV = 0\%$ . Portanto, uma vez que o algoritmo heurístico se aproxima do mínimo absoluto, os algoritmos de programação padrão conseguem alcançar a solução numericamente exata.

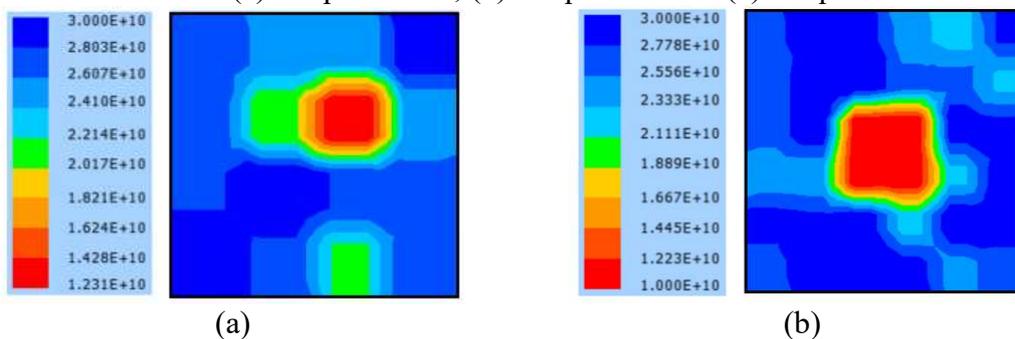
Assim, os três exemplos anteriores demonstraram a efetividade do GA e DE, seguidos de uma estratégia de programação não linear padrão, na solução dos problemas propostos. Deste modo, tendo obtido resultados positivos tanto com o método de Powell quanto com o L-BGFS-B, optou-se por aplicar este último aos problemas do Grupo B que serão reportados na sequência.

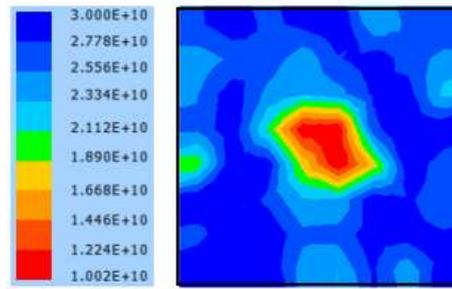
#### 2.4.2 Resultados dos exemplos do Grupo B

O aumento do número de quadrantes produz um modelo a partir do qual é possível identificar pequenas heterogeneidades imersas no meio contínuo, naturalmente isso também representa um aumento do número de variáveis e, como resultado disso, o custo computacional para solução do processo de otimização.

Os resultados obtidos por meio da aplicação da estratégia híbrida DE+L-BFGS-B para os modelos de 16, 36 e 64 quadrantes podem ser consultados na Figura 2.15.

Figura 2.15 – Tomografias geradas após a aplicação do DE+L-BFGS-B nos problemas de: (a) 16 quadrantes, (b) 36 quadrantes e (c) 64 quadrantes.





(c)

Fonte: autor.

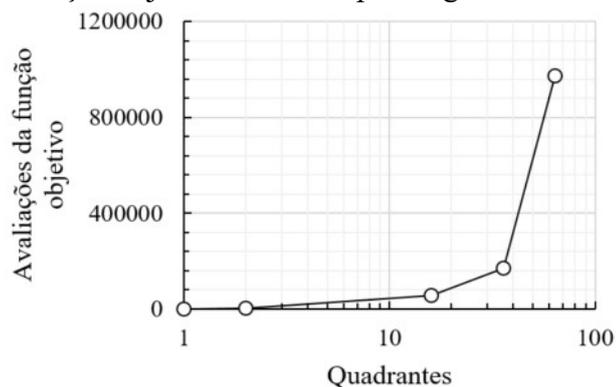
A região do modelo na qual o módulo de elasticidade foi reduzido para representação da heterogeneidade foi claramente identificada em todas as análises. Entretanto, conforme adiantado, o custo computacional aumenta exponencialmente com o incremento do número de variáveis de projeto, como pode ser visto nos dados da Tabela 2.3, que também reproduzidos na Figura 2.16.

Tabela 2.3 – Resultados do problema de otimização para a solução híbrida aplicando DE+L-BFGS-B.

	Número máximo de iterações com o algoritmo DE	Número de avaliações da função objetivo	MSE final (DE+L-BFGS-B)
16 quadrantes	200	57522	0.003644
36 quadrantes	300	170606	0.000429
64 quadrantes	1000	972140	0.000670

Fonte: autor.

Figura 2.16 – Relação entre o número de quadrantes e o número de avaliações da função objetivo realizado pelo algoritmo DE.



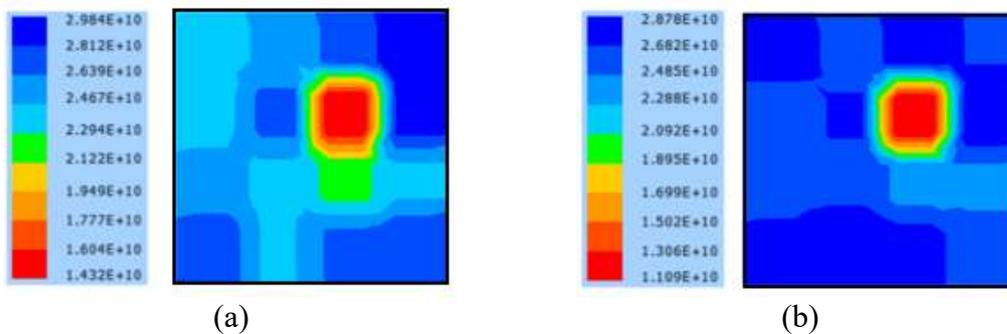
Fonte: autor.

No tocante ao critério de convergência é importante salientar o caráter qualitativo do resultado. Verifica-se na Tabela 2.3, por exemplo, uma diferença de ordem de grandeza entre o MSE obtidos para o problema com 16 e 36 (ou 64) quadrantes, entretanto, para todos estes casos a nitidez apresentada pela tomografia foi satisfatória. Assim, uma boa abordagem para o

critério de parada diz respeito ao limite de interesse do operador do algoritmo, que pode desejar a interrupção do processo, tendo já obtido clareza do problema investigado.

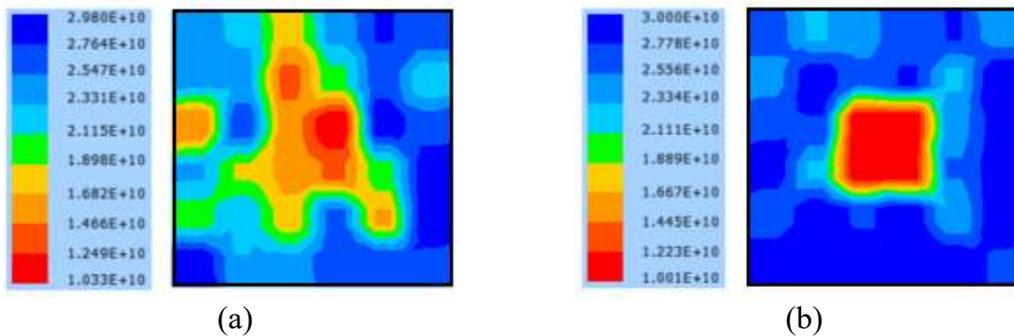
Diferente das soluções anteriormente apresentadas, as análises com o Algoritmo Genético foram divididas em dois estágios. No primeiro, apenas a GA foi utilizada para solução do problema, já no segundo, o resultado obtido por ela foi encaminhado para o L-BFGS-B concretizando a abordagem híbrida da proposta. Os resultados obtidos nestes dois estágios estão apresentados na Figura 2.17, para o problema com 16 quadrantes, e na Figura 2.18, para o problema com 36 quadrantes.

Figura 2.17 – Tomografias geradas para o problema com 16 quadrantes: (a) GA, (b) GA+L-BFGS-B.



Fonte: autor.

Figura 2.18 - Tomografias geradas para o problema com 36 quadrantes: (a) GA, (b) GA+L-BFGS-B.



Fonte: autor.

Para o problema com 16 quadrantes, tanto o GA quanto o GA+L-BFGS-B forneceram respostas nas quais a heterogeneidade foi claramente reconhecida (Figura 2.17). O critério empregado para a conclusão do Algoritmo Genético foi o número máximo de iterações (500) ou o número máximo de iterações sem melhoramento (50), o que primeiro se apresentasse.

No que diz respeito ao problema de 36 quadrantes, a resposta apresentada pela GA, sem o auxílio do método de descida estocástica, resultou em uma imagem de mais difícil

compreensão (Figura 2.18a). Como o número de variáveis foi aumentado, o número limite de iterações também o foi, sendo alterado de 500 para 1000 iterações. Por fim, o número limite de iterações sem melhoramento foi fixado em 100.

Após a aplicação do GA, o algoritmo L-BFGS-B foi acionado, o resultado final foi o apresentado na Figura 2.18b. Verifica-se, portanto, a acentuada melhora após a aplicação da estratégia híbrida, que não deixou dúvidas a respeito da região na qual a heterogeneidade estava situada. A Tabela 2.4 apresenta as diferenças quantitativas entre as análises com 16 e 36 quadrantes.

Tabela 2.4 – Comparação da performance entre as estratégias de GA e GA+L-BFGS-B.

	Número máximo de iterações da GA sem melhoramento	MSE (GA)	MSE (GA+L-BFGS-B)
16 quadrantes	50	0.21194	0.001998
36 quadrantes	100	2.6628	0.004647

Fonte: autor.

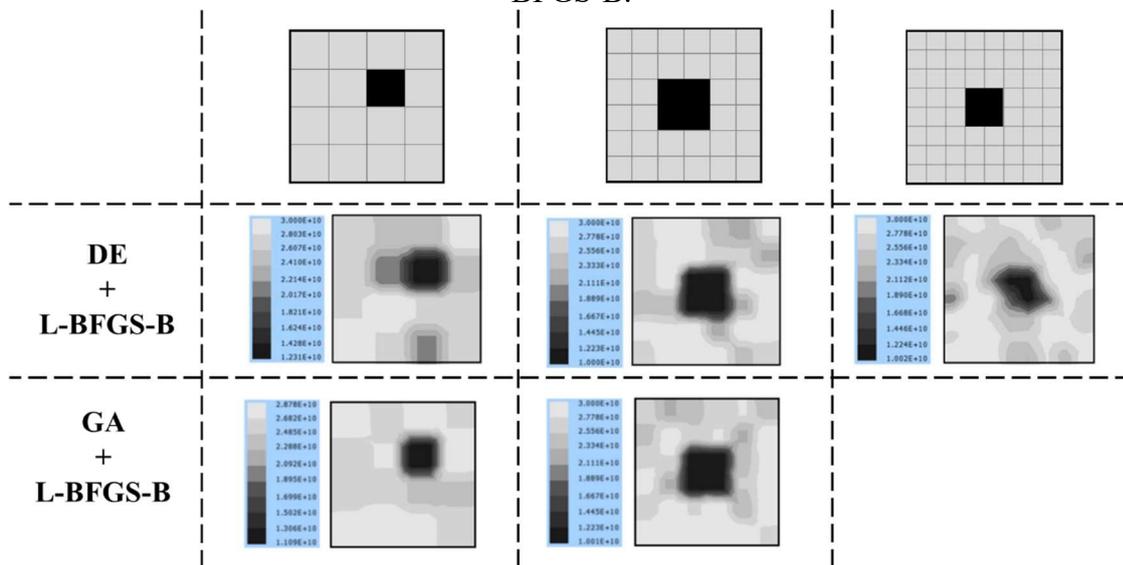
Vale salientar que a estratégia híbrida GA+L-BFGS-B adicionou cerca de 9% nos tempos de análise em comparação com a aplicação isolada do GA, entretanto, os benefícios foram qualitativamente superiores.

Em termos de tempo de processamento, as estratégias com GA foram cerca de 20% do tempo utilizado nas aplicações com DE, tomando o exemplo de 16 quadrantes como parâmetro. Entretanto, essa superioridade das soluções com GA não foi mantida para os demais casos, de modo que a sua solução com 64 quadrantes sequer foi obtida em função do alto custo computacional atingido.

Desta forma, no que diz respeito ao custo computacional, é possível afirmar que para os problemas com menor número de quadrantes, a solução com GA oferece qualidade equivalente e em um tempo inferior àquelas soluções com DE. Entretanto, para números elevados, que para este trabalho se limitou ao universo de 64 quadrantes, a solução com GA se torna proibitiva, restando as aplicações com DE.

Por fim, a Figura 2.19 apresenta um resumo comparativo entre as tomografias produzidas em todas as análises.

Figura 2.19 – Comparação das tomografias geradas com DE + L-BFGS-B e GA + L-BFGS-B.



Fonte: autor.

A equivalência entre o *attempt model* e o *reference model* pôde ser quantificada de forma objetiva nos exemplos do Grupo A. Entretanto, para as análises do Grupo B tal equivalência foi realizada de forma subjetiva, esta característica não é particular da metodologia apresentada, mas é intrínseca ao processo de geração tomográfica. Retomando o procedimento clássico, ou seja, a solução de um sistema superdeterminado abastecido com as informações colhidas no TTT ou *AT method*, verifica-se que a mesma avaliação é feita para distinção entre os diferentes métodos discutidos na literatura. Diante disso, é possível reafirmar a adequação da metodologia para a identificação das heterogeneidades, conforme realizado para os modelos de 16, 36 e 64 quadrantes.

## 2.5 CONCLUSÕES DO CAPÍTULO

Este capítulo se dedicou à apresentação da metodologia proposta para a construção de uma tomografia ultrassônica a partir de todo o espectro de propagação. Inicialmente as propriedades elásticas do meio foram obtidas para que na sequência as aplicações finais em tomografia fossem apresentadas.

Todas as avaliações numéricas realizadas compreenderam a solução de problemas de otimização não linear, na qual a função objetivo traduziu a diferença da resposta dinâmica a um pulso ultrassônico de um modelo de referência (*reference model*) e um modelo tentativa (*attempt model*).

Os primeiros resultados apresentados representaram um avanço em comparação com a técnica tradicional de UPV, na medida em que as propriedades elásticas do meio puderam ser avaliadas sem a necessidade da adoção arbitrária de um destes parâmetros no intuito de se determinar os demais a posteriori. Ao invés disso, o módulo de elasticidade e o coeficiente de Poisson puderam ser concomitantemente determinados por meio de uma abordagem híbrida que aliou algoritmos heurísticos a técnicas de programação não linear padrão.

Com o incremento do número de variáveis do problema de otimização também foi possível a geração de tomografias. Estas abordagens exploraram a variação da nitidez das imagens ao avaliar modelos com 16, 36 e 64 quadrantes. E, em todos os casos, as heterogeneidades foram identificadas a contento.

Conforme apresentado na revisão da literatura, as metodologias para geração de tomografias têm recebido avanços significativos. Entretanto, as aplicações convencionais impõem um elevado número de medições para a construção da imagem. Tal dificuldade pode ser contornada com o desenvolvimento da metodologia proposta neste trabalho, na medida em que utiliza todo o espectro de propagação no tempo, uma informação que nos métodos tradicionais é negligenciada.

Conclui-se, portanto, que os resultados apresentados são promissores, na medida em que a metodologia provê imagens com qualidade compatível ao estado da prática e com a possibilidade de uma redução significativa no número de medições necessário. Assim, espera-se que estes avanços contribuam na popularização da geração de tomografias ultrassônicas como ensaio não destrutivo.



3

# CARACTERIZAÇÃO: DETERMINAÇÃO DO CONTEÚDO DE AGREGADOS GRAÚDOS DE CORPOS DE PROVA DE CONCRETO POR PROPAGAÇÃO DE ONDAS

---

Ensaaios não destrutivos que possibilitem a avaliação do estado de degradação e da constituição de estruturas em concreto são de grande interesse para a construção civil. Dentre as técnicas de ensaios não destrutivos, o teste UPV se destaca. Entretanto, apesar de sua popularização, ainda não há aplicações que o empreguem para a determinação da constituição do concreto *in situ*. Portanto, este capítulo apresentará uma metodologia endereçada à identificação do teor de agregados graúdos em espécimes de concreto armado, lançando mão de redes neurais artificiais aliadas aos resultados de ensaios típicos de UPV. Os resultados encontrados foram promissores e demonstram a aplicabilidade da técnica proposta.

### 3.1 INTRODUÇÃO AO PROBLEMA

De acordo com o registrado por Dhillon (2010), o termo *life cycle costing* foi usado pela primeira vez em 1965 para representar todos os custos envolvidos com a vida útil de um sistema. Passados mais de meio século, tal definição continua a ganhar proeminência. Diferentes disciplinas que dão suporte à indústria da construção civil atuam na otimização dos seus processos de modo a contribuir de forma efetiva na redução desses custos. Assim, tratando dos custos das construções, o valor associado às estruturas tem significativa importância. Diante disso, técnicas que permitam a avaliação da degradação estrutural ou mesmo da sua caracterização são essenciais para a racionalização desses recursos.

O interesse no desenvolvimento de técnicas que avaliem as estruturas de concreto sem a extração de um corpo de prova tem crescido. Todavia, métodos para determinar a constituição do concreto por meio de ensaios não destrutivos ainda são escassos. E, como a técnica de UPV possui particular relevância nas análises de monitoramento estrutural, este capítulo objetivou aproveitar-se desta técnica para, a partir dos seus resultados, propor um método que também seja capaz de investigar a composição do concreto.

Tradicionalmente o UPV tem sido amplamente empregado na investigação de estruturas em concreto. Conforme já referenciado na seção 2.1, há uma profusão de desenvolvimentos para a correlação entre o UPV e as propriedades do concreto nas primeiras idades, relações *a/c*, níveis de danificação, níveis de tensão, geração de tomografias e adicionam-se ao grupo novos estudos sobre a permeabilidade e resistência do concreto (HADDAD et al., 2017; ADESINA et al., 2021). No entanto, apesar dessa grande variedade de aplicações, o levantamento bibliográfico realizado não encontrou nenhum estudo que empregasse a técnica de UPV para a determinação da composição do concreto *in situ*. Diante disso, este capítulo deseja contribuir nesta frente de estudo apresentando uma metodologia para a determinação do teor de agregados graúdos em um corpo de prova de concreto.

A correlação entre o conteúdo em agregado graúdos e a velocidade de pulso ultrassônico é altamente não linear, uma vez que o número de distribuições possíveis de agregados em um meio contínuo é imensurável. Portanto, a alternativa encontrada foi a aplicação de redes neurais artificiais (*artificial neural networks*, ANN), uma vez que tais estruturas conseguem alcançar um grau de generalização permitindo a extrapolação para distribuições de agregados que não poderiam ser previstas. Tal associação entre UPV e ANN encontra respaldo na literatura na medida em que outros autores já a exploraram, a exemplo

de Lorenzi et al. (2006), Topcu and Saridemir (2007), Bilgehan and Turgut (2010), Madandoust et al. (2010), Lorenzi et al. (2011).

Shah et al. (2012) aplicaram ANNs para estimar o nível de degradação de corpos de prova de concreto e relataram que uma rede de *perceptrons* de duas camadas fornece um bom ajuste. A rede neural empregada foi treinada com os sinais de ondas ultrassônicas no domínio do tempo obtidos em testes experimentais, e previu com sucesso a resistência residual de outros corpos de prova de concreto.

Xu e Jin (2018) usaram UPV para treinar uma rede neural artificial a fim de identificar a corrosão em espécimes de concreto armado (*reinforced concrete*, RC). Os autores empregaram 50 corpos de prova como banco de dados para o treinamento e observaram que o modelo *radial basis function* foi mais eficiente do que o *back propagation* para treinar a ANN. Os parâmetros de entrada da rede incluíram o UPV, a geometria do corpo de prova e a resistência do concreto. Apesar do pequeno número de geometrias, a rede neural combinada com a UPV apresentou bom desempenho na identificação da corrosão em RC.

A resistência do concreto com agregado leve (*strength of lightweight aggregate concrete*, LWAC) está intimamente ligada com a sua segregação. Assim, Tenza-Abril et al. (2018) usaram ANNs para prever a resistência deste concreto por meio de pulso ultrassônico. Foi escolhida uma arquitetura com seis neurônios na camada oculta e os dados de UPV e densidade do agregado leve foram introduzidos à rede por meio de sete neurônios na camada de entrada. Os resultados mostraram que a ANN associada à velocidade do pulso ultrassônico pode ser útil para estudos tanto da segregação no LWAC quanto da sua resistência.

As redes neurais artificiais também foram empregadas para o estudo do concreto fresco. Jain et al. (2008) investigaram a relação entre o abatimento (*slump*) do concreto e o seu traço, os autores utilizaram uma ANN que tratou dados relacionados ao teor de água, cimento, agregados graúdos e areia. Os resultados fornecidos pela rede foram capazes de prever o abatimento do concreto com uma precisão superior à de outros métodos de regressão. Neste sentido, acrescenta-se que a comparação entre o desempenho de uma rede neural e outros métodos de regressão é muito pertinente no intuito de verificar a qualidade da metodologia proposta, tal análise também será realizada frente aos resultados do presente capítulo.

Ghafari et al. (2015) aplicaram ANN no estudo de traços para UHPC (*Ultra High Performance Concrete*). A rede neural proposta foi construída com 15 neurônios na camada oculta, alimentada por uma camada de entrada responsável por receber dados referentes às porções de cimento, areia, sílica fume, pó de quartzo, superplastificante e fibras de aço. O

treinamento foi realizado com 53 diferentes amostras e forneceu bons resultados na predição da resistência à compressão e abatimento do concreto dosado quando verificado frente a ensaios experimentais.

Conforme informado, não foram encontradas pesquisas que aplicavam o UPV na identificação da constituição do concreto. Entretanto, outros pesquisadores têm investigado a constituição do concreto por meio de ondas eletromagnéticas (EM) utilizando de suas propriedades dielétricas. Soutsos et al. (2001) aplicaram testes desta natureza que permitiram avaliar parâmetros do concreto por meio da condutividade de concretos com cinzas volantes, escória granulada de alto forno, fibras de aço.

Dérobot e Villain (2017) propuseram uma relação empírica polinomial entre a permissividade elétrica e cinco parâmetros do concreto, dois deles qualitativos (tipos de cimento e agregado) e três quantitativos (teor de cimento e agregados, relação a/c), o estudo foi realizado com a emissão de ondas eletromagnéticas ao concreto por meio de um GPR (*ground-penetrating radar*).

Villain et al. (2017) estudaram traços de concreto com agregados silício-calcários e agregados silicosos e observaram o impacto da natureza do agregado nas propriedades dielétricas e de permissividade do concreto. Os autores propuseram relações entre estes parâmetros e a relação a/c dos traços. O estudo abordou seis traços e conseguiu estabelecer uma relação linear entre estas propriedades.

Micro-ondas também foram empregadas em algumas aplicações para a identificação de traço de concretos. Bois et al. (2000) empregaram OERW (*open-ended rectangular waveguide*) em suas análises para avaliar as relações a/c e ag/c (agregados graúdos/cimento) em seis traços de cimento. Medições em 3 GHz indicaram uma relação entre a/c e a magnitude do coeficiente de reflexão das ondas, além disso, autores também observaram que o ag/c pode estar correlacionado com o desvio padrão da magnitude do coeficiente de reflexão em 10 GHz.

Portanto, verifica-se um esforço no desenvolvimento de pesquisas que permitam a criação de metodologias capazes de investigar a constituição do concreto. Diante disso, o presente capítulo procura contribuir com a área de ensaios não destrutivos oferecendo uma alternativa que combine a técnica de UPV com redes neurais artificiais de modo a identificar o teor de agregados graúdos em um espécime de concreto. Para isso ensaios números serão apresentados neste trabalho com o intuito de indicar as potencialidades e os desafios da metodologia proposta.

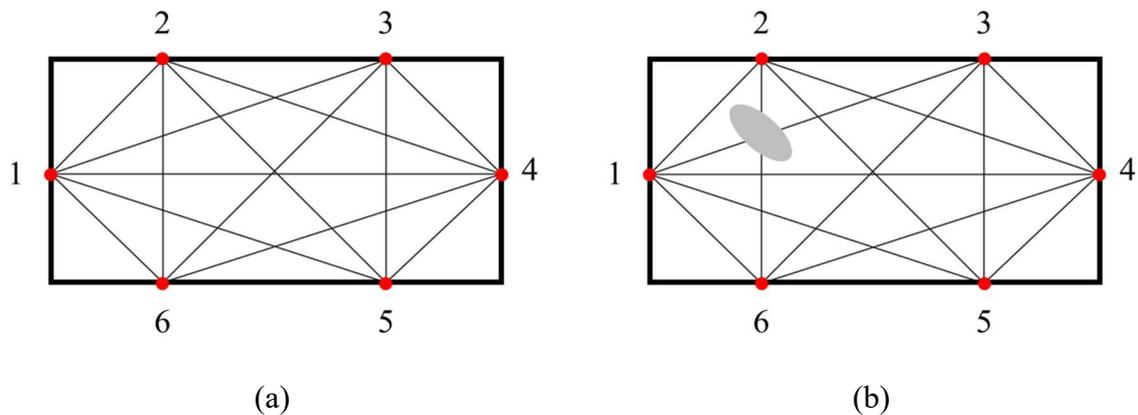
### 3.2 METODOLOGIA PARA AVALIAÇÃO DO TEOR DE AGREGADOS GRAÚDOS POR MEIO DA ASSOCIAÇÃO UPV-ANN

Os ensaios baseados em UPV medem a velocidade do pulso ultrassônico e, conforme apresentado na seção 2.1, permite que tal velocidade seja utilizada no cálculo das propriedades mecânicas do meio, desde que este seja considerado elástico linear, contínuo e isotrópico.

Uma simplificação usual é a de que a trajetória (*path*) do pulso ultrassônico é reta. Entretanto, a presença de uma heterogeneidade, como um vazio, fissura ou partículas de material diferente do contínuo, conduz a uma alteração da trajetória. Tal constatação é perfeitamente aderente com o princípio da minimização da energia total.

Todavia, a primeira parte das análises aqui desenvolvidas considerará a simplificação clássica de *straight path*, ou seja, das trajetórias retilíneas. Tendo isto em mente, a Figura 3.1 apresenta seis transdutores e treze possíveis trajetórias entre eles, assim, sendo todas elas retilíneas, seus comprimentos podem ser geometricamente determinados. Portanto, definido o *path*, e tendo o tempo experimentalmente medido, a velocidade do meio pode ser calculada.

Figura 3.1 – Trajetórias (*paths*) dos pulsos ultrassônicos entre transdutores: (a) meio contínuo e homogêneo, (b) meio contínuo com a presença de uma heterogeneidade.



Fonte: autor.

Assim, ao medir o tempo de propagação no *path* 2-6 da Figura 3.1a, sendo conhecido o seu comprimento, a velocidade do contínuo está definida. Entretanto, a presença de uma heterogeneidade, conforme indicado na Figura 3.1b, necessariamente alterará o tempo de viagem no *path* 2-6, ou seja, tal heterogeneidade pode ser identificada justamente em função da variação no seu tempo de viagem.

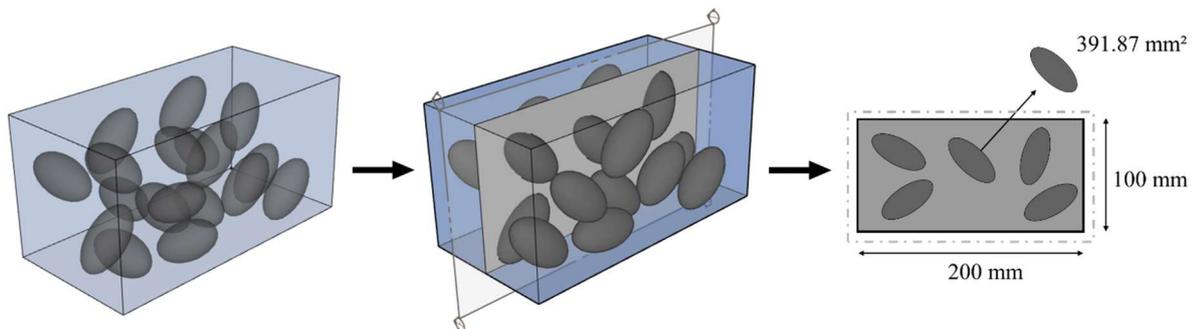
Portanto, relações podem ser estabelecidas entre tempos de viagem e heterogeneidades. Em aplicações no concreto estrutural, a argamassa pode ser aproximada como um meio homogêneo na medida em que a presença dos agregados graúdos pode ser

compreendida como heterogeneidades, que poderão ser identificadas a partir da escolha de transdutores de frequência adequada. Esta será a hipótese básica para os desenvolvimentos deste capítulo. Muito embora tal premissa seja útil para o presente estudo, não necessariamente deve ser a adotada para outros, uma vez que, conforme a revisão bibliográfica demonstrou, a consideração de todo o contínuo em concreto como homogêneo é útil e recorrente.

Na tentativa de correlacionar os tempos de viagem medidos para diferentes trajetórias e o teor de agregados no meio, o principal problema que se impõe é que para um mesmo teor, diferentes trajetórias podem ser afetadas, uma vez que a distribuição de agregados é randômica. Em função disso, a metodologia proposta emprega várias distribuições para uma mesma faixa de teor avaliada, de modo que o treinamento da ANN construída consiga atingir o grau de generalização necessário à correlação entre a velocidade do pulso ultrassônico e o teor procurado.

Portanto, por simplificação, o estudo foi conduzido em modelos numéricos bidimensionais, representando espécimes de 100 x 200 mm<sup>2</sup> com agregados de 391,87 mm<sup>2</sup>, buscando aproximar-se das dimensões de um corpo de prova usual. A Figura 3.2 apresenta um exemplo da geometria estudada.

Figura 3.2 – Conceito da geometria adotada no estudo.



Fonte: autor.

O teor de agregados graúdos foi definido como a razão entre a área de agregados ( $A_{ag}$ ) e a área não ocupada por eles. Assim, na Eq. (3.1)  $n$  representa o número de agregados distribuídos no contínuo e  $A_{cs}$  a área total da seção transversal.

$$CaC = \frac{A_{ag} \cdot n}{A_{cs} - A_{ag} \cdot n} \quad (3.1)$$

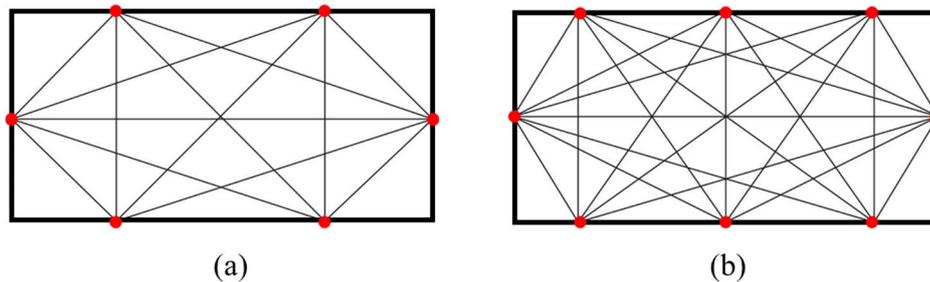
Para as simulações numéricas, a velocidade da *p-wave* atribuída para a argamassa e para os agregados graúdos (basálticos) foram 3013 m/s e 5645 m/s, respectivamente (CHUNG e LAW, 1983; PALOMAR e BARLUENGA, 2017).

### 3.2.1 Arquitetura das redes neurais

Nesta seção serão apresentadas as arquiteturas de redes neurais acolhidas, salienta-se que esta determinação foi realizada após uma série de experimentações que conduziram aos modelos aqui reportados. Em todos os casos foram empregadas redes neurais *feedforward* de múltiplas camadas, acrescenta-se que informações mais detalhadas sobre o seu funcionamento poderão ser obtidas por meio da consulta ao Apêndice B.

Três arquiteturas de RNAs se destacaram e serão pormenorizadas no intuito de demonstrar qual seria aquela que melhor se enquadra nesta aplicação. Além disso, duas disposições de transdutores foram avaliadas, a primeira com 13 *paths* e a segunda com 22, conforme apresentado na Figura 3.3.

Figura 3.3 – Disposição das medições para o contínuo de 100 x 200 mm<sup>2</sup>: (a) 13 *paths*, (b) 22 *paths*.



Fonte: autor.

Assim, estas três arquiteturas variaram a natureza da rede neural, se de regressão ou classificação, e o número de trajetórias avaliadas. Os resultados deste trabalho demonstrarão qual rede obteve o melhor desempenho para a aplicação desejada. Por fim, as redes aqui reportadas foram:

- i. ANN 1 (13 *paths*): problema de classificação.
- ii. ANN 2 (22 *paths*): problema de classificação.
- iii. ANN 3 (22 *paths*): problema de regressão.

Em todas as arquiteturas, o número de neurônios da camada de entrada correspondeu ao número de medições, ou seja, ao número de *paths*.

### 3.2.1.1 Arquitetura adotada para a ANN 1

Neste estudo cinco rótulos (*labels*) com diferentes teores de agregados foram admitidos: 10,9%, 21,4%, 30,7%, 41,6% e 49,9%. Dessa forma, o problema de classificação resolvido pela ANN 1 distinguirá cada exemplar de treinamento (e de validação) entre um destes teores. A Tabela 3.1 resume estes valores, relacionando-os à geometria da Figura 3.2.

Tabela 3.1 – Teor de agregados graúdos para o problema de classificação.

Seção do corpo de prova (mm <sup>2</sup> )	Seção de um agregado graúdo (mm <sup>2</sup> )	Número de agregados	<i>Labels</i> (%)
20000	391.87	5	10.9
		9	21.4
		12	30.7
		15	41.6
		17	49.9

Fonte: autor.

Cinco neurônios foram definidos para a camada de saída (*output layer*), todos eles dotados com a função de ativação *Softmax*. Esta função está matematicamente representada na Eq. (3.2) e é costumeiramente adotada para problemas de classificação, uma vez que sua saída indicará a probabilidade de que determinado neurônio esteja correto na sua classificação.

$$\phi_i = \frac{e^{x_i}}{\sum_{j=1}^k e^{x_j}} \quad (3.2)$$

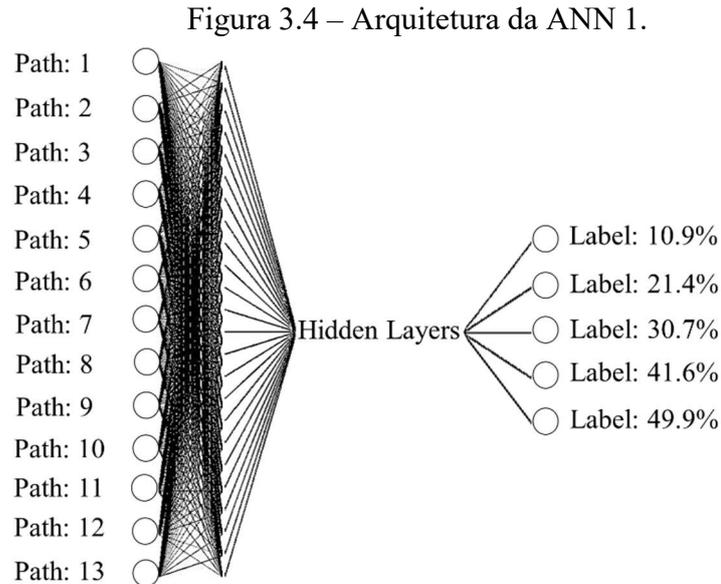
Na Eq. (3.2)  $i$  é o índice que representa o neurônio do *output layer* para o qual se está a calcular a saída,  $k$  é o número total de neurônios naquela camada e  $x$  é o valor que chega ao neurônio antes da aplicação da função *Softmax*.

Antes da camada de saída foram constituídas doze camadas ocultas (*hidden layers*) construídas com 26 neurônios em cada uma delas, nos quais a função de ativação *ReLU* foi empregada, a exceção foi a última camada oculta, na qual foi usada a função *Linear* para seus neurônios.

A função *ReLU* atualiza o valor de  $x$  que chega ao neurônio de acordo com a definição da Eq. (3.3), ou seja, retorna zero para qualquer valor de  $x$  negativo e o próprio valor caso contrário.

$$\phi_i = \max(0, x_i) \quad (3.3)$$

Por fim, a Figura 3.4 apresenta a arquitetura da ANN 1.



Fonte: autor.

A função objetivo empregada foi a *categorical crossentropy*, esta função corresponde à Eq. (3.4). Ela é capaz de computar as discrepâncias entre os resultados reais ( $y_i$ ) e os resultados de saída do modelo ( $y_i^*$ ), fornecidos após um conjunto de treinamento de tamanho  $N$ . O sinal negativo garante que, quanto mais próximos sejam os valores preditos e reais, menor será o valor da função objetivo. A otimização foi conduzida pelo algoritmo *adam*, que é uma variação do algoritmo de descida estocástica, disponível na biblioteca Tensorflow<sup>®</sup>. Esta biblioteca tem sido aplicada em outras pesquisas na avaliação de elementos em concreto como as conduzidas por Xue et al. (2021) e Ye et al. (2022).

$$L(y_i, y_i^*) = -\sum_{i=0}^N y_i \log(y_i^*) \quad (3.4)$$

Cada um dos neurônios da camada de saída deve prover um valor entre 0 e 1, que corresponde à probabilidade de aquela ser a classificação (*label*) correta para determinado exemplar de treinamento (ou validação). Portanto, conforme já enunciado, o uso da função de ativação *Softmax* garante que a soma das respostas na camada de saída seja 1. Apesar de ser um problema de classificação, é possível generalizá-lo de modo que teores diferentes daqueles referenciados nos *labels* possam ser determinados por meio da média ponderada entre os resultados da rede.

Para garantir a generalidade da rede, cada teor de agregados avaliado foi representado por 1000 diferentes exemplares, o que resultou em 5000 amostras para o treinamento da ANN 1.

Após o treinamento da rede, o seu desempenho foi aferido com o uso de 100 novos exemplares, sendo 20 exemplares para cada teor de agregados. A Tabela 3.2 apresenta os resultados de acurácia para o conjunto de validação após diferentes números de épocas de treinamento. No contexto deste trabalho, define-se como épocas de treinamento o número de vezes que a rede é apresentada a todo o conjunto de dados de treinamento.

Tabela 3.2 – Comparação entre as acurácias obtidas para diferentes números de épocas de treinamento.

Épocas	Acurácia (%)
10	56
100	71
1000	67
2000	77
3000	74

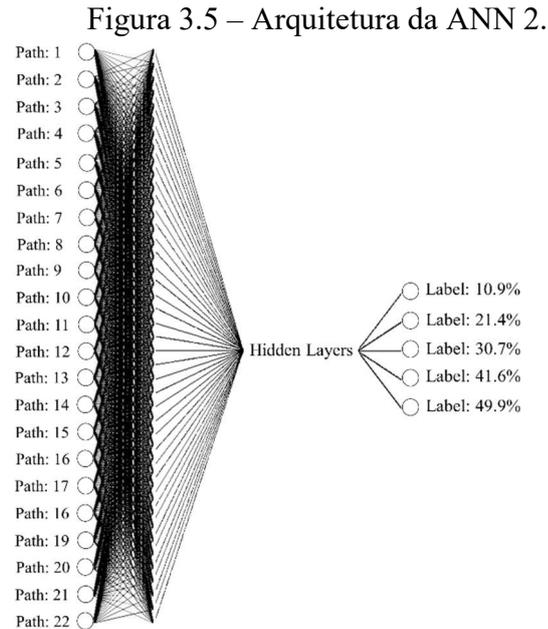
Fonte: autor.

A acurácia representa quantas vezes a rede foi capaz de acertar o *label* correto para cada exemplar do conjunto de validação. Após avaliar o desempenho obtido pela rede para diferentes números de épocas de treinamento, ficou determinado que as 2000 épocas representam o valor ótimo para a ANN 1.

### 3.2.1.2 Arquitetura adotada para a ANN 2

A diferença básica entre as redes ANN 1 e ANN 2 diz respeito ao número de neurônios e camadas (*layers*), uma vez que as funções de ativação e o algoritmo de otimização empregados foram os mesmos.

A rede ANN 2 foi implementada com 22 neurônios na camada de entrada, de modo a acomodar as informações dos 22 *paths* e 12 camadas ocultas com 44 neurônios em cada camada. A função *ReLU* foi a empregada para todos os neurônios das camadas ocultas, exceto a última, para a qual a função *Linear* foi a adotada. Por fim, a camada de saída foi constituída de cinco neurônios dotados da função *Softmax*. A Figura 3.5 ilustra a arquitetura da ANN 2.



Fonte: autor.

A ANN 2 foi treinada com 5000 exemplares, sendo 1000 para cada teor. Em seguida, a rede foi avaliada para 100 novos exemplares, da mesma forma como realizado à ANN 1. Assim, a Tabela 3.3 apresenta a performance da ANN 2 frente diferentes quantidades de épocas de treinamento.

Tabela 3.3 – Comparação entre as acurácias obtidas para diferentes números de épocas de treinamento.

Épocas	Acurácia (%)
10	65
50	92
100	82
1000	91

Fonte: autor.

Em função do desempenho observado, o número de 1000 épocas de treinamento foi o adotado para a ANN 2. Tal desempenho foi superior àquele apresentado pela ANN 1, tal fato pode ser diretamente atribuído ao volume de dados empregados na ANN 2, uma vez que esta dispôs de 22 *paths* de medição, enquanto a ANN 1 dispunha de apenas 13.

### 3.2.1.3 Arquitetura adotada para a ANN 3

Para a terceira arquitetura analisada, o conjunto de dados para treinamento também foi alterado. Ao invés de cinco diferentes teores, 18 foram usados. Este é o número máximo de discretizações que se pode fazer para um contínuo de 100 x 200 mm<sup>2</sup>, assumindo agregados de 391,87 mm<sup>2</sup>. Assim, todos os possíveis teores foram incluídos nesta base de dados. A

Tabela 3.4 apresenta o teor de agregados e o número de partículas para cada um dos exemplares possíveis.

Tabela 3.4 – Teor de agregados graúdos para o problema de regressão.

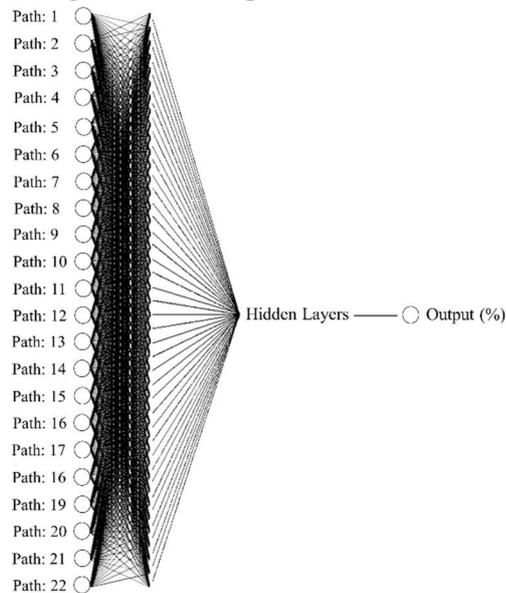
Seção do corpo de prova (mm <sup>2</sup> )	Seção de um agregado graúdo (mm <sup>2</sup> )	Número de agregados	Teor de agregados graúdos (%)
		0	0,0
		1	2,0
		2	4,1
		3	6,2
		4	8,5
		5	10,9
		6	13,3
		7	15,9
20000	391,87	8	18,6
		9	21,4
		10	24,4
		11	27,5
		12	30,7
		13	34,2
		14	37,8
		15	41,6
		16	45,7
		17	49,9

Fonte: autor.

As ANN 1 e ANN 2 resolveram um problema de classificação, de outra maneira, a ANN 3 foi construída para resolver um problema de regressão. Para os 22 *paths* de medição foram também dispostos 22 neurônios na camada de entrada. Um total de quatro camadas ocultas foram construídas, cada uma, com 128, 256, 256 e 256 neurônios, enquanto a camada de saída (*output layer*) foi dotada de apenas 1 neurônio. Esta disposição foi alcançada após a avaliação de outras arquiteturas, tendo sido esta a de melhor desempenho.

Em todas as camadas ocultas foi empregada a função de ativação *ReLU*, já para o neurônio da camada de saída foi atribuída a função *Linear*. A Figura 3.6 ilustra a arquitetura da rede.

Figura 3.6 – Arquitetura da ANN 3.



Fonte: autor.

O algoritmo *adam* de otimização foi empregado para a rede neural e a função objetivo correspondeu à MAE (*mean absolute error*), definida pela Eq. (3.5).

$$L(y, y^*) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i - y_i^*| \quad (3.5)$$

Mantendo a metodologia anterior, um total de 1000 amostras foram randomicamente geradas para cada um dos 18 teores de agregados, totalizando 18000 amostras para treinamento.

A qualidade do treinamento foi avaliada para um novo conjunto de dados, utilizando como critério o MAE. A Tabela 3.5 reproduz estes resultados.

Tabela 3.5 - Comparação entre as acurácias para diferentes épocas de treinamento.

Épocas	MAE
10	0,02224
50	0,01796
100	0,02512
1000	0,01988
2000	0,01895

Fonte: autor.

Portanto, 50 épocas foi o número compreendido como ótimo para o treinamento da ANN 3. Salienta-se que a acurácia não foi utilizada como critério para avaliação, pois em um problema de regressão é mais importante avaliar o quão próximo da resposta correta está o maior número de valores, do que quantas vezes a resposta exata é, de fato, atingida.

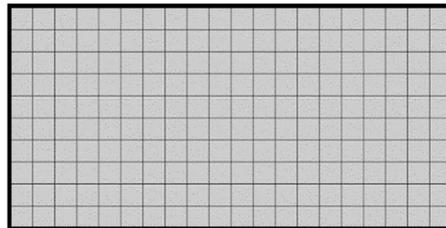
### 3.3 ESTIMATIVA DO ERRO ENTRE TRAJETÓRIAS RETILÍNEAS E NÃO RETILÍNEAS

Uma das principais simplificações da metodologia apresentada é a adoção de que a trajetória do pulso ultrassônico se dá de maneira reta mesmo na presença de heterogeneidades (*straight paths*), entretanto esta é uma simplificação razoável quando a velocidade da onda entre os meios não tem uma variação superior a 10% (JACKSON e TWEETON, 1994). Todavia, esta seção se ocupará de propor uma metodologia para a estimativa do erro associado à adoção de trajetórias retilíneas para a aplicação deste capítulo.

Assim, para o cálculo numérico das trajetórias atualizadas, isto é, determinação das trajetórias não necessariamente retilíneas (*non-straight paths*) foi aplicado o algoritmo de Dijkstra (1959). Este algoritmo permite calcular o caminho mais curto usando o peso total dos *links* entre um nó inicial e todos os outros nós em um grafo.

Assim, o contínuo 100 x 200 mm<sup>2</sup> foi dividido em 231 nós, conforme representação da Figura 3.7. Os links são pequenas linhas entre os nós e os pesos em cada *link* são proporcionais à velocidade do pulso ultrassônico.

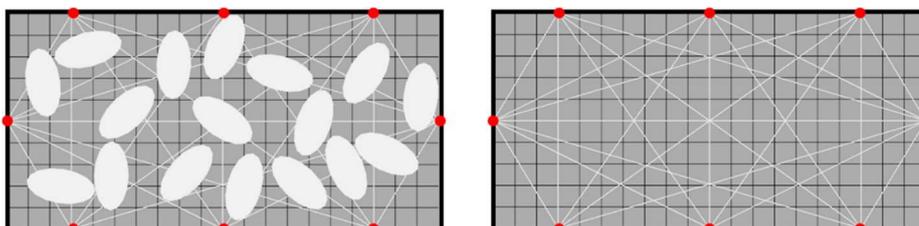
Figura 3.7 – Contínuo dividido em 200 elementos que formam 231 nós em seus vértices.



Fonte: autor.

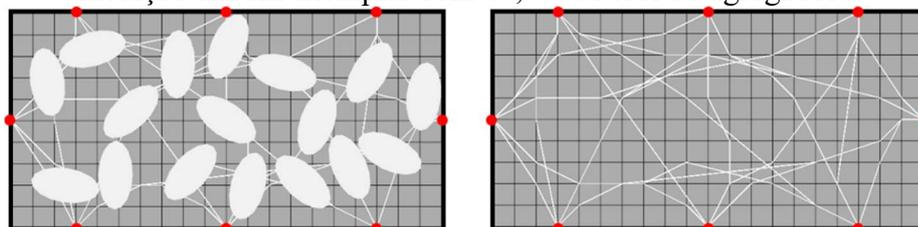
A Figura 3.8 apresenta uma amostra de treinamento destinada à rede ANN 3 contendo o teor máximo de agregados admitido (49,9%). Deve-se observar que os *paths* entre transdutores são todos retilíneos, de modo que a presença dos agregados não modifica tal configuração. Foi nesta condição que os tempos de propagação foram calculadas para o treinamento da rede.

Figura 3.8 – Trajetórias retilíneas para os 22 *paths* de medição em um exemplar com 49,9% de teor de agregados. (Fonte: autor)



Entretanto, após a execução do algoritmo de Dijkstra para atualização das trajetórias, é possível verificar por meio da Figura 3.9 uma modificação sensível das trajetórias.

Figura 3.9 – Trajetórias atualizadas pelo algoritmo de Dijkstra para os 22 *paths* de medição em um exemplar com 49,9% de teor de agregados.



Fonte: autor.

Como os dados de entrada para o treinamento das redes neurais dependem indiretamente da velocidade do pulso, que é uma medida calculada a partir das trajetórias idealizadas, a modificação da retilinearidade do pulso altera a eficiência da ANN em prever o teor de agregados. Tal dificuldade pode ser dirimida caso todo o conjunto de treinamento da rede seja substituído por outro conjunto calculado a partir de trajetórias atualizadas. Contudo, uma metodologia dessa natureza acarretaria um aumento significativo no custo computacional envolvido na geração dos exemplares de treinamento uma vez que seu número é da ordem de milhares, como se viu na seção 3.2.1.

Uma alternativa para isso é a estimativa do erro associado à simplificação dos *straight paths*. Isso pode ser realizado por meio de um grupo controle, calculado para trajetórias atualizadas (*non-straight paths*), de modo que o erro aferido para este conjunto pode ser um parâmetro de extrapolação. Tal aplicação será apresentada junto os resultados reportados, na seção 3.4.4.

### 3.4 RESULTADOS

Esta seção apresenta os resultados para as três arquiteturas de redes neurais avaliadas e, ao final, demonstra a estimativa de erro associado às trajetórias retilíneas. Por fim, também é demonstrada uma comparação da ANN 3 com outros métodos clássicos de regressão.

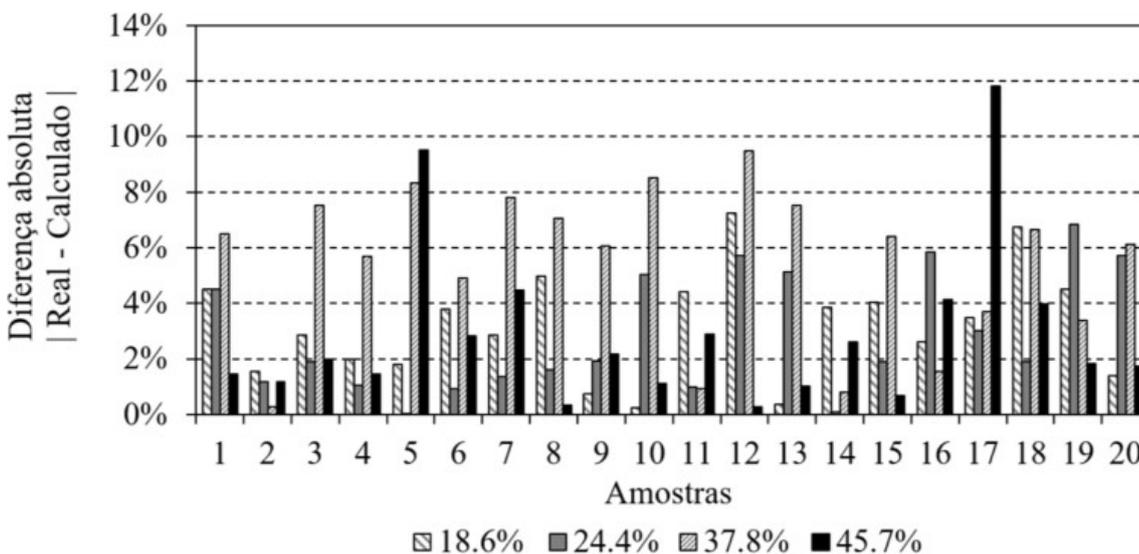
#### 3.4.1 ANN 1 (13 *paths*): problema de classificação

A ANN 1 foi construída com cinco *output labels* (referentes aos cinco teores de agregados). Entretanto, conforme dito na seção 3.2.1.1, exemplares com teores diferentes daqueles especificados nos *labels* podem ser oferecidos à rede para que ela os quantifique.

Desta forma, os testes reportados nestes resultados procuraram avaliar a rede neste sentido, uma vez que uma avaliação restrita sobre os mesmos teores referenciados em seus *labels* poderia conduzir a um resultado muito positivo, porém sem o grau de generalização que se deseja.

Portanto, um novo conjunto de 80 amostras foi gerado, desta vez com os seguintes teores de agregado: 18,6%, 24,4%, 37,8% e 45,7%. Tais amostras foram apresentadas à rede e a Figura 3.10 apresenta a diferença absoluta entre a predição da ANN 1 e o conteúdo real de agregados.

Figura 3.10 - Diferença absoluta entre os resultados gerados pela ANN 1 nas 80 amostras com teores de 18,6%, 18,6%, 24,4%, 37,8% e 45,7%.



Fonte: autor.

Verifica-se, portanto, que apenas uma das amostras apresentou um erro superior aos 10%, o que indica um resultado positivo quando avaliado cada exemplar por vez. Para uma visão geral destes resultados, a Tabela 3.6 apresenta a resposta da média e seu desvio padrão.

Tabela 3.6 – Visão geral dos resultados apresentados pela ANN 1.

Teor real (%)	Média dos teores calculados (%)	Desvio padrão da média (%)
18,6	21,09	2,76
24,4	25,44	3,39
37,8	40,43	5,50
45,7	44,42	3,85

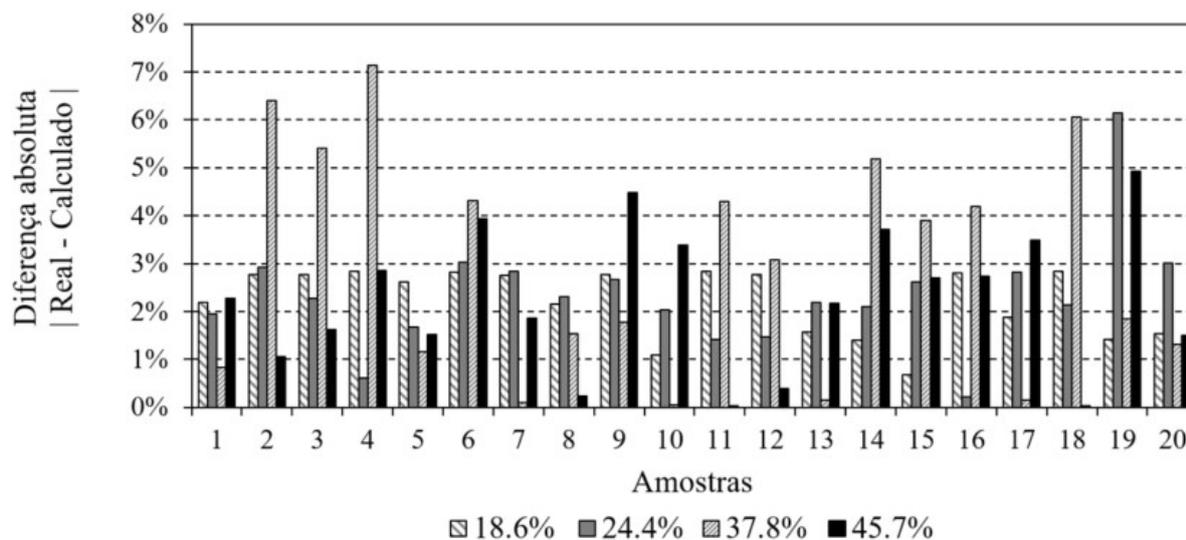
Fonte: autor.

Dessa forma, é possível afirmar que a ANN 1 apresentou resultados satisfatórios, tanto para o conjunto de validação individualmente, quanto para a média dos seus resultados.

### 3.4.2 ANN 2 (22 paths): problema de classificação

A ANN 2, a exemplo do que foi realizado na avaliação da ANN 1, foi submetida a um conjunto de exemplares diverso daquele utilizado nos *labels* de treinamento. Dessa forma, um novo conjunto de 80 exemplares foi apresentado a rede, possuindo os teores de 18,6%, 24,4%, 37,8% e 45,7%. O resultado para cada um destes exemplares está apresentado na Figura 3.11.

Figura 3.11 - Diferença absoluta entre os resultados gerados pela ANN 2 nas 80 amostras com teores de 18,6%, 18,6%, 24,4%, 37,8% e 45,7%.



Fonte: autor.

É importante destacar que apenas 1 dentre as 80 amostras avaliadas apresentou um desvio maior que 7%. A Tabela 3.7 apresenta a média dos resultados acompanhada de seu desvio padrão.

Tabela 3.7 - Visão geral dos resultados apresentados pela ANN 2.

Teor real (%)	Média dos teores calculados (%)	Desvio padrão da média (%)
18,6	20,28	1,62
24,4	23,48	2,42
37,8	38,37	3,68
45,7	44,41	2,33

Fonte: autor.

Tanto a partir dos resultados individuais, quanto da média entre eles, é possível afirmar que a ANN 2 apresentou um desempenho superior à ANN 1, demonstrando que um aumento no número de medições conduz a uma rede neural com maior habilidade na identificação do teor de agregados.

### 3.4.3 ANN 3 (22 paths): problema de regressão

Nesta seção a terceira arquitetura de rede neural terá o seu desempenho comparado às duas primeiras arquiteturas e também a outros métodos de regressão. Os métodos de regressão utilizados como *benchmark* serão: *XGB Regressor*, *Random Forest* e OLS (*Ordinary least squares*), sendo estes dois primeiros métodos os disponíveis nas bibliotecas XGBoost® e Scikit-Learn® e o último correspondente à aplicação da técnica de mínimos quadrados em sua forma matricial. A aplicação do *XGB Regressor* e *Random Forest* tem sido feita com sucesso na investigação de elementos em concreto, como na predição de sua resistência ou integridade (NGUYEN-SY et al., 2020; CHUN et al., 2020).

Para que se permita a reprodutibilidade das investigações, a Tabela 3.8 resume os parâmetros utilizados nestes dois primeiros métodos de regressão.

Tabela 3.8 – Parâmetros básicos para o *XGB Regressor* e *Randon Forest*.

Parâmetros do <i>XGB Regressor</i>		Parâmetros do <i>Randon Forest</i>	
<i>Booster</i>	<i>Tree base model</i>	Nº de arvores na floresta	100
Nº de gradientes <i>boosted trees</i>	100	Nº mínimo de amostras	2
Taxa de subamostras de colunas	1	Nº mínimo de amostras como <i>leaf node</i>	1
Equilíbrio de pesos negativos e positivos	1	Fração ponderada mínima	0
<i>Importance type</i>	<i>Gain</i>	Amostras de Bootstrap são usadas?	<i>Sim</i>
<i>Tree depth</i> máximo	3	Critério	MSE
Redução de perda mínima ( $\gamma$ )	0		
Regularização L1 ( $\alpha$ )	0		
Regularização L2 ( $\lambda$ )	1		
Taxa de aprendizagem ( $\eta$ )	0.1		
<i>Child weight</i> mínimo	1		
Taxa de subamostra	1		
<i>Prediction score</i> inicial	0.5		

Fonte: autor.

Como primeira comparação, o mesmo banco de dados de 100 exemplares utilizado na avaliação da ANN 3 após o seu treinamento foi submetido aos *XGB Regressor*, *Random Forest* e OLS, os resultados em termos de MAE estão demonstrados na Tabela 3.9.

Tabela 3.9 – Performance geral dos algoritmos de repressão em comparação com a ANN 3.

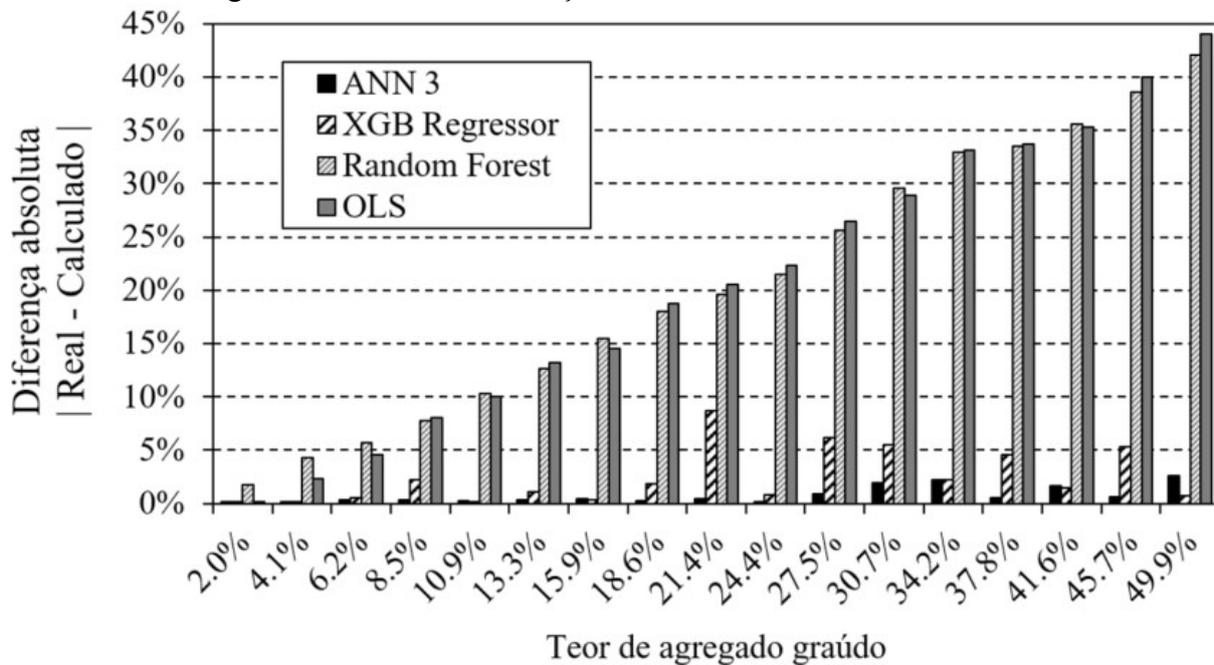
Algoritmo	MAE
ANN 3	0.01796
<i>XGB Regressor</i>	0.02123
<i>Random Forest</i>	0.02348
OLS	0.02123

Fonte: autor.

O MAE demonstrou superioridade da ANN 3 em relação aos demais métodos. No entanto, essa métrica global não é suficiente; por exemplo, apenas ela sugeriria que tanto o OLS quanto o *XGB Regressor* obtiveram o mesmo desempenho, o que não é verdade, conforme será demonstrado nas análises a seguir.

Outra avaliação foi realizada com 20 amostras para cada um dos 18 teores referenciados na Tabela 3.4, totalizando 360 exemplares. A comparação entre o desempenho dos métodos de regressão na avaliação desses exemplares está resumida na Figura 3.12 através da diferença entre o valor real e o estimado pelos respectivos métodos, tais valores estão apresentados em seus valores médios.

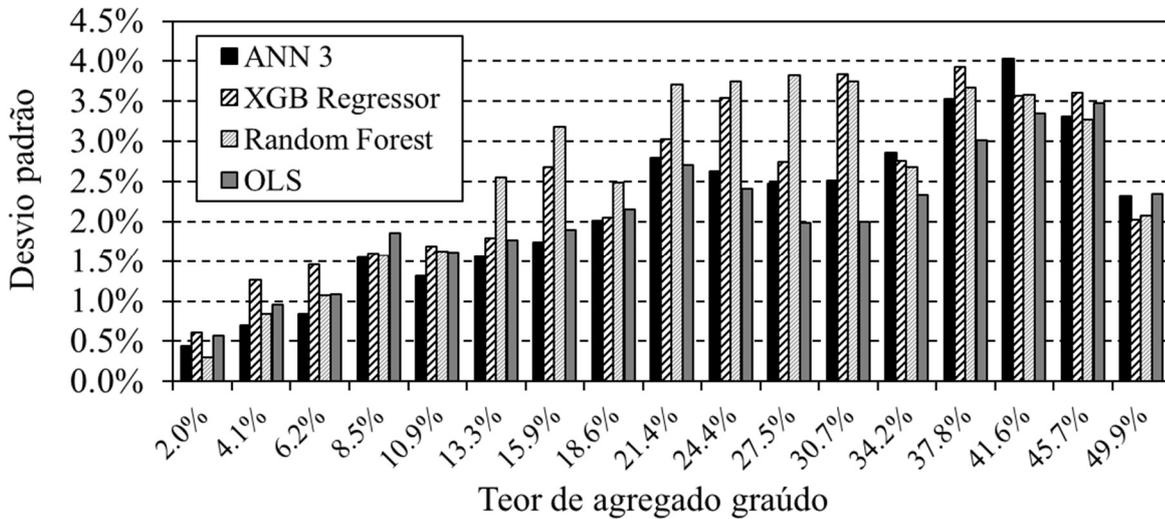
Figura 3.12 - Comparação entre as regressões realizadas pela ANN 3 e os algoritmos de regressão avaliados: diferença absoluta entre valor real e o calculado.



Fonte: autor.

A Figura 3.12 apresenta de forma clara a superioridade da ANN 3 e do *XGB Regressor* na solução do problema, sendo que a discrepância entre estes dois e os demais métodos aumenta à medida em que o teor de agregados se eleva. Verifica-se também que para a maioria dos teores a solução com a ANN 3 apresenta os menores erros. Como os resultados anteriores foram apresentados em termos de valores médios, a Figura 3.13 traz o desvio padrão da média para todos estes resultados.

Figura 3.13 - Comparação entre as regressões realizadas pela ANN 3 e os algoritmos de regressão avaliados: desvio padrão da média dos resultados.

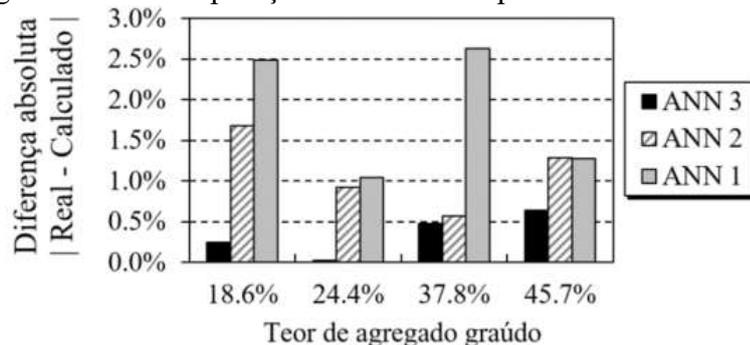


Fonte: autor.

No que diz respeito ao desvio padrão, todos os métodos apresentaram valores dentro do aceitável, dessa forma a principal conclusão extraída após a Figura 3.13 é que a ANN 3, além de apresentar o melhor desempenho médio, apresenta uma baixa dispersão, ainda que em comparação às demais soluções.

Por fim, as soluções com ANN 1, ANN 2 e ANN 3 também foram comparadas para os teores de 18,6%, 24,4%, 37,8% e 45,7%. A Figura 3.14 mostra a diferença absoluta entre a média das 20 amostras, para cada teor, e o conteúdo real.

Figura 3.14 – Comparação entre o desempenho das redes neurais.



Fonte: autor.

Desta forma, é possível constatar que a ANN 3 obteve o melhor desempenho entre as arquiteturas de rede estudadas e os demais métodos de regressão apresentados. Tal condição reforça o bom desempenho de uma arquitetura de regressão para este problema bem como a melhoria advinda com o aumento do número de *paths* introduzidos na análise. Naturalmente,

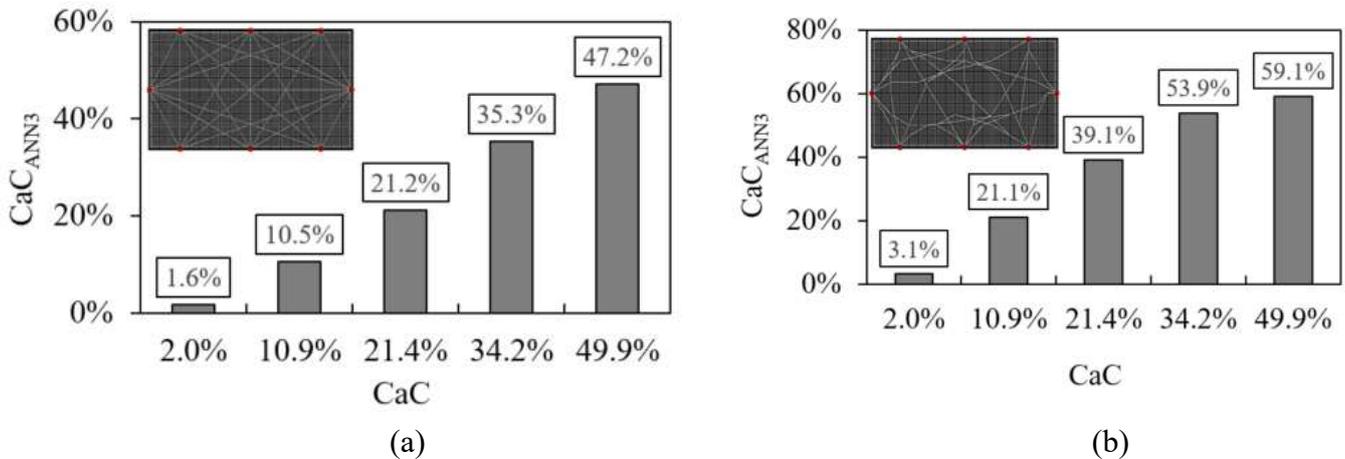
este aumento está associado à necessária expansão da rede, o que acarreta aumento nos custos computacionais, tanto para o cálculo dos tempos de chegada quanto para o seu treinamento.

### 3.4.4 Estimativa do erro entre trajetórias retilíneas e não retilíneas

Conforme discussão da seção 3.3, os cálculos até aqui reportados consideram que as trajetórias permanecem retilíneas (*straight paths*), mesmo na presença de heterogeneidades. Nesta seção serão apresentados os resultados da ANN 3 quando esta é submetida a um conjunto de amostras que tiveram a suas trajetórias atualizadas.

Desta forma, um novo conjunto de teores contemplando os valores de 2,0%, 10,9%, 21,4%, 34,2%, 49,9% foi analisado pela ANN 3. Entretanto, além do cálculo dos tempos de propagação com a consideração de trajetórias retilíneas, também foi executado o algoritmo de Dijkstra no intuito de atualizar as trajetórias com a consideração das respectivas heterogeneidades. A Figura 3.15 reproduz o resultado fornecido pela ANN 3.

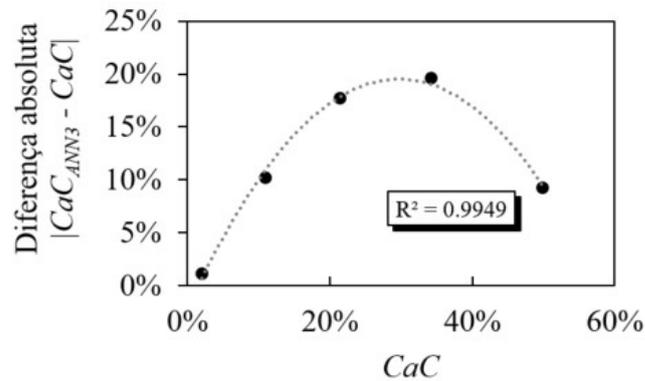
Figura 3.15 – Resposta da ANN 3 quando apresentada às (a) trajetórias retilíneas, (b) trajetórias atualizadas.



Fonte: autor.

Portanto, é possível verificar que o erro absoluto entre o valor predito pela rede neural ( $CaC_{ANN3}$ ) e o real ( $CaC$ ) possui uma tendência, conforme pode ser melhor observado por meio da Figura 3.16.

Figura 3.16 – Tendência parabólica para a estimativa do erro entre trajetórias retilíneas e não retilíneas.



Fonte: autor.

Desta forma, o erro associado ao modelo inicia-se pequeno para baixos teores de agregado graúdo, aumenta e torna a reduzir quando o espécime se aproxima de teores mais elevados. Tal correção se justifica pela própria hipótese simplificadora adotada segundo a qual o pulso se propaga em um meio heterogêneo como se em um meio homogêneo estivesse, ou seja, tanto na ausência de agregados, quanto no limite da saturação essa hipótese se torna mais próxima.

A partir da linha de tendência apresentada na Figura 3.16 é possível estabelecer uma correção endereçada ao problema analisado. Assim, apresenta-se a Eq. (3.6) que relaciona o valor calculado pela ANN 3 ( $CaC_{ANN3}$ ) ao seu valor corrigido ( $CaC^*$ ).

$$CaC^*(CaC_{ANN3}) = \begin{cases} 0.5 - 0.2034 \cdot \sqrt{5.837 - 9.833(CaC_{ANN3})}, & \text{if } CaC_{ANN3} < 0.5 \\ 0.5, & \text{if } CaC_{ANN3} \geq 0.5 \end{cases} \quad (3.6)$$

Para verificar a adequação da Eq. (3.6), um novo conjunto de amostras foi gerado. Desta forma, a Tabela 3.10 apresenta o resultado real esperado ( $CaC$ ), a resposta da rede neural ( $CaC_{ANN3}$ ) e o seu valor corrigido pela Eq. (3.6), i. e.,  $CaC^*$ .

Tabela 3.10 – Verificação da qualidade da correção proporcionada pela adoção da Eq. (3.6).

Teor real ( $CaC$ )	Resposta da ANN 3 ( $CaC_{ANN3}$ )	Valor corrigido ( $CaC^*$ )
2.0%	2.9%	2.1%
10.9%	20.6%	10.3%
21.4%	37.9%	20.4%
34.2%	52.6%	33.4%
49.9%	61.1%	50.0%

Fonte: autor.

Salienta-se que a Eq. (3.6) não tem caráter geral e precisa ser analisada para cada nova arquitetura de rede neural construída. No entanto, devido aos custos computacionais

envolvidos na geração de um banco de dados de caminhos atualizados, essa abordagem pode ser conveniente, além de apresentar resultados satisfatórios.

### 3.5 CONCLUSÕES DO CAPÍTULO

Este capítulo propôs uma estratégia que combinou redes neurais artificiais à técnica de UPV com o intuito de estimar o teor de agregados graúdos de uma seção em concreto.

Três redes neurais artificiais foram avaliadas. As duas primeiras resolveram um problema de classificação, enquanto a terceira resolveu um problema de regressão. Os dados de entrada corresponderam ao tempo de propagação de pulsos ultrassônicos medidos em diferentes trajetórias (*paths*). Foram utilizados dois conjuntos de trajetórias, o primeiro com 13 *paths* (utilizado na ANN 1 e ANN 2) e o segundo com 22 *paths* (utilizado na ANN 3).

Todas as arquiteturas analisadas foram eficientes na identificação do teor de agregados graúdos. Entretanto, a ANN 3 se destacou entre as demais, tendo o melhor desempenho, inclusive ao ser confrontada com outros algoritmos de regressão, a saber: *XGB Regressor*, *Random Forest* e OLS.

Além disso, uma estimativa do erro associado à adoção de trajetórias retilíneas, ao invés de trajetórias atualizadas, foi proposta. Tal estimativa de erro forneceu uma equação de correção permitindo que uma rede treinada com trajetórias retilíneas seja utilizada para um conjunto de dados com trajetórias não retilíneas e, ainda assim, apresente resultados aceitáveis.

A performance satisfatória da técnica proposta neste trabalho instiga futuras investigações que venham a contribuir para a efetivação de uma metodologia capaz de estimar o teor de agregados graúdos em estruturas de concreto a partir de testes de UPV.



4

# FORMULAÇÃO E SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO FENÔMENO ACUSTOELÁSTICO

---

A investigação do fenômeno acustoelástico guarda desafios particulares em função da sensibilidade das medições. Tal dificuldade se torna ainda mais aguda quando os elementos investigados são em concreto, em função das heterogeneidades intrínsecas do material. Além disso, o processo de carregamento suscita o aparecimento de danificações que podem encobrir a captura do fenômeno. Diante disso, a adequação de formulações tendo em vista a simulação numérica do problema ganha importância, na medida em que é através dela que diferentes características do problema podem ser estudadas de forma isolada. Neste capítulo será apresentada a aplicação do material proposto por Murnaghan (1937) ao método dos elementos finitos em sua abordagem posicional.

## 4.1 INTRODUÇÃO AO PROBLEMA

As aplicações das técnicas de velocidade de pulso ultrassônico (UPV) como alternativa para a avaliação não destrutiva de estruturas em concreto datam de meados do século passado, como apresentado nos desenvolvimentos de Jones (1963), que utilizou o pulso ultrassônico

para avaliar a presença de fissuras em elementos de concreto. A investigação do nível de tensão em estruturas a partir da aplicação de pulsos ultrassônicos também não é recente, Egle e Bray (1976) investigaram a variação da velocidade do pulso ultrassônico em trilhos ferroviários para diferentes níveis de tensão. Entretanto, as investigações e os desenvolvimentos nesta área seguem com grande demanda em função das vantagens associadas a uma abordagem de avaliação não destrutiva. Dessa forma, conforme discutido nos capítulos anteriores, há inúmeras aplicações recentes que avançam nesta área.

Como descrito na seção 2.1, a velocidade das *p-wave* e *s-wave* podem ser escritas em função das propriedades elásticas do meio. Tais relações são conclusões diretas das equações de Navier-Cauchy (Eq. (4.1)) e, portanto, são válidas para um contínuo elástico e linear para o qual a variação de tensões não é capaz de modificar as suas propriedades.

$$(G + \lambda)\nabla(\nabla \cdot \vec{u}) + G\nabla^2\vec{u} + \vec{b} = \rho\ddot{\vec{u}} \quad (4.1)$$

Assim, a correlação entre a variação da velocidade relativa de um pulso ultrassônico ( $\Delta V/V$ ) e o nível de tensão, isto é, o estudo do efeito acustoelástico só foi possível após a descrição proposta por Hughes e Kelly (1953). Estes autores se apoiaram nos desenvolvimentos da teoria de Murnaghan (1937), que propôs um modelo constitutivo hiperelástico dotado de termos de terceira ordem.

Tal desenvolvimento continua a subsidiar pesquisas recentes. Hussin et al. (2020) tendo construído, em laboratório, uma viga em seção caixão de 6 m de comprimento, aplicaram forças de protensão e acompanharam a variação da velocidade de pulsos ultrassônicos ao longo da peça. Os autores verificaram que, tanto a velocidade quanto a amplitude do sinal foram aumentados quando a intensidade da força de protensão era acrescida. Tal fato suscitou aos autores a possibilidade de que este arranjo também pudesse ser usado no monitoramento da estrutura ao longo do tempo.

Zhong et al. (2021) também estudaram o fenômeno acustoelástico aplicado à avaliação de elementos protendidos, seu exame experimental foi realizado em uma viga protendida de 40 m e se mostrou efetivo para a estimativa do nível de protensão ao longo do elemento. Estes pesquisadores também trouxeram contribuições importantes para a verificação experimental de  $\Delta V/V$ , ao propor uma análise por DPWI (*direct p-wave interferometry*) que, segundo eles, fornece resultados mais acurados e de menor variabilidade que a técnica de *coda wave interferometry* (CWI). Os autores justificam esta conclusão argumentando que a técnica DPWI se ocupa da primeira frente de onda, enquanto a CWI busca informações na onda de cauda, que já percorreu uma maior região do contínuo.

Entretanto, existem outros resultados positivos na literatura com o uso da técnica de CWI, a exemplo dos reportados de Zhang et al. (2018). Estes autores se basearam em uma campanha experimental para desenvolverem uma lei de correlação entre o nível de tensão e a velocidade de *coda waves* emitidas em diferentes frequências. Nas análises em corpos de prova, os autores observaram que, com a aplicação da tensão, a velocidade medida também era incrementada, tal fato foi justificado com o fechamento dos poros em razão da compressão aplicada. Conclusões semelhantes também foram apontadas por outros pesquisadores utilizando a técnica de CWI (PAYAN et al., 2011; SCHURR et al., 2011; BOMPAN e HAACH, 2018).

A principal estratégia para o estudo da variação da velocidade do pulso ultrassônico sob tensão requer a caracterização do material na obtenção de suas constantes acustoelásticas, tal estudo é avançado para outros materiais como o aço e o alumínio (WANG et al., 2022; NOGUEIRA, 2017; LI et al., 2016; LEISK e SAIGAL, 1995). Entretanto, para elementos em concreto há desafios particulares, uma vez que modificações na sua constituição podem impactar severamente na caracterização do efeito. Shin et al. (2016) demonstraram, para um certo conjunto de dados experimentais, que uma modificação na relação *a/c* de +25% representou uma variação dos parâmetros acustoelásticos de +80,7%.

Embora apresente grande variabilidade, conforme registrado Lillamand et al. (2010), as constantes acustoelásticas para o concreto chegam a ser 10 vezes superior àquelas determinadas para o aço. Tal fato enseja pesquisas nesta área em função do seu potencial de aplicação. Todavia, como os autores mencionados advertem, a não uniformidade das tensões, que é marcante em exames experimentais de pequenos corpos de prova, constitui um desafio ao extrapolar os resultados para maiores volumes de concreto.

Zhang et al. (2012) também avaliaram as propriedades acustoelásticas do concreto quando sujeito à tração. Os autores puderam dividir a análise em dois intervalos, o primeiro correspondendo à fase elástica, que é a de interesse ao estudo acustoelástico, e a segunda à fase plástica, descrevendo à micro fissuração. A presença da tração fez com que a velocidade da onda diminuísse, o que concorda com os resultados que afirmaram que na presença de compressão a velocidade aumenta (STÄHLER, 2011; LAROSE e HALL, 2009).

Acrescenta-se ainda que, tanto para o concreto, quanto para outros materiais nos quais o efeito é estudado, verifica-se um impacto nos resultados quando na presença de características viscoelásticas. Deste modo, há potencial influência da variação de temperatura e umidade nos resultados colhidos (ZHANG et al., 2013; ZHU et al., 2018).

Outro dado que dificulta a aferição das propriedades acustoelásticas é o histórico de carregamento (ZHAN, et al., 2020). Gondim e Haach (2021) realizaram ensaios de carga-descarga em espécimes prismáticos de concreto e verificaram que o processo de danificação não pode ser negligenciado no estudo acustoelástico, sobretudo por possuírem efeitos contrários na velocidade de propagação da onda.

Assim, em função da variedade de aspectos a considerar, a aplicação de alternativas numéricas que permitam simular o fenômeno no intuito de isolar algumas de suas particularidades se apresenta como uma ferramenta importante. Entretanto, tal abordagem representa uma lacuna nos avanços dessa área do conhecimento, existindo poucas pesquisas que se dediquem a esta natureza de análise.

Pode-se destacar os trabalhos realizados por Abbasi e Ozevin (2016) que conduziram simulações numéricas com auxílio do COMSOL Multiphysics® para a análise de chapas de parede espessa. Após definir um material dotado dos parâmetros de terceira ordem de Murnaghan (1937), o objetivo dos autores foi verificar alterações nas constantes acustoelásticas ( $K_1$  e  $K_2$ ), quando a espessura da chapa é variada frente às diferentes configurações de medição.

As constantes acustoelásticas acima referidas se referem àquelas propostas por Jassby and Saltoun (1982). Tais constantes estão reproduzidas na Eq. (4.2), que particulariza o estudo para as tensões principais analisadas em um estado plano de tensões ( $\sigma_{11}$  e  $\sigma_{22}$ ).

$$\frac{\Delta V}{V} = K_1 \sigma_{11} + K_2 \sigma_{22} \quad (4.2)$$

Abbasi e Ozevin (2016) concluíram que nos modelos de placas mais espessas, tal espessura influenciava nos valores colhidos para as constantes acustoelásticas. Para mitigar este problema, os autores sugeriram a aplicação de transdutores de 1 MHz, uma vez que a influencia da espessura das chapas foi reduzida com a adoção desta configuração.

Berjamin et al. (2019) também aplicaram o modelo de material de Murnaghan (1937) em simulações numéricas com vistas a ponderar o efeito de *softening* em materiais como rochas e concreto. Li et al. (2020) realizaram simulações numéricas do efeito acustoelástico observando o impacto de diferentes esquemas de integração temporal. Todas as análises foram realizadas no domínio do tempo por meio da técnica de elementos finitos.

Assim, para contribuir com essa frente de pesquisa, o presente trabalho apresenta uma metodologia para a simulação numérica do efeito acustoelástico por meio da aplicação do método dos elementos finitos descrito em posições, que constitui uma abordagem

geometricamente exata (BONET et al., 2000; CODA, 2003), aliado a um modelo constitutivo deduzido a partir da energia específica de deformação proposta por Murnaghan (1937).

Tratando-se das estruturas em concreto, como um dos seus grandes desafios é a dissociação entre o efeito acustoelástico e a presença de danificação, os modelos numéricos apresentados também trarão análises na presença do dano, por meio do modelo proposto por Mazars (1984).

## 4.2 SOLUÇÃO DO PROBLEMA MECÂNICO

Como mencionado, a equação de Navier-Cauchy (Eq. (4.1)), que descreve o equilíbrio de meios contínuos elásticos e lineares, não é capaz de prever as relações existentes entre a tensão e a velocidade de uma onda propagada. Tal relação pode ser estabelecida, por exemplo, quando termos de ordem superior são introduzidos ao modelo de material. Este avanço foi realizado por Murnaghan (1937) cujo modelo proposto adicionou as constantes elásticas de terceira ordem ( $l$ ,  $m$  e  $n$ ) para materiais isotrópicos.

Portanto, para a reprodução numérica do fenômeno acustoelástico, neste trabalho foi aplicada a energia específica de deformação proposta por Murnaghan (1937) e, para atingir a generalidade em aplicações lineares ou não lineares geométricas, a descrição posicional para o método dos elementos finitos foi a adotada.

Nesta seção serão apresentados os desenvolvimentos realizados a partir da proposta de Murnaghan (1937) e a formulação do método dos elementos finitos em sua abordagem posicional, desenvolvida por Bonet et al. (2000) e Coda (2003).

### 4.2.1 MODELO CONSTITUTIVO

A energia específica de deformação proposta por Murnaghan (1937), denotada por  $\psi$ , está reproduzida na Eq. (4.3), escrita em função dos invariantes de deformação  $I_1$ ,  $I_2$  e  $I_3$ , Eq. (4.4). E, assim como realizado por Hughes e Kelly (1953), a medida de deformação adotada no presente trabalho será a deformação de Green-Lagrange ( $\mathbf{E}$ ). Por fim,  $G$  é o módulo de elasticidade transversal e  $\lambda$  a constante de Lamé.

$$\psi = \frac{(\lambda + 2G)}{2} I_1^2 - 2GI_2 + \frac{(l + 2m)}{3} I_1^3 - 2mI_1I_2 + nI_3 \quad (4.3)$$

$$\begin{aligned}
I_1 &= \text{tr}(\mathbf{E}) \\
I_2 &= \frac{1}{2} [I_1^2 - \text{tr}(\mathbf{E}^2)] \\
I_3 &= \det(\mathbf{E})
\end{aligned} \tag{4.4}$$

É sabido que a tensão é conjugada energética da deformação, neste caso, ao adotar a deformação de Green-Lagrange, estabelece-se que tal tensão, resultante da Eq. (4.5), refere-se ao tensor de Piola-Kirchhoff de segunda espécie ( $\mathbf{S}$ ).

$$\mathbf{S} = \frac{d\psi}{d\mathbf{E}} \tag{4.5}$$

De mesmo modo, o tensor constitutivo elástico fica definido por meio da Eq. (4.6).

$$\mathbb{C} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial \mathbf{E} \otimes \partial \mathbf{E}} \tag{4.6}$$

Todas as aplicações numéricas apresentadas neste trabalho foram realizadas para elementos sólidos bidimensionais, desta forma as simplificações pertinentes a este modelo foram aplicadas e estão suscintamente descritas nos subitens abaixo.

#### 4.2.1.1 Aplicação ao Estado Plano de Deformações (EPD)

Em se tratando do estado plano de deformações, e sabendo que o tensor de deformações apresenta simetria, estabeleceu-se que  $E_{13} = E_{31} = E_{23} = E_{32} = E_{33} = 0$ . Desta forma, a partir da aplicação da Eq. (4.5), as demais componentes de tensão foram deduzidas e estão definidas pelas Eq. (4.7), (4.8) e (4.9).

$$\begin{aligned}
S_{11} &= \frac{d\psi}{dE_{11}} = -2E_{22}G - 2E_{22}m(E_{11} + E_{22}) - 2m(E_{11}E_{22} - E_{12}^2) + (E_{11} + E_{22})^2(l + 2m) \\
&\quad + (2E_{11} + 2E_{22})(2G + \lambda)
\end{aligned} \tag{4.7}$$

$$\begin{aligned}
S_{22} &= \frac{d\psi}{dE_{22}} = -2E_{11}G - 2E_{11}m(E_{11} + E_{22}) - 2m(E_{11}E_{22} - E_{12}^2) + (E_{11} + E_{22})^2(l + 2m) \\
&\quad + (2E_{11} + 2E_{22})(2G + \lambda)
\end{aligned} \tag{4.8}$$

$$S_{12} = \frac{d\psi}{dE_{12}} = 4E_{12}(G + m(E_{11} + E_{22})) \tag{4.9}$$

O tensor constitutivo elástico, oriundo das relações da Eq. (4.6), também foi construído aproveitando-se das condições de simetria. Portanto, seus componentes estão resumidos na Eq. (4.10).

$$\begin{aligned}
\mathbf{C} &= \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 \psi}{\partial E_{11} \partial E_{11}} & \frac{\partial^2 \psi}{\partial E_{11} \partial E_{22}} & \frac{\partial^2 \psi}{\partial E_{11} \partial E_{12}} & \frac{\partial^2 \psi}{\partial E_{11} \partial E_{21}} \\ \frac{\partial^2 \psi}{\partial E_{22} \partial E_{11}} & \frac{\partial^2 \psi}{\partial E_{22} \partial E_{22}} & \frac{\partial^2 \psi}{\partial E_{22} \partial E_{12}} & \frac{\partial^2 \psi}{\partial E_{22} \partial E_{21}} \\ \frac{\partial^2 \psi}{\partial E_{12} \partial E_{11}} & \frac{\partial^2 \psi}{\partial E_{12} \partial E_{22}} & \frac{\partial^2 \psi}{\partial E_{12} \partial E_{12}} & \frac{\partial^2 \psi}{\partial E_{12} \partial E_{21}} \\ \frac{\partial^2 \psi}{\partial E_{21} \partial E_{11}} & \frac{\partial^2 \psi}{\partial E_{21} \partial E_{22}} & \frac{\partial^2 \psi}{\partial E_{21} \partial E_{12}} & \frac{\partial^2 \psi}{\partial E_{21} \partial E_{21}} \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 2l(E_{11} + E_{22}) + 4E_{11}m + 2G + \lambda & 2l(E_{11} + E_{22}) + \lambda & & \\ & 2l(E_{11} + E_{22}) + \lambda & 2l(E_{11} + E_{22}) + 4E_{22}m + 2G + \lambda & \\ & 4E_{12}m & & 4E_{12}m \\ & 4E_{21}m & & 4E_{21}m \\ & & 4E_{12}m & 4E_{21}m \\ & & 4E_{12}m & 4E_{21}m \\ 4m(E_{11} + E_{22}) + 4G & 4m(E_{11} + E_{22}) + 4G & & \\ 4m(E_{11} + E_{22}) + 4G & 4m(E_{11} + E_{22}) + 4G & & \end{pmatrix} \quad (4.10)
\end{aligned}$$

Verifica-se que, caso as constantes ( $l$ ,  $m$ ,  $n$ ), associadas aos termos de terceira ordem da Eq. (4.3), assumam valores nulos, as relações constitutivas do material voltam a reproduzir o comportamento puramente elástico e linear. Outro dado diz respeito à ordem de grandeza associada a tais constantes, ou seja, como elas aparecem multiplicadas por deformações, o seu efeito só será significativo para altos valores. Tal constatação está em acordo com as grandezas registradas na bibliografia após medições experimentais (NOGUEIRA, 2017; MOHABUTH et al., 2019).

#### 4.2.1.2 Aplicação ao Estado Plano de Tensões (EPT)

Considerando a simetria do tensor de tensões e em se tratando de uma análise no plano tem-se que  $S_{13} = S_{31} = S_{23} = S_{32} = S_{33} = 0$ . Outra consideração foi a de que  $E_{33} = \lambda(E_{11} + E_{22}) / (\lambda + 2G)$ . Assim, as componentes de tensão foram deduzidas como se apresenta nas Eq. (4.11), (4.12) e (4.13).

$$\begin{aligned}
S_{11} = \frac{d\psi}{dE_{11}} = & \frac{-E_{11}E_{22}\lambda n}{2G+\lambda} - \frac{E_{22}\lambda n(E_{11}+E_{22})}{2G+\lambda} - 2G\left(\frac{-E_{11}\lambda}{2G+\lambda} - \frac{E_{22}\lambda}{2G+\lambda} + E_{22} - \frac{\lambda(E_{11}+E_{22})}{2G+\lambda}\right) \\
& - 2m\left(\frac{-\lambda}{2G+\lambda} + 1\right)\left(E_{11}E_{22} - \frac{E_{11}\lambda(E_{11}+E_{22})}{2G+\lambda} - E_{12}^2 - \frac{E_{22}\lambda(E_{11}+E_{22})}{2G+\lambda}\right) \\
& - 2m\left(E_{11}+E_{22} - \frac{\lambda(E_{11}+E_{22})}{2G+\lambda}\right)\left(\frac{-E_{11}\lambda}{2G+\lambda} - \frac{E_{22}\lambda}{2G+\lambda} + E_{22} - \frac{\lambda(E_{11}+E_{22})}{2G+\lambda}\right) \\
& + \left(\frac{2G+\lambda}{2}\right)\left(\frac{-2\lambda}{2\lambda+\lambda} + 2\right)\left(E_{11}+E_{22} - \frac{\lambda(E_{11}+E_{22})}{2G+\lambda}\right) \\
& + \frac{(l+2m)}{3}\left(\frac{-3\lambda}{2G+\lambda} + 3\right)\left(E_{11}+E_{22} - \frac{\lambda(E_{11}+E_{22})}{2G+\lambda}\right)^2
\end{aligned} \tag{4.11}$$

$$\begin{aligned}
S_{22} = \frac{d\psi}{dE_{22}} = & \frac{-E_{11}E_{22}\lambda n}{2G+\lambda} - \frac{E_{11}\lambda n(E_{11}+E_{22})}{2G+\lambda} - 2G\left(\frac{-E_{11}\lambda}{2G+\lambda} + E_{11} - \frac{E_{22}\lambda}{2G+\lambda} - \frac{\lambda(E_{11}+E_{22})}{2G+\lambda}\right) \\
& - 2m\left(\frac{-\lambda}{2G+\lambda} + 1\right)\left(E_{11}E_{22} - \frac{E_{11}\lambda(E_{11}+E_{22})}{2G+\lambda} - E_{12}^2 - \frac{E_{22}\lambda(E_{11}+E_{22})}{2G+\lambda}\right) \\
& - 2m\left(E_{11}+E_{22} - \frac{\lambda(E_{11}+E_{22})}{2G+\lambda}\right)\left(\frac{-E_{11}\lambda}{2G+\lambda} + E_{11} - \frac{E_{22}\lambda}{2G+\lambda} - \frac{\lambda(E_{11}+E_{22})}{2G+\lambda}\right) \\
& + \left(\frac{2G+\lambda}{2}\right)\left(\frac{-2\lambda}{2G+\lambda} + 2\right)\left(E_{11}+E_{22} - \frac{\lambda(E_{11}+E_{22})}{2G+\lambda}\right) \\
& + \frac{(l+2m)}{3}\left(\frac{-3\lambda}{2G+\lambda} + 3\right)\left(E_{11}+E_{22} - \frac{\lambda(E_{11}+E_{22})}{2G+\lambda}\right)^2
\end{aligned} \tag{4.12}$$

$$S_{12} = \frac{d\psi}{dE_{12}} = 4E_{12}G + 4E_{12}m\left(E_{11}+E_{22} - \frac{\lambda(E_{11}+E_{22})}{2G+\lambda}\right) \tag{4.13}$$

Definido o tensor de tensões para o estudo do EPT, há de se calcular o tensor constitutivo elástico por meio da Eq. (4.6), também considerando as condições de simetria. Em função do tamanho das expressões deduzidas, será dado preferência por apresentar os termos do tensor de tensões individualmente, assim, obtêm-se os termos reproduzidos nas Eq. (4.14) à (4.23)

$$\begin{aligned}
C_{1111} = \frac{\partial^2\psi}{\partial E_{11}\partial E_{11}} = & \frac{-2E_{22}\lambda n}{2G+\lambda} + \frac{4G\lambda}{2G+\lambda} + \frac{4\lambda m}{2G+\lambda}\left(E_{11}+E_{22} - \frac{\lambda(E_{11}+E_{22})}{2G+\lambda}\right) \\
& - 4m\left(\frac{-\lambda}{2G+\lambda} + 1\right)\left(\frac{-E_{11}\lambda}{2G+\lambda} - \frac{E_{22}\lambda}{2G+\lambda} + E_{22} - \frac{\lambda(E_{11}+E_{22})}{2G+\lambda}\right) \\
& + \frac{(2G+\lambda)}{2}\left(\frac{-2\lambda}{2G+\lambda} + 2\right)\left(\frac{-\lambda}{2G+\lambda} + 1\right) \\
& + \frac{(l_a+2m_a)}{3}\left(\frac{-3\lambda}{2G+\lambda} + 3\right)\left(\frac{-2\lambda}{2G+\lambda} + 2\right)\left(E_{11}+E_{22} - \frac{\lambda(E_{11}+E_{22})}{2G+\lambda}\right)
\end{aligned} \tag{4.14}$$

$$\begin{aligned}
C_{1122} = C_{2211} &= \frac{\partial^2 \psi}{\partial E_{11} \partial E_{22}} = \frac{-E_{11} \lambda n}{2G + \lambda} - \frac{E_{22} \lambda n}{2G + \lambda} - 2G \left( \frac{-2\lambda}{2G + \lambda} + 1 \right) - \frac{\lambda n (E_{11} + E_{22})}{2G + \lambda} \\
&- 2m \left( \frac{-2\lambda}{2G + \lambda} + 1 \right) \left( E_{11} + E_{22} - \frac{\lambda (E_{11} + E_{22})}{2G + \lambda} \right) \\
&- 2m \left( \frac{-\lambda}{2G + \lambda} + 1 \right) \left( \frac{-E_{11} \lambda}{2G + \lambda} + E_{11} - \frac{E_{22} \lambda}{2G + \lambda} - \frac{\lambda (E_{11} + E_{22})}{2G + \lambda} \right) \\
&- 2m \left( \frac{-\lambda}{2G + \lambda} + 1 \right) \left( \frac{-E_{11} \lambda}{2G + \lambda} - \frac{E_{22} \lambda}{2G + \lambda} + E_{22} - \frac{\lambda (E_{11} + E_{22})}{2G + \lambda} \right) \\
&+ \frac{(2G + \lambda)}{2} \left( \frac{-2\lambda}{2G + \lambda} + 2 \right) \left( \frac{-\lambda}{2G + \lambda} + 1 \right) \\
&+ \frac{(l + 2m)}{3} \left( \frac{-3\lambda}{2G + \lambda} + 3 \right) \left( \frac{-2\lambda}{2G + \lambda} + 2 \right) \left( E_{11} + E_{22} - \frac{\lambda (E_{11} + E_{22})}{2G + \lambda} \right)
\end{aligned} \tag{4.15}$$

$$\begin{aligned}
C_{2222} &= \frac{\partial^2 \psi}{\partial E_{22} \partial E_{22}} = \frac{-2E_{11} \lambda n}{2G + \lambda} + \frac{4G\lambda}{2G + \lambda} + \frac{4\lambda m}{2G + \lambda} \left( E_{11} + E_{22} - \frac{\lambda (E_{11} + E_{22})}{2G + \lambda} \right) \\
&- 4m \left( \frac{-\lambda}{2G + \lambda} + 1 \right) \left( \frac{-E_{11} \lambda}{2G + \lambda} + E_{11} - \frac{E_{22} \lambda}{2G + \lambda} - \frac{\lambda (E_{11} + E_{22})}{2G + \lambda} \right) \\
&+ \frac{(2G + \lambda)}{2} \left( \frac{-2\lambda}{2G + \lambda} + 2 \right) \left( \frac{-\lambda}{2G + \lambda} + 1 \right) \\
&+ \frac{(l + 2m)}{3} \left( \frac{-3\lambda}{2G + \lambda} + 3 \right) \left( \frac{-2\lambda}{2G + \lambda} + 2 \right) \left( E_{11} + E_{22} - \frac{\lambda (E_{11} + E_{22})}{2G + \lambda} \right)
\end{aligned} \tag{4.16}$$

$$C_{1112} = C_{1211} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial E_{11} \partial E_{12}} = 4E_{12} m \left( \frac{-\lambda}{2G + \lambda} + 1 \right) \tag{4.17}$$

$$C_{2212} = C_{1222} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial E_{22} \partial E_{12}} = 4E_{12} m \left( \frac{-\lambda}{2G + \lambda} + 1 \right) \tag{4.18}$$

$$C_{1121} = C_{2111} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial E_{11} \partial E_{21}} = 4E_{21} m \left( \frac{-\lambda}{2G + \lambda} + 1 \right) \tag{4.19}$$

$$C_{2221} = C_{2122} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial E_{11} \partial E_{21}} = 4E_{21} m \left( \frac{-\lambda}{2G + \lambda} + 1 \right) \tag{4.20}$$

$$C_{1212} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial E_{12} \partial E_{12}} = 4G + 4m \left( E_{11} + E_{22} - \frac{\lambda (E_{11} + E_{22})}{2G + \lambda} \right) \tag{4.21}$$

$$C_{1221} = C_{2112} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial E_{12} \partial E_{21}} = 4G + 4m \left( E_{11} + E_{22} - \frac{\lambda (E_{11} + E_{22})}{2G + \lambda} \right) \tag{4.22}$$

$$C_{2121} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial E_{21} \partial E_{21}} = 4G + 4m \left( E_{11} + E_{22} - \frac{\lambda (E_{11} + E_{22})}{2G + \lambda} \right) \tag{4.23}$$

Portanto, ficam definidos os modelos constitutivos que podem ser aplicados aos estados planos de tensão e deformação, de modo que na seção seguinte será apresentada a formulação que recepcionará este modelo constitutivo.

#### 4.2.2 FORMULAÇÃO GEOMETRICAMENTE NÃO LINEAR

A formulação do Método dos Elementos Finitos descrito em termos das posições nodais, doravante mencionado como MEF-P, se assenta sob o Princípio da Estacionariedade, segundo o qual a primeira variação da Energia Mecânica Total é nula para as configurações de equilíbrio. A Eq. (4.24) traduz este Princípio, na qual  $\delta U$ ,  $\delta P$  e  $\delta K$  representam, respectivamente, a primeira variação da energia de deformação, do potencial das forças externas e da energia cinética em  $\delta \vec{Y}$ .

$$\delta \Pi = \left( \frac{\partial U}{\partial \vec{Y}} + \frac{\partial P}{\partial \vec{Y}} + \frac{\partial K}{\partial \vec{Y}} \right) \delta \vec{Y} = \delta U + \delta P + \delta K = \vec{0} \quad (4.24)$$

Para esta etapa das análises será considerado um problema estático, que corresponde ao instante de carregamento do elemento estrutural anterior à propagação do pulso ultrassônico, portanto, a parcela relacionada à energia cinética pode ser desconsiderada.

Assim, o Princípio da Estacionariedade fica reescrito sob a forma da Eq. (4.25), na qual a força interna é dada pela integral do produto tensorial entre  $\mathbf{S}$  e  $\delta \mathbf{E}$  (ver Eq. (4.28)),  $\vec{p}^o$  representa as forças de superfície,  $\vec{b}^o$  as forças de corpo e  $\delta \vec{y}$  a variação da posição. Verifica-se que a formulação é Lagrangiana Total, ou seja, a posição inicial e indeformada é tomada como referencial.

$$\delta \Pi = \int_{V_o} \mathbf{S} : \delta \mathbf{E} dV_o - \int_{V_o} \vec{b}^o \delta \vec{y} dV_o - \int_{A_o} \vec{p}^o \delta \vec{y} dA_o = 0 \quad (4.25)$$

Sobre a Eq. (4.25) é aplicada a técnica de elementos finitos, de modo que ela é reescrita em termos dos volumes dos elementos da discretização. Isto está indicado na Eq. (4.26), na qual  $\mathbf{B}$  e  $\mathbf{Q}$  são as forças de corpo e cargas nodalizadas, respectivamente, e  $\varphi(\xi)$  as funções de forma, que estão descritas em termos das coordenadas adimensionais do mapeamento,  $\xi$ .

$$\int_{V_o^{el}} \mathbf{S} : \delta \mathbf{E} dV_o^{el} - \int_{V_o^{el}} \varphi(\xi) \otimes \varphi(\xi) \mathbf{B} dV_o^{el} - \int_{A_o^{el}} \varphi(\xi) \otimes \varphi(\xi) \mathbf{Q} dA_o^{el} = \vec{0} \quad (4.26)$$

Poder-se-ia ainda acrescentar a parcela relativa às forças pontuais, que está aqui omitida.

A Eq. (4.25) é análoga à Eq. (4.24), pois  $\delta U$  representa as forças internas e  $\delta P$  as forças externas, que serão conservativas nas análises de interesse deste trabalho. Deste modo, tal expressão pode ser reescrita sob a forma da Eq. (4.27).

$$\delta \Pi = \vec{F}^{\text{int}}(t) - \vec{F}^{\text{ext}}(t) = \frac{\partial U(\vec{Y})}{\partial \vec{Y}} - \vec{F}^{\text{ext}}(t) = \vec{0} \quad (4.27)$$

Neste ponto é importante recobrar que a energia de deformação ( $U$ ) depende do modelo constitutivo adotado, logo o seu cálculo considerará os desenvolvimentos da seção 4.2.1, como indica a Eq. (4.28).

$$\vec{F}^{\text{int}} = \frac{\partial U(\vec{Y})}{\partial \vec{Y}} = \int_{V_o} \frac{\partial \psi}{\partial \vec{Y}} dV_o = \int_{V_o} \frac{\partial \psi}{\partial \mathbf{E}} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \vec{Y}} dV_o = \int_{V_o} \mathbf{S} : \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \vec{Y}} dV_o \quad (4.28)$$

A solução da Eq. (4.27) será obtida por meio da aplicação do método de Newton-Raphson para a solução do problema não linear, que está descrito em termos das posições nodais atuais. Desta forma, durante o processo de solução, o vetor posição atual ( $\vec{Y}$ ) é conhecido apenas como uma tentativa ( $\vec{Y}^*$ ), conseqüentemente a igualdade dá lugar a um desbalanceamento mecânico, Eq. (4.29).

$$\vec{g}(\vec{Y}) = \frac{\partial U(\vec{Y}^*)}{\partial \vec{Y}^*} - \vec{F}^{\text{ext}}(t) \quad (4.29)$$

Tomando o segundo termo da série de Taylor aplicada à Eq. (4.29) obtêm-se a Eq. (4.30).

$$\vec{g}(\vec{Y}) = \vec{g}(\vec{Y}^*) + \left. \frac{\partial \vec{g}}{\partial \vec{Y}^*} \right|_{\vec{Y}^*} \Delta \vec{Y} \cong \vec{0} \quad (4.30)$$

Assim, a Eq. (4.31) define o fator de correção ( $\Delta \vec{Y}$ ) para a próxima posição tentativa ( $\vec{Y}^* = \vec{Y}^* + \Delta \vec{Y}$ ), na qual  $\mathbf{H}$  é a matriz Hessiana ou rigidez tangente (Eq. (4.32)).

$$\Delta \vec{Y} = - \left( \left. \frac{\partial \vec{g}}{\partial \vec{Y}^*} \right|_{\vec{Y}^*} \right)^{-1} \vec{g}(\vec{Y}^*) = - \left( \frac{\partial^2 U}{\partial \vec{Y} \otimes \partial \vec{Y}} \right)^{-1} \vec{g}(\vec{Y}^*) = -(\mathbf{H})^{-1} \vec{g}(\vec{Y}^*) \quad (4.31)$$

$$\mathbf{H} = \frac{\partial^2 U}{\partial \vec{Y} \otimes \partial \vec{Y}} = \int_{V_o} \frac{\partial}{\partial \vec{Y}} \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial \mathbf{E}} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \vec{Y}} \right) dV_o = \int_{V_o} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \vec{Y}} : \mathbf{C} : \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \vec{Y}} + \mathbf{S} : \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial \vec{Y} \otimes \partial \vec{Y}} dV_o \quad (4.32)$$

Considerando  $\vec{X}$  o vetor que descreve as posições nodais iniciais da estrutura, o problema terá convergido quanto a tolerância ( $tol$ ), expressa na Eq. (4.33), for atendida.

$$tol \leq \frac{|\Delta \vec{Y}|}{|\vec{X}|} \quad (4.33)$$

Dessa forma, a não linearidade introduzida ao modelo constitutivo por meio dos parâmetros de Murnaghan (1937) se faz presente no cálculo das forças internas e também na determinação da matriz de rigidez tangente do problema. Além disso, na presença de uma pronunciada não linearidade geométrica, estes efeitos serão considerados, tal característica dá a esta metodologia um caráter geral.

Por fim, detalhes adicionais a respeito do método dos elementos finitos em sua abordagem posicional podem ser consultados nos Apêndices D e E.

### 4.3 SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO PULSO ULTRASSÔNICO

Nesta seção serão apresentados os fundamentos da metodologia implementada computacionalmente, bem como as estratégias utilizadas para a determinação de uma malha de elementos finitos representativa para um problema de propagação de ondas.

#### 4.3.1 EQUILÍBRIO DINÂMICO E INTEGRAÇÃO TEMPORAL

A simulação numérica dar-se-á em duas etapas. Na primeira delas, a carga externa será aplicada ao elemento estrutural, de modo que as não linearidades se manifestarão na construção da matriz de rigidez tangente e no vetor de forças internas. Portanto, ao final da primeira etapa o elemento estará equilibrado e retido em sua posição deslocada. Na sequência é iniciada a segunda etapa, que corresponde ao ensaio de pulso ultrassônico, sendo este uma avaliação eminentemente linear, uma vez que a propagação do pulso não é capaz de alterar de forma apreciável as propriedades do material ou a sua posição.

Diante disso, a equação de equilíbrio dinâmico pode ser reescrita sob a forma da Eq. (4.34), na qual  $\mathbf{M}$  é a matriz de massa do elemento,  $\vec{d}(t)$  os deslocamentos nodais e  $\vec{P}(t)$  a amplitude do pulso ultrassônico em cada instante  $t$  de tempo.

$$\mathbf{M}\ddot{\vec{d}}(t) + \mathbf{H}\dot{\vec{d}}(t) = \vec{P}(t) \quad (4.34)$$

Para a solução numérica deste problema, foi empregado o algoritmo de integração de Newmark, adotando  $\gamma = 1/2$  e  $\beta = 1/4$ . Assim, foram definidas duas variáveis auxiliares para o processo de integração temporal. A primeira delas foi a matriz pseudo-Hessiana, Eq. (4.35), e a segunda o vetor de pseudo-pulso, representado pela Eq. (4.36).

$$\mathbf{H}_{pseud} = \mathbf{H} + \frac{4}{\Delta t^2} \mathbf{M} \quad (4.35)$$

$$\vec{P}_{pseud}(t) = \vec{P}(t) + \mathbf{M} \left( \vec{\ddot{d}}(t-1) + \frac{4}{\Delta t} \vec{\dot{d}}(t-1) + \frac{4}{\Delta t^2} \vec{d}(t-1) \right) \quad (4.36)$$

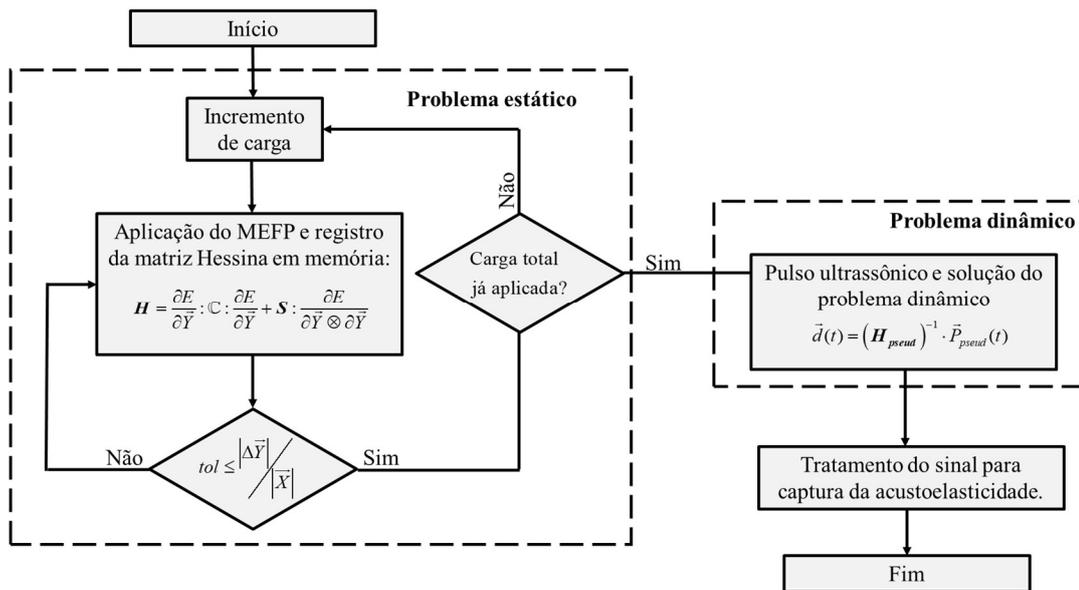
A consideração de que os deslocamentos diferidos pelo pulso ultrassônico não são capazes de produzir apreciável modificação à matriz pseudo-Hessiana, permite acelerar o processo de integração temporal resumindo a solução para cada instante de tempo à Eq. (4.37).

$$\vec{d}(t) = (\mathbf{H}_{pseud})^{-1} \cdot \vec{P}_{pseud}(t) \quad (4.37)$$

Esta é uma consideração importante e que diminui o custo computacional, uma vez que a inversa da matriz pseudo-Hessiana precisa ser calculada apenas uma vez, antes da integração temporal.

Dessa forma, a solução do problema pode ser colocada em termos do fluxograma da Figura 4.1.

Figura 4.1 – Fluxograma do algoritmo para simulação e captura do fenômeno acustoelástico.



Fonte: autor.

### 4.3.2 DETERMINAÇÃO DA MALHA DE ELEMENTOS FINITOS

Em métodos de integração temporal implícitos, como é o algoritmo de Newmark, o equilíbrio é sempre satisfeito para um instante  $t + \Delta t$ , de modo que se tem um processo de evolução incondicionalmente estável. Entretanto, como o problema abordado neste trabalho envolve a propagação de ondas, o passo de tempo escolhido deve ser suficientemente pequeno, ainda que o algoritmo de integração temporal não demande isto.

No contexto dos algoritmos de integração implícitos, há a condição de Courant-Friedrichs-Lewy (1928) para estabilidade numérica, também reproduzida por Bathe (1996), que define um passo de tempo máximo igual a  $\Delta t \leq L_e/c_p$ , em que  $L_e$  corresponde ao comprimento característico do elemento finito. Ou seja, fisicamente esta definição traduz que o passo de tempo deve ser suficientemente grande para que o pulso percorra um elemento finito, portanto, esta é uma definição de interesse para este trabalho uma vez que a presença de elementos excessivamente grandes pode filtrar as mais altas frequências.

Outros autores, tratando do problema de propagação de ondas, particularizam a condição de Courant-Friedrichs-Lewy para uma heurística segundo a qual o passo de tempo máximo pode ser estabelecido conforme a Eq. (4.38), ou seja, o comprimento característico do elemento é tomado igual a  $L_e = \lambda_{min}/20$  (HORA e MICHÁLEK, 2000; WOO et al., 2007; MAIO e FROMME, 2022).

$$\Delta t_{\max} \leq \frac{\lambda_{\min}}{20 \cdot c_p} \quad (4.38)$$

Nesta abordagem, deve-se considerar para o cálculo do comprimento de onda mínimo a relação entre a velocidade mínima da onda no meio ( $c_s$ , *s-wave*) e a sua frequência máxima, isto é,  $\lambda_{min} = c_s/f_{max}$ .

Como a Eq. (4.38) traduz uma heurística, outros autores estabeleceram valores distintos para o comprimento característico. Por exemplo, em seus estudos Markovic et al. (2015) consideraram  $L_e = \lambda_{min}/14$ , Yang e Hung (2009) sugeriram  $L_e = \lambda_{min}/12$ , Gerasimov et al. (2016) admitiu em suas análises o intervalo de  $L_e = [\lambda_{min}/10, \lambda_{min}/12]$  e, por fim, Drozd (2008) observa que este valor admite até o limite inferior de  $L_e = \lambda_{min}/7$ .

Outros autores (ZERWER et al., 2003; WICIAK et al., 2021) utilizam a Eq. (4.39) para estimar o tamanho característico do elemento finito, nesta expressão  $\zeta$  descreve a natureza da matriz de massa empregada, valendo 0,25 caso a matriz de massa seja consistente e 0,20 caso a matriz de massa seja diagonal (*lumped*), o que corresponde a uma exigência mais flexível em comparação às anteriormente reportadas.

$$L_e \leq \zeta \cdot \lambda_{\min} \quad (4.39)$$

Em função disso, neste trabalho foi aplicada a Eq. (4.38), por considerar a configuração de  $L_e = \lambda_{min}/20$  a mais restritiva.

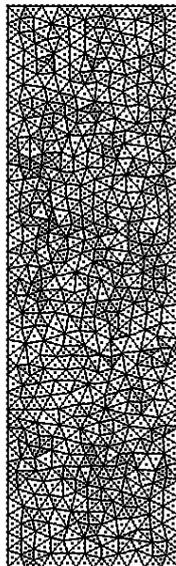
#### 4.3.2.1 VALIDAÇÃO DA VELOCIDADE DE PULSO ULTRASSÔNICO

As análises numéricas conduzidas neste capítulo com vistas à captura do efeito acustoelástico foram realizadas para um material com coeficiente de Poisson igual a 0,21 e módulo de elasticidade de 42390 MPa. Supondo uma densidade igual a 2400 kg/m<sup>3</sup>, é possível calcular a velocidade da onda longitudinal (*p-wave*) a partir da Eq. (2.1), resultando em 4458,9 m/s.

Considerando que a propagação da onda se dará ao longo de um comprimento de 50 cm, espera-se que o tempo de propagação seja de aproximadamente 112,1  $\mu$ s. Assim, a validação da malha de elementos finitos diz respeito à capacidade do modelo de reproduzir este tempo de chegada.

Esta análise foi realizada para um conjunto de modelos, tendo conduzido à malha apresentada na Figura 4.2, que está em acordo com a heurística apresentada na seção anterior. Esta malha foi constituída de 958 elementos triangulares cúbicos, que são elementos formados por dez nós, com dois graus de liberdade por nó, possuindo sete pontos de integração em seu domínio.

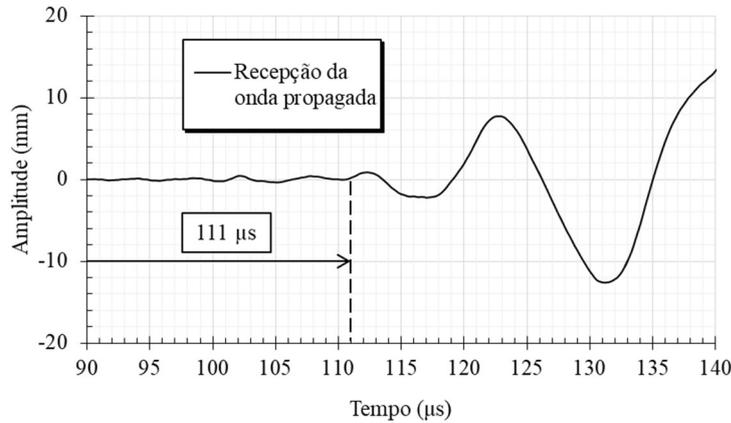
Figura 4.2 – Malha de elementos finitos adotada para o estudo da acustoelasticidade.



Fonte: autor.

O tempo de chegada pode ser calculado a partir da primeira crista da onda, descontando 25% do seu período de propagação (SANTOS, 2021). Esta estratégia se mostra produtora na medida em que o critério da primeira ordenada diferente de zero pode conduzir a erros numéricos. Assim, o tempo de propagação alcançado no modelo em estudo pode ser consultado na Figura 4.3.

Figura 4.3 – Validação do tempo de chegada do pulso ultrassônico.



Fonte: autor.

Portanto, tendo obtido uma diferença inferior a 1%, entre o valor teórico e o numericamente calculado, a malha de elementos finitos foi julgada adequada para as aplicações que serão apresentadas no item 4.7.

#### 4.4 AVALIAÇÃO DA VARIAÇÃO DE VELOCIDADES

Conforme discutido na seção 4.1, diversos autores têm proposto alternativas para a aferição do tempo de atraso entre dois sinais medidos, isto é, a variação de velocidade obtida em pulsos propagados antes e após a aplicação de tensão. Tal ocupação é fulcral para o estudo da acustoelasticidade, pois as pequenas variações de velocidade demandam métodos acurados para correta observação do fenômeno.

Neste trabalho será reproduzida a estratégia aplicada por Snieder et al. (2002), Gondim e Haach (2021), segundo a qual o *delay* entre dois sinais pode ser identificado por meio da aplicação da função de correlação cruzada (*CC*, *cross-correlation*), Eq. (4.40).

$$CC(t_s) = \frac{\int_{t_c+T}^{t_c+T} u_0(t)u_1(t-t_s)dt}{\sqrt{\int_{t_c+T}^{t_c+T} u_0^2(t)dt \int_{t_c+T}^{t_c+T} u_1^2(t)dt}} \quad (4.40)$$

Nesta expressão,  $u_0(t)$  representa o sinal medido em um elemento ausente de tensões, e  $u_1(t)$  o sinal medido após a imposição de um campo de tensões. Assim, o deslocamento dos dois sinais até o ponto em que a função de  $CC(t_s)$  tem seu valor máximo corresponde ao tempo de atraso entre eles,  $\Delta t_{ccmax}$ .

Naturalmente, o cálculo da função de correlação cruzada é realizado para uma janela de tempo (por exemplo, igual ao dobro do período da onda) e um tempo central  $t_c$ . Dessa forma, diferentes valores podem ser atribuídos a  $\Delta t_{cc}$ , dependendo do trecho do sinal na qual a janela for estabelecida. Neste trabalho as medições foram feitas procurando enquadrar o tempo inicial da frente de onda, como será discutido no item 4.7.5.

O critério reportado acima foi o adotado neste trabalho, entretanto, por completude, cabe mencionar a aplicação conduzida por Piersol (1981), Abbasi e Ozevin (2016). Estes autores aplicaram uma análise no domínio da frequência por meio da medição do deslocamento de fase. Este atraso é descrito por meio da Eq. (4.41).

$$\Delta t = \frac{\Delta\phi(f)}{2\pi f} \quad (4.41)$$

Na Eq. (4.41),  $\Delta t$  representa o atraso no tempo de chegada,  $f$  é a frequência de pico no espectro, e  $\Delta\phi(f)$  é o deslocamento de fase (*shift in phase*) correspondente à frequência de pico.

#### 4.5 APLICAÇÃO DO MODELO DE DANO DE MAZARS (1984)

A taxa de variação da velocidade na presença de um campo de tensões ( $\Delta V/V$ ) será avaliada com e sem a consideração de danificação do material. Para os casos em que o dano está considerado, foi empregado o modelo proposto por Mazars (1984).

Trata-se de um modelo de dano isotrópico que necessita de ao menos uma componente positiva no tensor de tensões para que se desenvolva. Além disso, é necessário salientar que este modelo não considera a presença de deformações plásticas e foi desenvolvido para carregamentos crescentes e monotônicos.

A variável de dano corresponde a um escalar,  $D$ , que penaliza o módulo de elasticidade da estrutura, conforme apresentado pela Eq. (4.42). Nesta expressão  $E_o$  e  $E$  representam o módulo de elasticidade antes e após a danificação, respectivamente.

$$E = (1 - D)E_o \quad (4.42)$$

A danificação é calculada e aplicada sobre o módulo de elasticidade sempre que a deformação equivalente (Eq. (4.43)) for superior ao valor da função  $S(D)$ . Esta função inicialmente se refere à máxima deformação admitida antes da fissuração ( $\varepsilon_{d0}$ ) e, após o início da danificação, passa a assumir o último valor de deformação atingido. Assim, o dano ocorrerá sempre que a inequação da Eq. (4.44) for verdadeira.

$$\varepsilon_{eq} = \sqrt{(\varepsilon_1)_+^2 + (\varepsilon_2)_+^2 + (\varepsilon_3)_+^2} \quad (4.43)$$

$$f(\varepsilon_{eq}, S(D)) = \varepsilon_{eq} - S(D) > 0 \quad (4.44)$$

É importante salientar que a variável de dano é calculada para cada ponto de integração do domínio e sempre estará compreendida entre 0 e 1, sendo calculada como uma combinação linear entre os danos à tração e à compressão, como o indicado na Eq. (4.45).

$$D = \alpha_T D_T + \alpha_C D_C \quad (4.45)$$

Quando se tratar de uma sollicitação de tração uniaxial tem-se  $D = D_T$ , quando de compressão uniaxial  $D = D_C$ . Portanto, o ajuste entre estes dois limites é realizado pelos ponderadores  $\alpha_T$  e  $\alpha_C$ .

Na análise presente há interesse nos estados biaxiais de tensão, em função disso, o cálculo dos ponderadores foi realizado de acordo com as Eq. (4.46) e (4.47), propostas por Perego (1990).

$$\alpha_T = \frac{\sum_i (\varepsilon_{Ti})_+}{\varepsilon_V^+} \quad (4.46)$$

$$\alpha_C = \frac{\sum_i (\varepsilon_{Ci})_+}{\varepsilon_V^+} \quad (4.47)$$

Os valores de  $\Sigma(\varepsilon_{Ti})_+$  e  $\Sigma(\varepsilon_{Ci})_+$  constituem os traços das parcelas positivas dos tensores de deformação principais positivo e negativo, respectivamente, e  $\varepsilon_V^+$  representa a soma entre estes dois termos.

Finalmente, as componentes do dano à tração e à compressão estão indicadas nas Eq. (4.48) e (4.49), nas quais  $A_T$ ,  $B_T$ ,  $A_C$  e  $B_C$  são parâmetros empregados na calibração do modelo.

$$D_T = 1 - \frac{\varepsilon_{d0}(1 - A_T)}{\varepsilon_{eq}} - \frac{A_T}{\exp[B_T(\varepsilon_{eq} - \varepsilon_{d0})]} \quad (4.48)$$

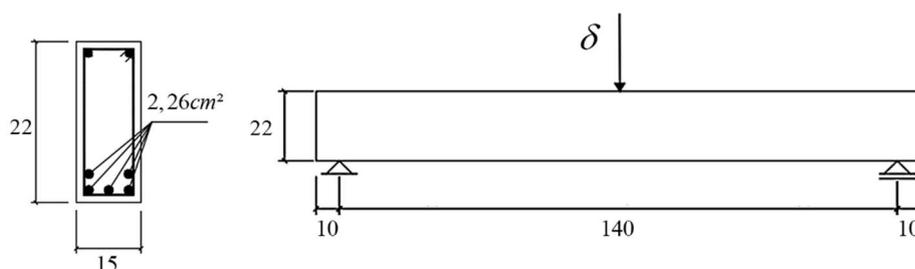
$$D_C = 1 - \frac{\varepsilon_{d0}(1 - A_C)}{\varepsilon_{eq}} - \frac{A_C}{\exp[B_C(\varepsilon_{eq} - \varepsilon_{d0})]} \quad (4.49)$$

A implementação desse modelo de dano foi feita para a formulação posicional do método dos elementos finitos.

#### 4.5.1.1 VALIDAÇÃO DO DANO IMPLEMENTADO

Com vistas a indicar o desempenho da implementação do dano, esta foi verificada junto a uma estrutura usual. Assim, esta aplicação será aqui apresentada e validada para a viga de concreto armado, indicada na Figura 4.4, reproduzida por Santos (2015).

Figura 4.4 – Viga de concreto armado utilizada na validação do modelo numérico, unidades em centímetros.



Fonte: adaptado de Santos (2015).

O módulo de elasticidade atribuído ao concreto foi 30000 MPa, com um coeficiente de Poisson igual a 0,2. As variáveis de dano utilizadas na validação do modelo numérico estão transcritas na Tabela 4.1 e se referem aos valores indicados por Santos (2015).

Tabela 4.1 – Parâmetros de Mazars (1984) utilizados na validação do modelo numérico.

$\varepsilon_{d0}$	$A_T$	$B_T$	$A_C$	$B_C$
1,15e-4	0,80	2,0e+4	1,4	1,85e+3

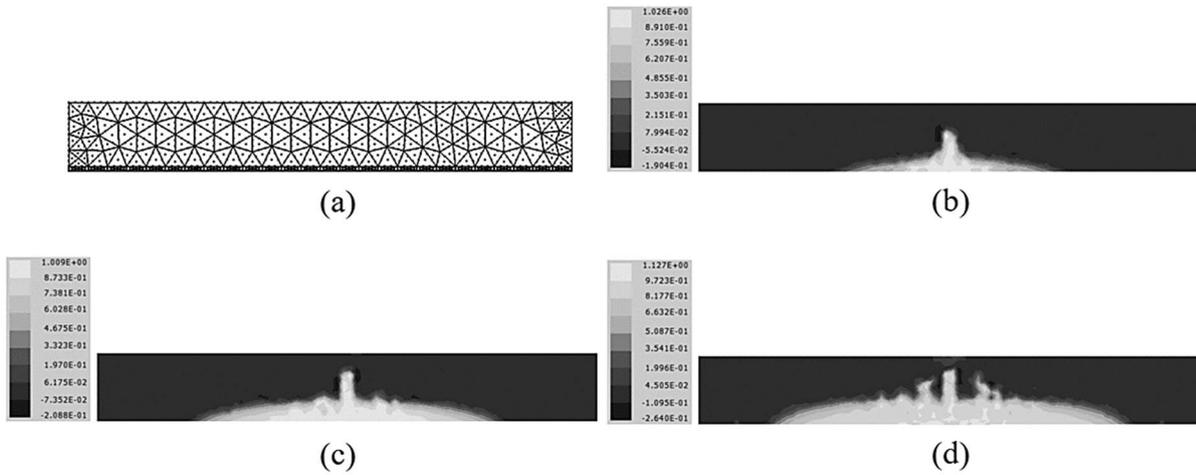
Fonte: adaptado de Santos (2015).

Foram adotados 510 elementos finitos triangulares cúbicos (totalizando 2422 nós), sendo dois graus de liberdade por nó e sete pontos de integração por elemento. A determinação da densidade da malha foi realizada para o regime elástico linear. Assim, uma carga pontual foi aplicada no meio do vão e o deslocamento obtido foi comparado com a solução clássica da Resistência dos Materiais.

As armaduras do concreto armado foram adicionadas ao modelo com o emprego de elementos de barras de treliça, cujo comprimento se limitou às distâncias entre os nós da matriz. Desta forma, a solidarização entre armadura e concreto foi realizada através da matriz de conectividade nodal.

A malha utilizada e a evolução da variável de dano estão representadas na Figura 4.5.

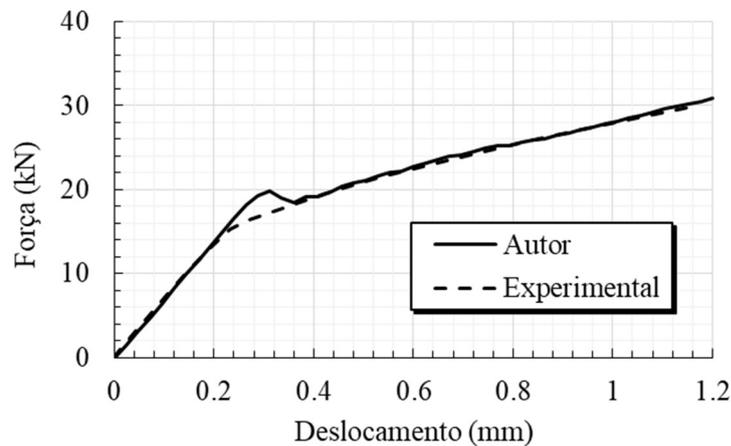
Figura 4.5 – Modelo numérico da viga em concreto armado utilizada na validação da implementação do dano: (a) malha de elementos finitos, (b) danificação a 20kN, (c) danificação a 25 kN, (d) danificação a 31 kN.



Fonte: autor.

A validação do comportamento mecânico do modelo pode ser avaliada na Figura 4.6, na qual são confrontados os resultados obtidos neste trabalho e os dados experimentais de referência.

Figura 4.6 – Validação do modelo numérico com a implementação do modelo de dano de Mazars (1984).



Fonte: autor.

Verifica-se, por meio da Figura 4.6, um comportamento satisfatório do modelo numérico frente à comparação com os dados experimentais de referência. Tal constatação qualifica a estratégia de modelagem a ser empregada nos resultados deste trabalho.

#### 4.5.2 AJUSTE DOS PARÂMETROS DE MAZARS (1984)

Como se verá a seguir, o material empregado para as avaliações numéricas do efeito acustoelástico fez menção ao concreto estudado por Payan (2009). Este concreto foi reportado como possuindo coeficiente de Poisson igual a 0,21, módulo de elasticidade de 42390 MPa e resistência à compressão de 76,6 MPa.

O ajuste dos parâmetros do modelo de dano ( $A_T$ ,  $B_T$ ,  $A_C$  e  $B_C$ ) deve ser realizado sobre a curva tensão x deformação do material, tanto para um histórico de carregamento à tração, quanto à compressão. Portanto, na ausência de dados experimentais, foi empregado as prescrições do Model Code (2010) ao concreto estudado por Payan (2009), salienta-se que foi tomado comportamento linear à tração até o limite de  $\varepsilon_{d0}$ .

Assim, recai-se em um problema de otimização cuja função de objetivo corresponde ao erro entre as ordenadas dos diagramas do material e do modelo de dano. Os parâmetros de dano que resultarem em erro mínimo correspondem àqueles mais adequados ao comportamento do material. As variáveis de dano encontradas após este processo estão resumidas na Tabela 4.2.

Tabela 4.2 - Parâmetros de Mazars (1984) utilizados na avaliação acustoelástica do modelo numérico

$\varepsilon_{d0}$	$A_T$	$B_T$	$A_C$	$B_C$
1,20e-4	0,95	1,7075e+4	1.4	1,00e+3

Fonte: autor.

Por completude, as Figura 4.7 e Figura 4.8 apresentam graficamente o resultado do processo de ajuste entre as curvas.

Figura 4.7 – Ajuste entre o comportamento do material idealizado para o concreto de Payan (1990) e o modelo de dano de Mazars (1984) à tração. (Fonte: autor)

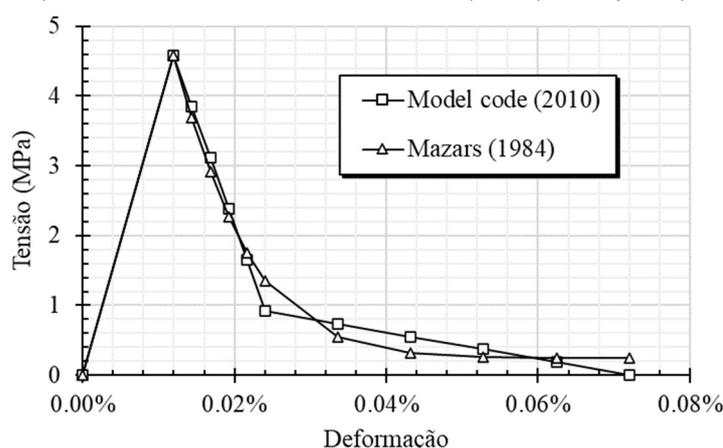
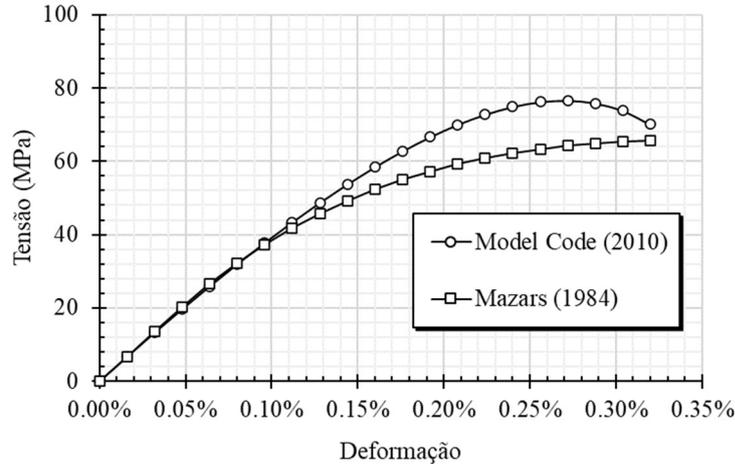


Figura 4.8 - Ajuste entre o comportamento do material idealizado para o concreto de Payan (1990) e o modelo de dano de Mazars (1984) à compressão.



Fonte: autor.

Desta forma, nas aplicações seguintes a não linearidade do concreto poderá ser avaliada de duas formas dissociadas, a primeira a partir das constantes elásticas de terceira ordem de Murnaghan (1937) e a segunda com o emprego dos parâmetros de dano de Mazars (1984).

#### 4.6 COMPORTAMENTO UNIAXIAL DO CONCRETO COMPRIMIDO

A energia específica de deformação de Murnaghan (1937), Eq. (4.3), está associada a um material elástico de comportamento não linear. Conforme registrado por Ostrovsky e Johnson (2001), materiais desta natureza podem ter a sua relação tensão x deformação uniaxial representada pela Eq. (4.50).

$$\sigma = E \cdot (\varepsilon + \beta \varepsilon^2 + \delta \varepsilon^3 + \dots) \quad (4.50)$$

Nesta relação  $E$  é o módulo de elasticidade e  $\beta$  e  $\delta$  são grandezas que podem ser reescritas em função das constantes elásticas do material. Para o caso de interesse presente, Ostrovsky e Johnson (2001) reportaram:

$$\beta = \frac{3}{2} + \frac{l + 2m}{\lambda + 2G} \quad (4.51)$$

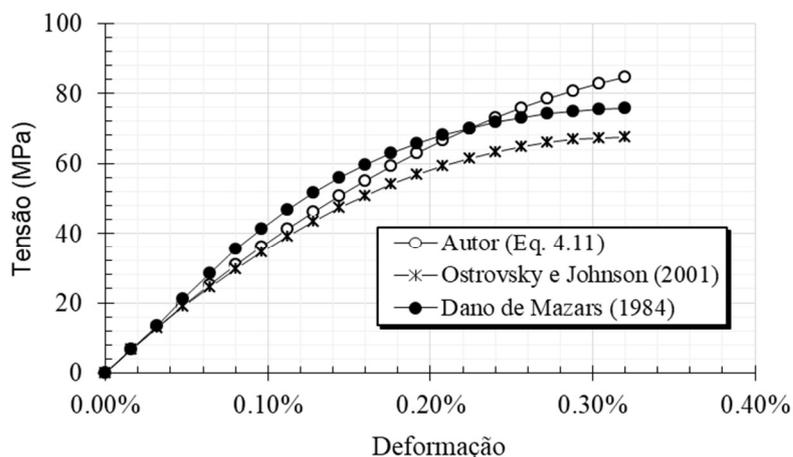
Portanto, a Eq. (4.51) reescreve  $\beta$  em função do módulo de elasticidade transversal ( $G$ ) e de duas das constantes elásticas de terceira ordem ( $l$  e  $m$ ).

Desta forma, diferentes abordagens podem ser empreendidas. Na primeira delas, o comportamento uniaxial do material pôde ser avaliado a partir da Eq. (4.11). Neste caso, as deformações  $E_{12}$  foram negligenciadas e  $E_{22}$  foi assumido como sendo igual a  $\nu E_{11}$  (ver Figura 4.9).

Outra abordagem diz respeito à consideração do dano, desprezando as constantes elásticas de terceira ordem, tal enunciado já foi apresentado no item 4.5.2, e na Figura 4.9 recebeu a designação de “Dano de Mazars (1984)”.

Por último, ainda é possível avaliar o comportamento uniaxial do concreto comprimido através da Eq. (4.50), conforme descrito por Ostrovsky e Johnson (2001). Assim, a Figura 4.9 reproduz a relação tensão x deformação para estes três cenários.

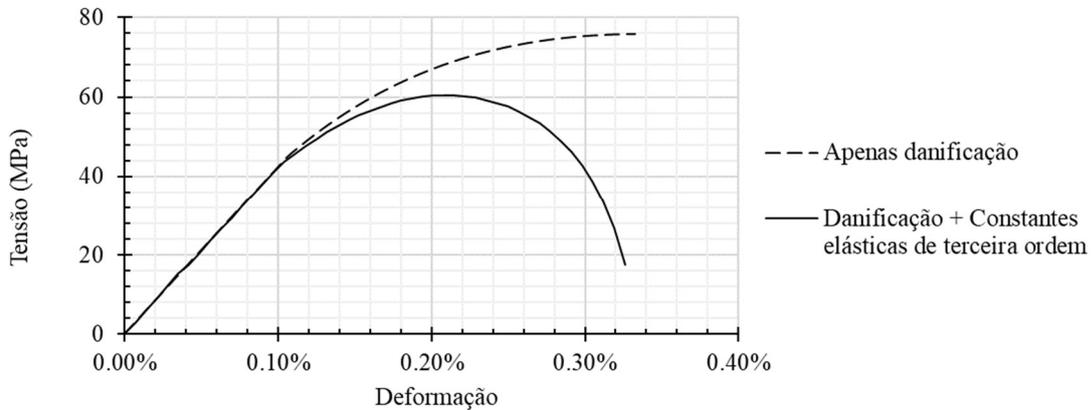
Figura 4.9 – Comportamento uniaxial do concreto comprimido: comparação entre as três abordagens. (Fonte: autor).



Portanto, nos resultados que serão a seguir reportados, inicialmente dois conjuntos de resultados serão apresentados. No primeiro conjunto, o material baseado na energia específica de deformação de Murnaghan (1937) será avaliado isento de danificação. Em seguida, as constantes elásticas de terceira ordem serão negligenciadas ao passo que a danificação será permitida ao modelo numérico.

A validade da superposição entre estes os modelos de Murnaghan (1937) e Mazars (1984) não está totalmente estabelecida, entretanto, esta superposição constituirá uma terceira abordagem com vistas a analisar a interferência do dano nas propriedades acustoelásticas. Por completude, a Figura 4.10 apresenta a relação tensão x deformação numericamente gerada para este terceiro cenário.

Figura 4.10 – Comparação entre os modelos numéricos dotados apenas do dano e da danificação acrescida das constantes elásticas de terceira ordem.



Fonte: autor.

## 4.7 RESULTADOS

Nesta seção serão apresentados os resultados numéricos extraídos do algoritmo resumido no fluxograma da Figura 4.1. Inicialmente será apresentada a capacidade da abordagem em capturar a variação de velocidade na propagação de um pulso ultrassônico quando o meio contínuo está submetido a um campo de tensões. Em seguida, um teste de sensibilidade será conduzido com as constantes elásticas de terceira ordem. Por fim, a presença do dano se fará presente, permitindo uma avaliação do seu impacto na aquisição do  $\Delta V/V$  na presença de tensões.

### 4.7.1 CAPTURA DO EFEITO ACUSTOELÁSTICO

A construção de um modelo numérico a partir das hipóteses de linearidade física com vistas à captação do efeito acustoelástico se mostrou ineficaz nas análises preliminares. Destaca-se o modelo de Saint-Venant-Kirchhoff (SVK), uma extensão lagrangiana direta da Lei de Hooke (CODA, 2018), como uma alternativa para esta abordagem, a partir da qual variações na velocidade da onda propagada não puderam ser percebidas.

Com efeito, a solução numérica da Eq. (4.1) também conduz a um modelo incapaz de aferir variações na velocidade das ondas quando submetido a tensão. Isso se justifica nas hipóteses lineares adotadas para a sua construção.

Todavia, conforme proposto na metodologia deste trabalho, quando o modelo de material derivado da energia específica de deformação de Murnaghan (1937) é adotado, a análise acustoelástica pode ser conduzida.

No intuito de demonstrar estes resultados, o material numericamente reproduzido compreendeu as propriedades mecânicas atribuídas ao concreto de alta resistência ensaiado por Payan (2009), tais propriedades estão resumidas na Tabela 4.3. Na falta de informações adicionais, a densidade do material foi tomada igual a  $2400 \text{ kg/m}^3$ .

Tabela 4.3 – Propriedades do concreto reportadas por Payan (2009).

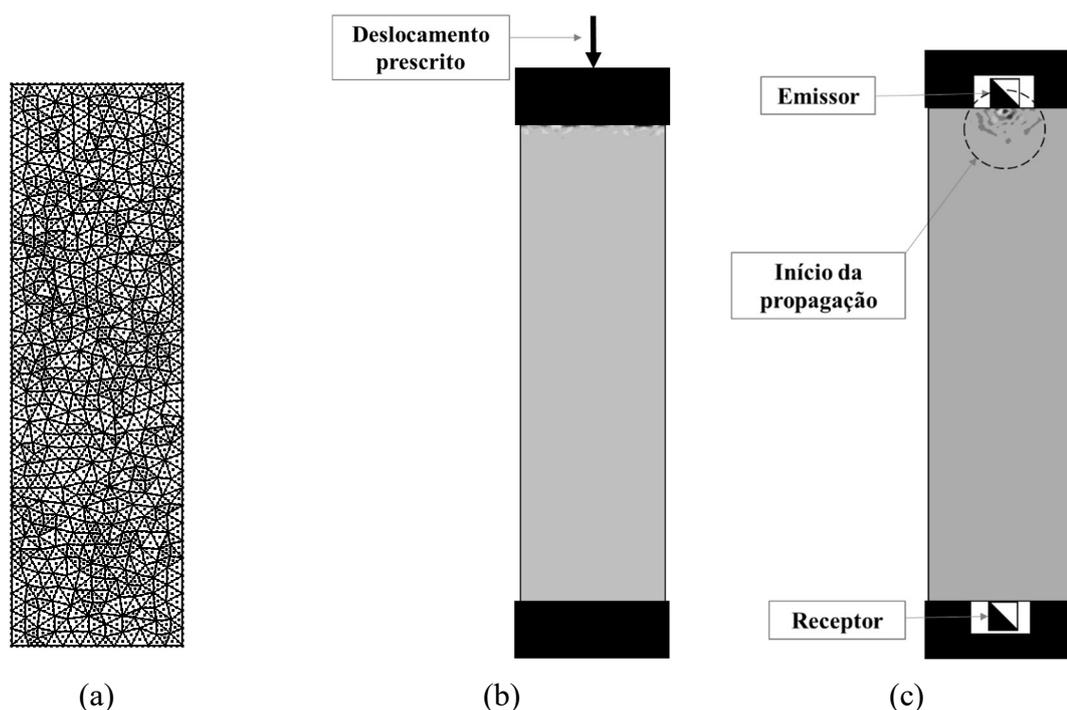
$f_c$ (MPa)	$E$ (MPa)	$\nu$	$l$ (GPa)	$m$ (GPa)	$n$ (GPa)
76,6	42390	0,21	-3007	-2283	-1813

Fonte: extraído de Payan (2009).

Neste ensaio a imposição do pulso ultrassônico foi realizada a partir da aplicação de uma força senoidal com frequência igual a 54 kHz em um prisma  $50 \times 15 \times 15 \text{ cm}^3$ , no mesmo sentido da aplicação do carregamento estático, conforme ilustrado na Figura 4.11.

A malha de elementos finitos adotada foi constituída de 958 elementos triangulares cúbicos (4438 nós), o critério adotado para a sua determinação atendeu ao tempo de chegada da onda longitudinal, certificando sua adequada discretização (ver item 4.3.2.1).

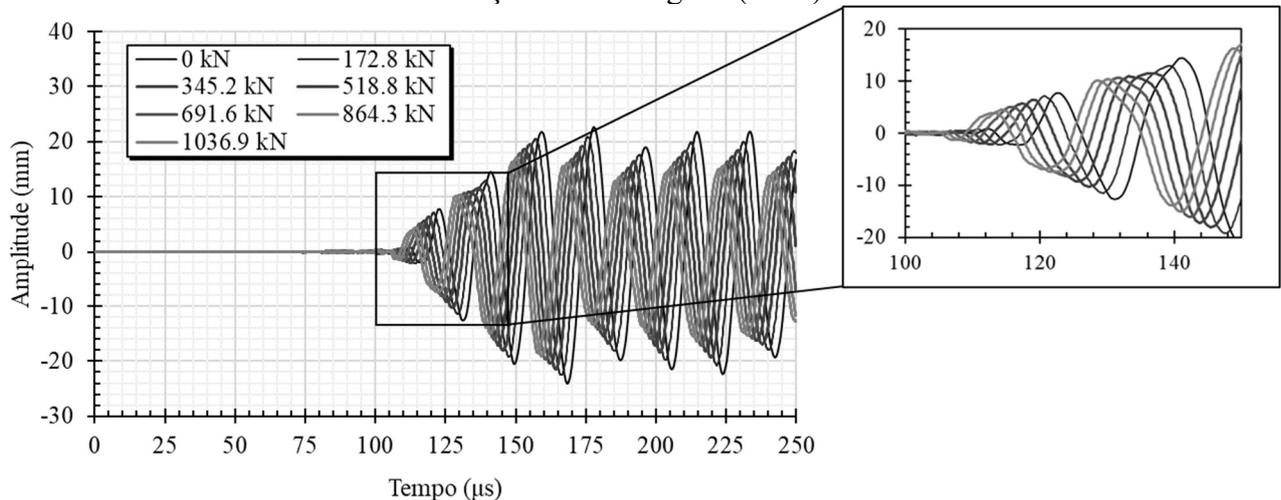
Figura 4.11 – Esquematização do modelo numérico: (a) malha de elementos finitos adotada, (b) imposição dos deslocamentos (fase estática), (c) propagação do pulso ultrassônico (fase dinâmica).



Fonte: autor.

Finalmente, a Figura 4.12 apresenta os resultados obtidos para esta simulação.

Figura 4.12 – Captura numérica do efeito acustoelástico com aplicação da energia específica de deformação de Murnaghan (1937).



Fonte: autor.

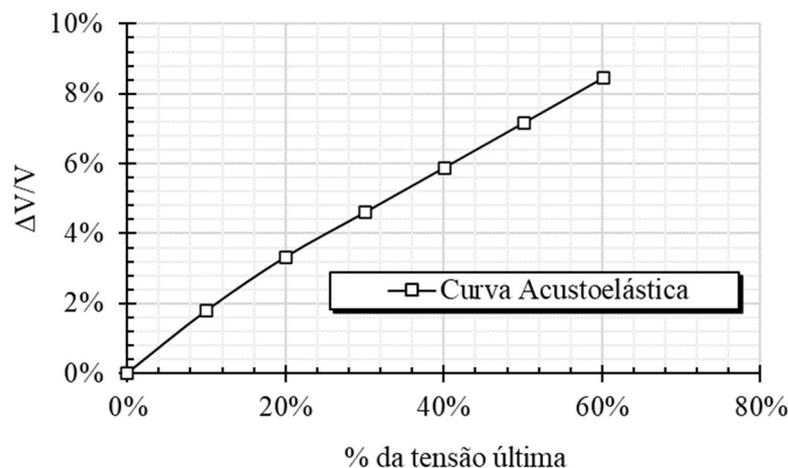
O ensaio numérico aqui apresentado demonstrou a capacidade de simulação do efeito acustoelástico, para o qual se verificou a coerência dos resultados uma vez que foi identificado um aumento consistente da velocidade de propagação à medida que o incremento da carga acontecia. Tal constatação pode ser reafirmada a partir da construção de uma curva acustoelástica ( $\Delta V/V$ ).

Para a construção da curva acustoelástica foi empregada a equação de correlação cruzada, conforme descrito na seção 4.4. A aplicação desta equação depende da determinação de uma janela de tempo posicionada em um tempo central,  $t_c$ . Para os resultados aqui reportados, a janela de análise compreendeu  $60 \mu s$  e a posição central da janela foi fixada no tempo de  $125 \mu s$ , que corresponde a um tempo próximo ao tempo de chegada teórico ( $112,1 \mu s$ ), calculado a partir da Eq. (2.1). Salienta-se que esta escolha foi feita para que todas as análises deste capítulo fizessem menção à onda primária (*p-wave*).

Dentro de uma determinada janela, o sinal precisa ser deslocado para os sucessivos cálculos da função de correlação cruzada. Assim, optou-se por um intervalo compreendido de  $-40 \mu s$  a  $40 \mu s$ , com 250 incrementos.

Estas definições conduziram à construção da curva reproduzida na Figura 4.13.

Figura 4.13 – Curva acustoelástica para o material derivado da energia específica de deformação de Murnaghan (1937) para as propriedades resumidas na Tabela 4.3.



Fonte: autor.

O gráfico da Figura 4.13 associa a taxa de variação da velocidade do pulso ultrassônico ( $\Delta V/V$ ) ao campo de tensões induzido, sendo este representado por meio de uma medida relativa à tensão última do material (76,6 MPa). Esta abordagem foi a escolhida, pois verificou-se que o comportamento elástico linear do material se estendia até aproximadamente 58% da sua tensão última.

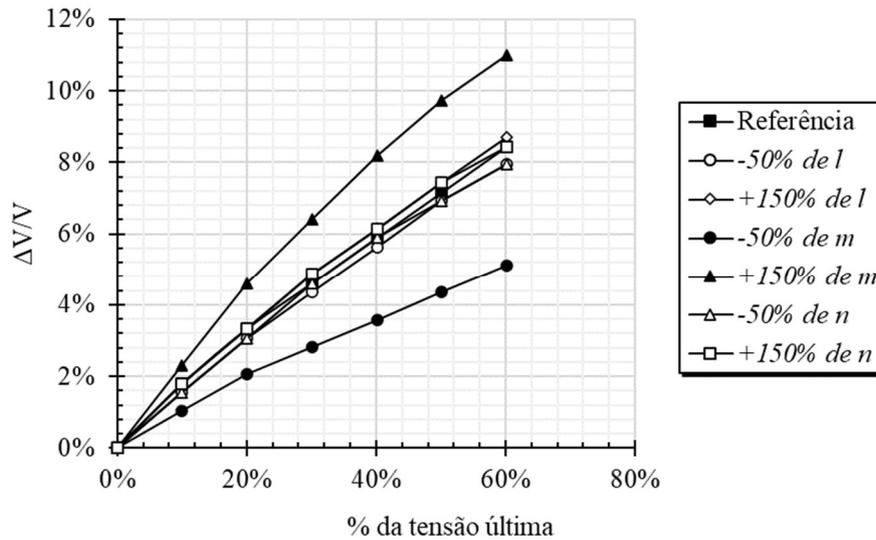
Assim, em harmonia com os desenvolvimentos reportados por Hughes e Kelly (1953), a curva acustoelástica gerada manteve uma inclinação positiva diante das constantes elásticas de terceira ordem de valor negativo. Tal confirmação suscita a verificação do comportamento da curva acustoelástica diante da variação das constantes de terceira ordem.

#### 4.7.2 VARIAÇÃO DOS PARÂMETROS ELÁSTICOS DE TERCEIRA ORDEM

A atribuição de sentido físico aos parâmetros elásticos de terceira ordem ( $l$ ,  $m$ ,  $n$ ) ainda não está estabelecida. Entretanto, verifica-se a sua utilidade para a captura do efeito acustoelástico e também para a introdução de uma não linearidade ao diagrama tensão x deformação, conforme discussão da seção 4.6. Desta forma, a análise da influência da variação dessas constantes elásticas na geração da curva acustoelástica se mostra pertinente.

Para esta análise, os três valores registrados na Tabela 4.3 foram variados de forma independente, isto é, a modificação de um dos parâmetros foi realizada mantido os demais constantes. Assim, este estudo permitiu a construção da Figura 4.14.

Figura 4.14 – Teste de sensibilidade realizado sobre os parâmetros  $l$ ,  $m$ ,  $n$  tomando como referência as propriedades reportadas na Tabela 4.3.



Fonte: autor.

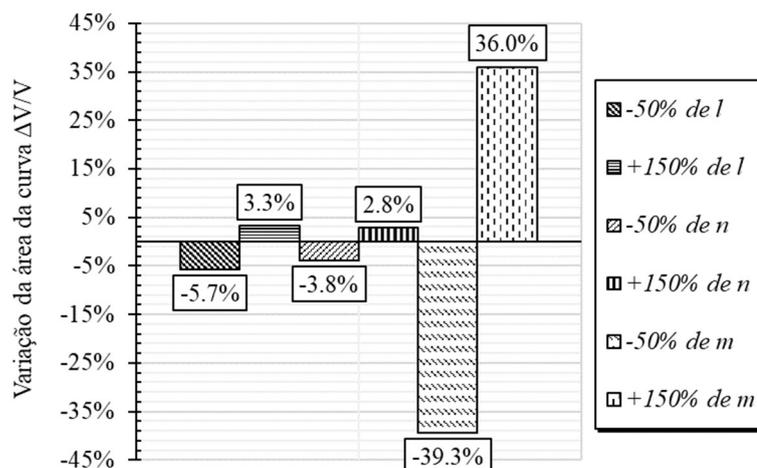
A análise dos resultados indicou que os acréscimos nos valores das constantes elásticas representaram um aumento da taxa  $\Delta V/V$ . De maneira análoga, a redução dos parâmetros  $l$ ,  $m$  e  $n$  também conduziram à redução da taxa  $\Delta V/V$ . Embora com magnitudes distintas, este comportamento foi verificado para as três constantes elásticas.

A análise da Figura 4.14 também evidencia a magnitude da variação obtida diante de modificações no parâmetro  $m$ , o que destaca o predomínio deste parâmetro frente aos demais.

Esta ascendência do parâmetro  $m$  pode ser aduzida, por exemplo, por meio da avaliação das Eq. (4.7), (4.8) e (4.9), na medida em que ele atua sobre um maior número de parcelas das equações, inclusive naquelas notadamente não lineares.

Para melhor visualizar os resultados da Figura 4.14 foram calculadas as áreas abaixo de cada uma das curvas. O objetivo é estabelecer uma comparação global da variação das curvas  $\Delta V/V$ , quando variadas as constantes elásticas de terceira ordem. A Figura 4.15 apresenta esta comparação.

Figura 4.15 – Variação das áreas abaixo das curvas  $\Delta V/V$  com a modificação dos parâmetros elásticos de terceira ordem ( $l$ ,  $m$ ,  $n$ ).



Fonte: autor.

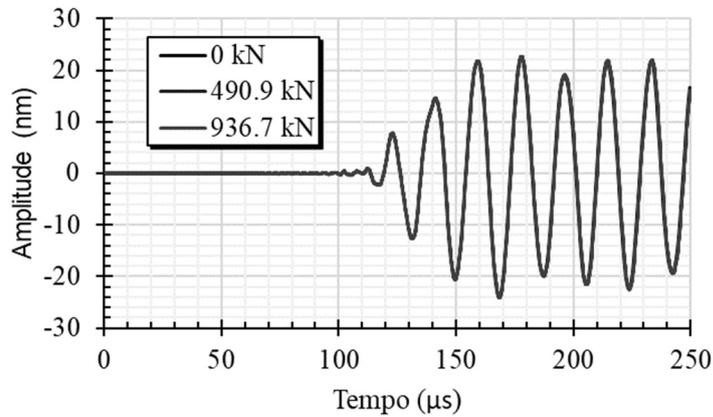
Portanto, fica explicitada uma medida qualitativa das variações, destacando que a repercussão do parâmetro  $m$  é uma ordem de grandeza superior à dos demais. Além disso, evidencia-se a não proporcionalidade entre a redução ou o aumento dos parâmetros elásticos de terceira ordem e a variação da inclinação das curvas  $\Delta V/V$ .

### 4.7.3 VARIAÇÃO DA VELOCIDADE NA PRESENÇA DE DANIFICAÇÃO

Como referenciado no item 4.1, a presença da danificação altera a resposta dinâmica do pulso ultrassônico. Para a reprodução numérica deste fenômeno as constantes elásticas de terceira ordem foram negligenciadas e o modelo de dano de Mazars (1984) foi introduzido ao problema.

Nesta avaliação tem-se dois cenários, o primeiro deles corresponde àquele anterior ao processo de danificação. A consulta aos dados da Figura 4.10 permite verificar que isto ocorre para cargas inferiores aos 980 kN, intervalo no qual a curva apresenta comportamento linear. Assim, a Figura 4.16 apresenta as respostas dinâmicas do pulso ultrassônico para três diferentes estágios de carregamento deste trecho.

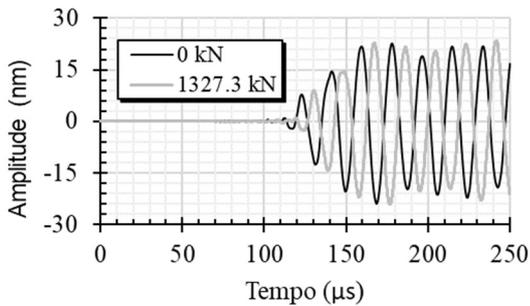
Figura 4.16 – Resposta dinâmica ao pulso ultrassônico do modelo dotado de dano em seu trecho linear. (Fonte: autor).



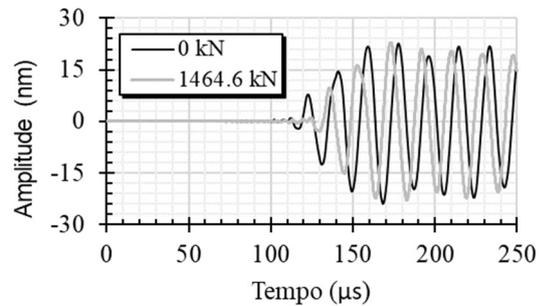
Como se vê, não é possível identificar modificações no tempo de chegada do pulso ultrassônico. Este resultado está em consonância com o que se espera de um material com comportamento elástico linear, livre de danificação.

Entretanto, o aumento do carregamento satisfaz à Eq. (4.44) conduzindo ao início do processo de danificação do corpo de prova numérico. Esta condição alterou a resposta dinâmica ao pulso ultrassônico como o apresentado na Figura 4.17.

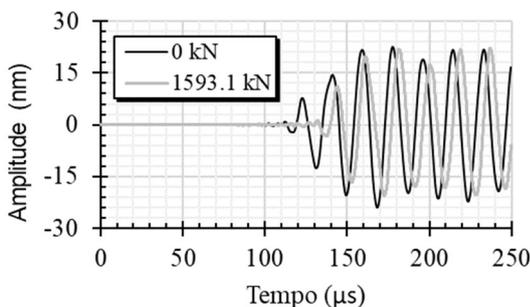
Figura 4.17 – Resposta dinâmica ao pulso ultrassônico do modelo dotado de dano em seu trecho não linear: (a) 77,8% de  $f_c$ , (b) 85,9% de  $f_c$ , (c) 93,4% de  $f_c$ , (d) 99,9% de  $f_c$ .



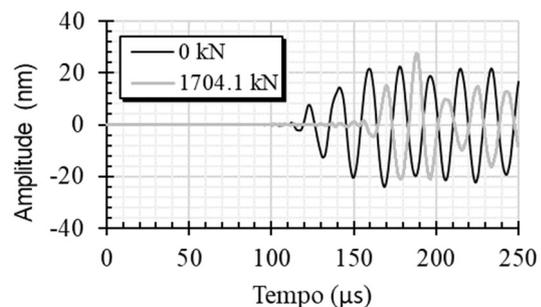
(a)



(b)



(c)



(d)

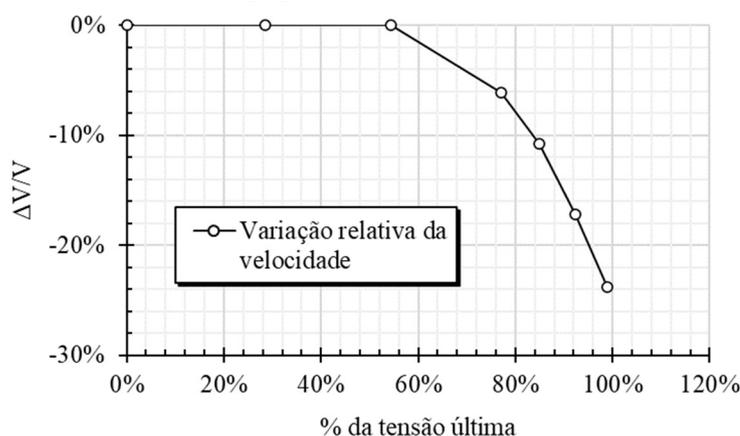
Fonte: autor

Nas análises empreendidas a partir do modelo de Murnaghan (1937) verificou-se uma clara tendência em todas as respostas dinâmicas (ver Figura 4.12), tal condição é uma característica que se relaciona à propriedade elástica da formulação. Entretanto, quando da avaliação do dano, esta característica se perde, de modo que a superposição de todos os sinais não guarda uma clara inclinação, senão por ocasião da diminuição da velocidade da onda, traduzida no atraso dos tempos de chegada.

Neste contexto, há de se chamar a atenção para a resposta registrada na Figura 4.17d, que faz referência ao sinal colhido em carga próxima à de ruptura. Verifica-se que nestas condições, as diferenças entre o sinal colhido e a referência (ausência de carregamento) são marcantes, o que impõe um desafio particular quando se quer avaliar o atraso entre os tempos de propagação a partir das ondas de cauda (*coda waves*).

Para a avaliação da relação  $\Delta V/V$  foi mantido o critério explicitado no item 4.7.1, isto é, uma janela de análise de  $60 \mu\text{s}$  com posição central em  $125 \mu\text{s}$ . Desta prerrogativa foi possível a construção da Figura 4.18, a qual não corresponde a uma curva acustoelástica, uma vez que o que se está a verificar é a variação da velocidade na presença de danificação e não tão somente ao campo de tensões.

Figura 4.18 – Variação relativa da velocidade de propagação do pulso ultrassônico no modelo dotado de danificação, negligenciadas as constantes elásticas de terceira ordem.



Fonte: autor.

Conforme identificado na análise dos sinais no domínio do tempo, a presença da danificação reduz a velocidade do pulso propagado. Tal condição era a esperada, estando em acordo com os demais autores discutidos na seção 4.1.

Portanto, por meio da Figura 4.18 fica evidente que, na ausência das constantes elásticas de terceira ordem, não se verifica alterações na velocidade de propagação quando a

estrutura está carregada em seu trecho de comportamento linear (que se estendeu até os 58% de  $f_c$ ).

Também é possível reconhecer na Figura 4.18 que, ultrapassado o regime elástico linear, a danificação se instala e sua intensificação reduz a velocidade do pulso propagado em uma taxa crescente com o carregamento.

Embora o resultado reportado esteja em consonância com o verificado em avaliações experimentais é importante salientar uma importante diferença entre o modelo de dano numericamente simulado e o comportamento estrutural real. Em se tratando do modelo numérico, a danificação só irá se manifestar uma vez atendida a Eq. (4.44), ou seja, o dano se instala apenas quando a estrutura é carregada após o limite elástico do material. Em termos práticos isto não é necessariamente verdadeiro, uma vez que o carregamento inicial já pode conduzir a uma acomodação e desenvolvimento de microfissuras pré-existentes.

Esta diferenciação é importante, pois, o desenvolvimento da danificação nas etapas iniciais do carregamento pode conduzir a identificação de um  $\Delta V/V$  não relacionado à acustoelasticidade, porém ainda no trecho presumido como elástico e linear. Tal condição não é capturada pelo modelo numérico presente, conforme apresentado na Figura 4.18.

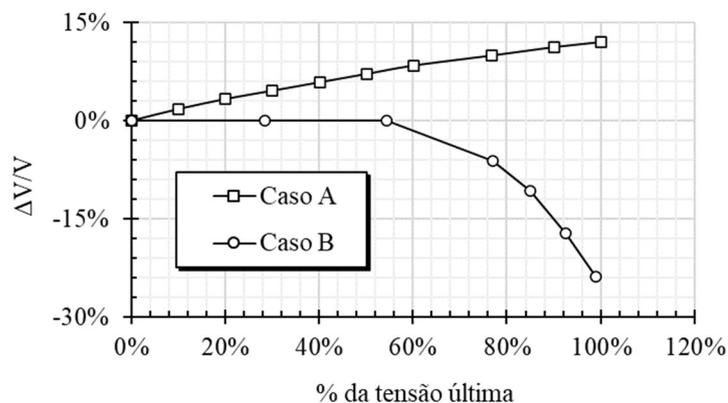
#### **4.7.4 SUPERPOSIÇÃO DAS CONSTANTES DE MURNAGHAN (1937) AO DANO DE MAZARS (1984)**

A resposta estática sob carga de compressão para o modelo numérico representativo da superposição entre o dano de Mazars (1984) e o material derivado da energia específica de deformação de Murnaghan (1937) foi registrada na Figura 4.10. Esta superposição foi realizada como uma extrapolação, uma vez que a calibração dos parâmetros de dano ( $A_c$ ,  $B_c$ ,  $A_t$  e  $B_t$ ) e das constantes elásticas de terceira ordem ( $l$ ,  $m$  e  $n$ ) foram realizadas de forma independente.

Assim, a superposição dos dois modelos, quando ajustados de forma dissociada, pode conduzir a uma intensificação da não linearidade que se deseja reproduzir. Todavia, uma análise desta natureza permite visualizar a interação entre a danificação e o efeito acustoelástico, algo interessante do ponto de vista teórico.

A Figura 4.19 apresenta a variação da velocidade para os casos dissociados, ou seja, a curva acustoelástica associada ao material de Murnaghan (1937), denotado como “Caso A”, e à taxa de variação para o modelo sujeito à danificação de Mazars (1984), “Caso B”.

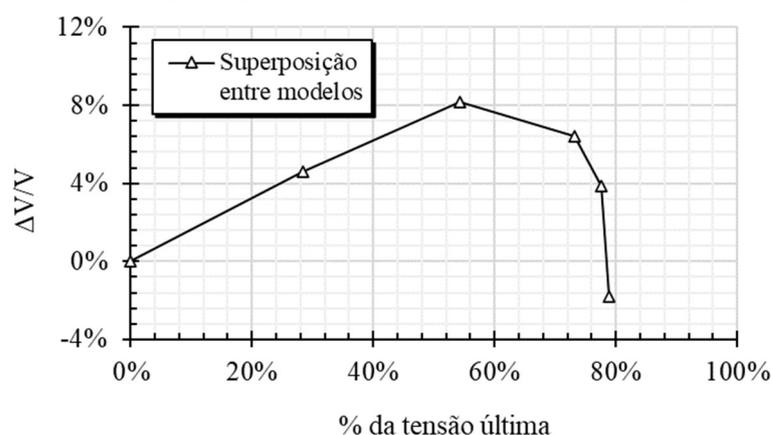
Figura 4.19 – Variação da velocidade na presença de um campo de tensões para o caso elástico não linear e para o material danificado.



Fonte: autor.

Percebe-se, portanto, que as duas hipóteses poderão ter um caráter complementar, pois, há uma variação na fase elástica (não capturada pelos parâmetros de dano) e também há uma redução na taxa  $\Delta V/V$  à medida que o dano se desenvolve (algo não contemplado pelo material elástico não linear). Assim, a superposição entre estes modelos permitiu a construção da curva apresentada na Figura 4.20.

Figura 4.20 – Curva de variação da velocidade em um material com as hipóteses de dano de Mazars (1984) e energia específica de deformação de Murnaghan (1937) superpostas.



Fonte: autor.

Uma consideração importante diz respeito ao predomínio do dano após 60% da tensão máxima resistente, indicando que para estágios avançados a deterioração irá se superpor ao efeito acustoelástico. Resultado semelhante também foi identificado nos dados experimentais reportados por Resende (2018) e Bompan (2021), na medida em que para carregamentos elevados a inclinação da curva  $\Delta V/V$  tornou-se negativa.

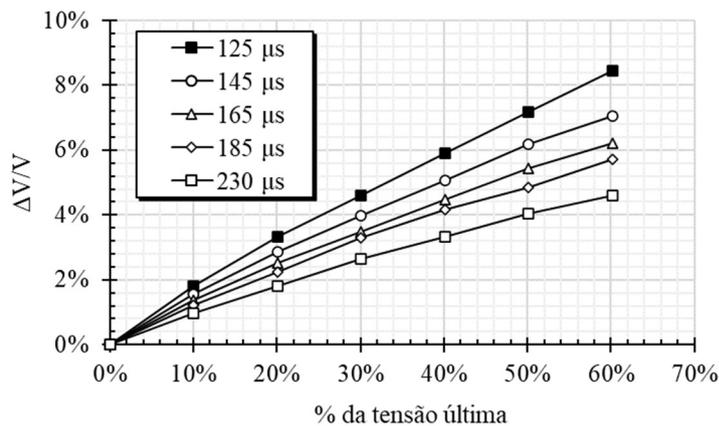
Reafirma-se que este resultado tem uma natureza qualitativa, uma vez que a superposição dos modelos magnificou a não linearidade presente. Isto pode ser bem

observado através da alteração da tensão última do material, o que não permitiu que as análises progredissem para valores mais próximos da carga de ruptura anteriormente definida.

#### 4.7.5 SENSIBILIDADE NO CÁLCULO DO $\Delta V/V$

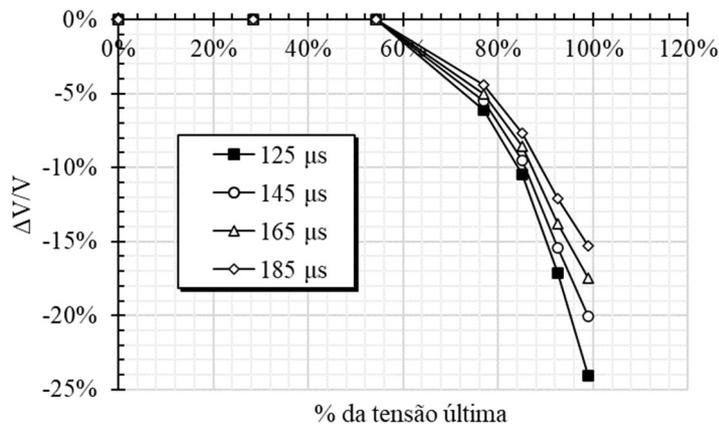
A aplicação da função de correlação cruzada (seção 4.4) não é inequívoca, ou seja, a definição de uma janela e seu tempo central podem influenciar no resultado final obtido. Em função disso, neste trabalho convencionou-se que, sendo o tempo de chegada aquele de maior interesse, o tempo central seria fixado nos 125  $\mu\text{s}$ . Todavia, um teste de sensibilidade foi conduzido para diferentes tempos centrais, os resultados obtidos estão reproduzidos na Figura 4.21 e na Figura 4.22.

Figura 4.21 – Diferentes curvas acustoelásticas geradas a partir da modificação no tempo central adotado para a função de correlação cruzada.



Fonte: autor.

Figura 4.22 - Diferentes curvas de  $\Delta V/V$  geradas a partir da modificação no tempo central adotado para a função de correlação cruzada.

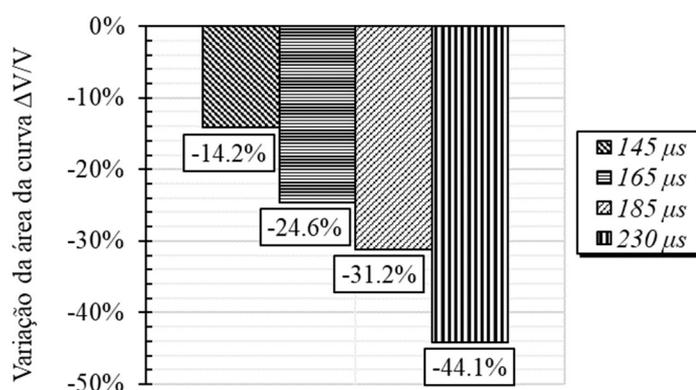


Fonte: autor.

Verificou-se, portanto, alterações significativas nas curvas geradas, podendo até resultar em uma diferença da mesma ordem do valor inicialmente calculado. Tal condição impõe a necessidade de que a adoção de uma janela e do seu respectivo tempo central seja previamente estabelecida e reproduzida em todas as análises a fim de manter a consistência dos resultados.

Para evidenciar a variação entre as curvas acustoelásticas, a área abaixo de cada uma delas (Figura 4.21) foi calculada e a sua variação frente à referência ( $t_c = 125 \mu\text{s}$ ) foi definida. Este resultado está apresentado na Figura 4.23.

Figura 4.23 - Variação das áreas abaixo das curvas acustoelásticas com a modificação do tempo central ( $t_c$ ) no cálculo da função de correlação cruzada.



Fonte: autor.

Uma comparação entre a Figura 4.15 e a Figura 4.23 indica que a escolha do tempo central pode descaracterizar os valores das constantes elásticas de terceira ordem, uma vez que a variação destas constantes e  $t_c$  têm uma influência da mesma ordem de grandeza na curva  $\Delta V/V$ .

Assim, variações nas constantes  $l$ ,  $m$  ou  $n$  podem não ser identificadas experimentalmente a depender do tempo  $t_c$  estabelecido. Da mesma forma, variações inexistentes podem ser atribuídas às constantes, quando na verdade dizem respeito à metodologia de medição.

Portanto, esta conclusão tem um impacto direto nas avaliações experimentais, uma vez que alterações nas definições de janela e tempo central conduzirão a diferentes valores atribuídos às constantes elásticas de terceira ordem.

## 4.8 CONCLUSÕES DO CAPÍTULO

Neste capítulo foi apresentada uma metodologia para a modelagem e simulação numérica do efeito acustoelástico. Além disso, também foi avaliada a influência da presença de danificação na variação da velocidade de um pulso propagado.

Esta metodologia foi construída a partir da energia específica de deformação proposta por Murnaghan (1937), do modelo de dano de Mazars (1984) e da abordagem geometricamente exata baseada em posições proposta para o método dos elementos finitos por Bonet et al. (2000) e Coda (2003). Desta forma, a partir desta proposição, é possível a condução de avaliações de  $\Delta V/V$  com caráter não linear físico e/ou geométrico.

Os resultados apresentados confirmaram que o modelo constitutivo empregado, baseado na energia específica de deformação de Murnaghan (1937), é capaz de simular numericamente o efeito acustoelástico. Da mesma maneira, quando permitida a danificação, o modelo numérico também foi capaz de reproduzir a perda de velocidade, já conhecida de resultados experimentais.

A sensibilidade da curva acustoelástica às constantes elásticas de terceira ordem ( $l$ ,  $m$  e  $n$ ) também foi investigada. Foi possível identificar que, para todos os casos, quanto mais negativa eram as constantes, maior a variação positiva da velocidade medida. Além disso, também foi explicitado a preponderância do parâmetro  $m$  sobre os demais, indicando que variações desta constante têm maior influência na resposta dinâmica.

Também ficou demonstrado que, além dos parâmetros mecânicos, a estratégia de medição dos tempos de atraso tem importância na construção da curva acustoelástica. Nos casos mais graves, a alteração do tempo central adotado para o cálculo da função de correlação cruzada, forneceu discrepâncias da mesma grandeza do valor inicialmente medido.

A superposição do processo de danificação com as constantes elásticas de terceira ordem também foi teorizada. Os resultados indicaram um potencial de que, para estágios avançados de carregamento, a danificação tenha preponderância sobre o efeito acustoelástico.

A metodologia apresentada abre espaço para futuras investigações na medida em que diversas incertezas associadas ao concreto poderão ser inseridas ao modelo, a exemplo da distribuição granulométrica ou presença de danificações pré-existentes.

Conclui-se reafirmando a importância da concepção de modelos que consigam reproduzir fenômenos físicos, sobretudo os de medição dificultosa, no intento de isolar variáveis pouco compreendidas e possibilitar o avanço das aplicações de natureza prática.



## CONSIDERAÇÕES FINAIS

---

Esta tese explorou informações contidas em um pulso ultrassônico propagado em um meio contínuo. Neste sentido, contribuições foram entregues à geração de tomografias ultrassônicas, à caracterização de um espécime em concreto, por meio da contabilização do seu teor de agregados graúdos, e à avaliação da variação da velocidade de um pulso ultrassônico quanto este viaja em um meio submetido a um campo de tensões.

Como se viu, diferentes aplicações matemáticas e numéricas foram apresentadas para atingir o mesmo objetivo, ou seja, desenvolver novas possibilidades a partir de um mesmo dado de ensaio, a saber, a propagação de ondas ultrassônicas em materiais e estruturas, com foco particular aos elementos em concreto estrutural.

Há de se destacar a potencialidade que o ultrassom pulsado oferece às técnicas de ensaios não destrutivos. Para além do demonstrado nesta tese, muitos outros exercícios ainda podem ser explorados sendo totalmente diversos destes, uma vez que a resposta dinâmica guarda numerosas informações em frequências, amplitudes, fases, reflexões. Naturalmente, na medida em que se busca a extração de outras informações contidas no sinal, ferramentas distintas das aqui apresentadas deverão ser aplicadas, o que torna este um campo vasto para novos desenvolvimentos científicos e tecnológicos.

No contexto deste trabalho, demonstrou-se que quando o pulso ultrassônico é avaliado para além do seu tempo de chegada, ou seja, quando a avaliação é feita dentro de uma janela

de tempo, informações relevantes podem ser dele extraídas. De imediato foi possível apresentar um avanço em relação à tradicional aplicação da técnica de UPV para a identificação do módulo de elasticidade no material, na medida em que a metodologia deste trabalho permite que esta informação seja obtida sem a necessidade de que uma segunda constante elástica seja arbitrada.

A generalização desta metodologia mostrou-se útil também para a geração de imagens, isto é, para a construção de tomografias ultrassônicas. O tempo de chegada da onda corresponde a apenas uma informação por medida, entretanto, ao empregar todo o espectro de uma janela obtêm-se um dado para cada instante (ponto) de aquisição. Tal constatação, colocada em prática, torna possível que o número de medições necessárias para a construção de uma tomografia seja drasticamente reduzido.

O que se propôs, portanto, foi o enunciado de um problema de otimização cuja solução representava à correspondência entre dois modelos, o investigado (*reference model*) e o integralmente conhecido, ainda que por tentativa (*attempt model*).

O domínio de soluções possíveis para as análises realizadas se mostrou sinuoso e repleto de máximos e mínimos locais, o que dificultou sobremaneira o emprego de técnicas de programação não linear padrão. Assim, os bons resultados só foram atingidos após a aplicação de uma estratégia híbrida, que associou tais técnicas a algoritmos heurísticos, nomeadamente, algoritmo genético ou evolução diferencial.

Os resultados obtidos corresponderam a imagens de qualidade compatível às aplicações de Engenharia, tendo sido possível a clara identificação das heterogeneidades simuladas. Acrescenta-se que os modelos estudados foram de pequenas dimensões o que conduz a uma aplicação direta à investigação de seções transversais de elementos estruturais de menor dimensão.

Naturalmente, na medida em que os métodos tradicionais para a solução de um problema tomográfico são substituídos pela solução de um problema de otimização de múltiplas variáveis, o custo computacional é significativamente aumentado. Todavia, tal fato não se apresenta como um impeditivo, uma vez que a proposição de novas abordagens é necessariamente na perspectiva dos avanços tecnológicos.

Entretanto, embora a análise de uma janela da resposta dinâmica se apresente como uma alternativa de muitas possibilidades, as técnicas de tempo de viagem são de grande profusão em função da sua assertividade. Por este motivo, para a avaliação do teor de

agregados em um espécime de concreto, o tempo de viagem do pulso ultrassônico foi a abordagem escolhida.

A proposição por detrás da metodologia desenvolvida é a de que a presença dos agregados graúdos é capaz de variar de forma apreciável a velocidade de propagação do pulso ultrassônico. Em outras palavras, a velocidade do pulso medido guarda uma informação relativa ao teor de agregados dispersos na argamassa, entretanto, é necessária uma estratégia que permita acessar esta informação.

Neste contexto, o procedimento empregado novamente lançou mão de um algoritmo bioinspirado, desta vez, das redes neurais artificiais. Tal tratamento mostrou-se promissor, conduzindo a bons resultados.

Ou seja, a partir da criação de um banco dados com milhares de exemplares numericamente gerados, foi possível propor uma arquitetura de rede que, uma vez treinada, foi capaz de estimar o teor de agregados graúdos associado a um exemplar inédito.

Os resultados apresentados também indicaram a importância da consideração das trajetórias atualizadas, ou seja, a usual simplificação de trajetórias retilíneas reduz a acurácia da metodologia.

Novamente, esta é uma conclusão que se relaciona diretamente à tecnologia disponível, uma vez que a geração de milhares de exemplares sem a simplificação das trajetórias retilíneas tem um custo computacional elevado.

Entretanto, este trabalho apresentou uma solução de resultado satisfatório, na medida em que a partir de uma amostragem é possível estimar o erro associado a esta simplificação e atualizá-la.

Deste modo, esta tese indicou que a associação entre as velocidades medidas em ensaios de UPV e o treinamento de redes neurais de múltiplas camadas, se apresenta como uma alternativa profícua, o que enseja desenvolvimentos futuros.

As conclusões associadas às duas análises anteriores dizem respeito a um espécime livre de tensões. Entretanto, já existe consenso na literatura de que um campo de tensões perturba o pulso propagado. Em função disso, a última aplicação desta tese explorou esta frente de trabalho. Para isso, uma outra abordagem foi necessária, uma vez que as estratégias anteriores já não seriam aptas para esta simulação.

Esta também é uma indicação importante no contexto desta pesquisa, pois, muito embora todos estes fenômenos aconteçam em conjunto e estejam todos confundidos em um mesmo ensaio, o seu estudo por meio de modelos numéricos requer estratégias com valências particulares.

No que diz respeito às estruturas de concreto, excluídas as variáveis de ensaio e as condições do ambiente, a perturbação do pulso propagado pode estar associada à danificação do material e ao efeito acustoelástico. A identificação dessas parcelas tem se mostrado um desafio às campanhas experimentais registradas na literatura.

Em função disso, este trabalho se debruçou sobre estratégias para a simulação numérica deste problema, no intuito de isolar algumas das diferentes variáveis envolvidas, facilitando a sua investigação.

Assim, foi aplicada a energia específica de deformação proposta por Murnaghan (1937) para a determinação de uma lei tensão x deformação capaz de capturar o efeito acustoelástico. Além disso, para estimar a danificação do concreto, o modelo clássico proposto por Mazars (1984) foi o adotado.

Para a solução do problema mecânico, estes desenvolvimentos foram associados ao método dos elementos finitos em sua descrição posicional (BONET et al., 2000; CODA, 2003). Com efeito, esta abordagem permite que todas as aplicações realizadas sejam estendidas a estruturas nas quais a consideração da posição deslocada é essencial ao equilíbrio.

Os modelos se mostraram aptos na reprodução numérica do fenômeno acustoelástico, tornando possível uma avaliação do impacto das constantes elásticas de terceira ordem na resposta dinâmica. Tal análise elevou o parâmetro  $m$  à condição de maior relevância frente aos demais, na medida em que alterações em seu valor conduziu a maiores variações na curva acustoelástica.

Além disso, os resultados obtidos foram consistentes, de modo que para todos os casos foi verificado um aumento da velocidade do pulso ultrassônico à medida que as constantes elásticas de terceira ordem se tornam mais negativas.

A influência do dano como um fator de redução da velocidade do pulso também foi capturada numericamente. Além disso, a extrapolação desta análise permitiu inferir que em cargas próximas à ruptura o efeito acustoelástico poderá ser encoberto pela danificação.

Por fim, o tempo central adotado para o cálculo da função de correlação cruzada se apresentou como uma variável de grande sensibilidade para a construção da curva acustoelástica. Em função disso, recomenda-se que sua definição esteja sempre enunciada nas metodologias que se apliquem ao estudo deste fenômeno.

Seguramente os desenvolvimentos apresentados nesta tese abrem caminhos para novas investigações. Todas as simulações foram empreendidas em modelos bidimensionais e

podem, naturalmente, ensejar a generalização tridimensional. Espera-se que esta generalização traga importantes contribuições sobretudo para a análise do teor de agregados.

As abordagens desenvolvidas também guardaram uma natureza determinística e sinais ruidosos também não foram avaliados. Tais parâmetros também podem ser explorados em análises numéricas futuras de modo a conceber modelos mais robustos, que incorporem a natureza estocástica da distribuição de heterogeneidades e os ruídos na emissão e recepção dos pulsos ultrassônicos.

O comportamento mecânico do concreto estrutural também impõe desafios particulares que, em si mesmo, permite que as proposições aqui estabelecidas sejam substancialmente ampliadas. Neste contexto, destaca-se a natureza do dano, que tem particular impacto nas variações do pulso propagado. Por exemplo, um modelo numérico que seja capaz de capturar o acréscimo de velocidade associado ao fechamento de fissuras pré-existentes guarda conclusões muito pertinentes a este campo de estudo.

Conclui-se reafirmando a potencialidade das técnicas de ultrassom pulsado, salientando que, embora o seu uso esteja se difundindo, ainda há questões que carecem de entendimento e que o emprego de simulações numéricas se coloca como uma ferramenta de grande utilidade nesta missão.



## REFERÊNCIAS

---

ABBASI, Z.; OZEVIN, D. **Acoustoelastic coefficients in thick steel plates under normal and shear stresses**. *Experimental Mechanics*, v. 56, n. 9, p. 1559-1575, 2016.

ABO-QUDAIS, S.A, **Efeect of concrete mixing parameters on propagation of ultrasonic waves**. *Construction and Building Materials*. v. 19, p. 257-263, 2005.

ADESINA, A.; CERCEL, J.; DAS, S. **Effect of curing conditions on the compressive strength of sodium carbonate activated slag–glass powder mortar**. *Canadian Journal of Civil Engineering*, v. 48, n. 8, p. 1056-1061, 2021.

AGGELIS, D.G.; SHIOTANI, T. **Repair evaluation of concrete cracks using surface and through-transmission wave measurements**. *Cement & Concrete Composites*, v. 29, p. 700-711, 2007.

ÁLVARES, M. S., **Estudo de um Modelo de Dano para Concreto: Formulação, Identificação, Parâmetro e Aplicação com o Emprego do Método dos Elementos Finitos**. Dissertação de M.Sc., Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, SP, Brasil, 1993.

ASADOLLAHI, A.; KHAZANOVICH, L. **Analytical reverse time migration with new imaging conditions for one-sided nondestructive evaluation of concrete elements using shear waves**. *Ultrasonics*, v. 99, p. 105960, 2019.

ASADOLLAHI, A.; KHAZANOVICH, L. **Analytical reverse time migration: An innovation in imaging of infrastructures using ultrasonic shear waves**. *Ultrasonics*, v. 88, p. 185-192, 2018.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 8802. **Concreto endurecido – Determinação da velocidade de propagação de onda ultrassônica**. Rio de Janeiro, 2019.

BASU, S.; THIRUMALAISELVI, A.; SASMAL, S.; KUNDU, T. **Nonlinear ultrasonics-based technique for monitoring damage progression in reinforced concrete structures**. Ultrasonics, v. 115, p. 106472, 2021.

BATHE K. J. (1996). **Finite Element Procedure**, Prentice Hall, New Jersey.

BEHNIA, A.; CHAI, H. K.; YORIKAWA, M.; MOMOKI, S.; TERAZAWA M.; SHIOTANI, T. **Integrated non-destructive assessment of concrete structures under flexure by acoustic emission and travel time tomography**. Construction and Building Materials, v. 67, p. 202-215, 2014.

BENAICHA, M.; JALBAUD, O.; ALAOUI, A. H.; BURTSCHHELL, Y. **Correlation between the mechanical behavior and the ultrasonic velocity of fiber-reinforced concrete**. Construction and Building Materials, v. 101, p. 702-709, 2015.

BERJAMIN, H.; LOMBARD, B.; CHIAVASSA, G.; FAVRIE, N. **Plane-strain waves in nonlinear elastic solids with softening**. Wave Motion, v. 89, p. 65-78, 2019.

BILGEHAN, M.; TURGUT, P. **Artificial neural network approach to predict compressive strength of concrete through ultrasonic pulse velocity**. Research in Nondestructive Evaluation, v. 21, n. 1, p. 1-17, 2010.

BITTENCOURT, M. L. **Análise Computacional de Estruturas: com Aplicação do Método de Elementos Finitos**. 1a. Edição. Editora Unicamp. 2010.

BOIS, K. J.; BENALLY, A. D.; ZOUGHI, R. **Microwave near-field reflection property analysis of concrete for material content determination**. IEEE Trans. Instrum. Meas., v. 49, n. 1, p. 49-55, 2000.

BOMPAN, K. F. **Avaliação do efeito acustoelástico em elementos de concreto usando a propagação de ondas ultrassônicas pelos métodos de transmissão direta e indireta**. Tese (Doutorado em Engenharia Civil). Escola de engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo, p. 260. 2021.

BOMPAN, K. F.; HAACH, V. G. **Ultrasonic tests in the evaluation of the stress level in concrete prisms based on the acoustoelasticity**. Construction and Building Materials, v. 162, p. 740-750, 2018.

BONET, J.; WOOD, R. D.; MAHANEY, J.; HEYWOOD, P.. **Finite element analysis of air supported membrane structures**. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, v. 190, n. 5, p. 579–595, 2000.

BUNGEY, J. H. **The validity of ultrasonic pulse velocity testing of in-place concrete for strength**. NDT International, v. 13, n. 6, p. 296-300, 1980.

BYRD, R. H.; LU P.; NOCEDAL, J. **A limited memory algorithm for bound constrained optimization**. SIAM Journal on scientific computing, v. 16, n. 5, p. 1190-1208, 1995.

CAMASSA, D.; CASTELLANO, A.; FRADDOSIO, A.; PICCIONI, M. D. **A new ultrasonic amplitude tomography approach, with validation on masonry tuff blocks.** Journal of Nondestructive Evaluation, v. 39, n. 3, p. 1-19, 2020.

CANTERO-CHINCHILLA, S.; MALIK, M. K.; CHRONOPOULOS, D.; CHIACHÍO, J. **Bayesian damage localization and identification based on a transient wave propagation model for composite beam structures.** Composite Structures, v. 267, p. 113849, 2021.

CHAI, H. K.; KOBAYASHI, S., Y.; AGGELIS, D. G.; SHIOTANI, T. **Tomographic reconstruction for concrete using attenuation of ultrasound,** NDT & E International. v. 44, n. 2, 206-215, 2011.

CHOI, H.; HAM, Y.; POPOVICS, J. S. **Integrated visualization for reinforced concrete using ultrasonic tomography and image-based 3-D reconstruction.** Construction and building materials, v. 123, p. 384-393, 2016.

CHONG, E. K., ZAK, S. H. **An introduction to optimization.** 2a. Edição. John Wiley & Sons, 2001.

CHUN, P. J., UJIKE, I., MISHIMA, K., KUSUMOTO, M., OKAZAKI, S. **Random forest-based evaluation technique for internal damage in reinforced concrete featuring multiple nondestructive testing results.** Construction and Building Materials, v. 253, p.119238, 2020.

CHUNG, H. W.; LAW, K.S. **Diagnosing in situ concrete by ultrasonic pulse technique.** Concrete International, v. 5, n. 10, p.42-49, 1983.

CODA, H. B. **Análise não linear geométrica de sólidos e estruturas: Uma formulação posicional baseada no MEF.** 2003. 168 p. — Tese (Tese para concurso de professor Titular) — Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2003.

CODA, H. B. **Fundamentos da Mecânica dos Materiais e das Estruturas.** São Carlos: USP, p. 186, 2015.

COLOMBERO, C.; COMINA C.; GIULIANI A.; MANDRONE G. **Ultrasonic equipment aimed to detect grouting homogeneity in geothermal heat exchangers.** Proceedings of European Geothermal Congress, Strasbourg, France, 2016.

COURANT, R.; FRIEDRICHS, K.; LEWY, H. **Über die partiellen Differenzgleichungen der mathematischen Physik.** Mathematische annalen. V. 100, p. 32-74, 1928.

DÉROBERT, X.; VILLAIN, G. **Development of a multi-linear quadratic experimental design for the EM characterization of concretes in the radar frequency-band.** Construction and Building Materials, v. 136, p.237-245, 2017.

DHEKNE, A.; GOWDA, M.; ZHAO, Y.; HASSANIEH, H.; CHOUDHURY, R. R.. **Liquid: A wireless liquid identifier.** In Proceedings of the 16th Annual International Conference on Mobile Systems, Applications, and Services, p. 442-454, 2018.

DHILLON, B. S. (2010) **Life Cycle Costing for Engineers.** 1 ed. Boca Raton: Taylor & Francis Group.

DIJKSTRA, E. W. **A note on two problems in connexion with graphs.** Numerische mathematik, v. 1, n. 1, p. 269-271, 1959.

DONDURUR, D. **Acquisition and processing of marine seismic data.** Elsevier, p. 211-239, 2018.

DOS SANTOS, D. P.; HAACH, V. G. **Generation of ultrasonic tomography from time-domain propagation spectrum.** Ultrasonics, v. 120, p. 106666, 2022.

DROZDZ, M. B.. **Efficient finite element modelling of ultrasound waves in elastic media** Doctoral dissertation, Imperial College London, 2008.

EGLE, D. M.; BRAY, D. E. **Measurement of acoustoelastic and third-order elastic constants for rail steel.** Journal of the Acoustical Society of America, v. 60, n. 3, p.741-744, 1976.

FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON. **Model Code 2010 - First Complete Draft.** fib Bulletin, v. 1, n. 55, p. 318, 2010.

FERRARO, C. C.; BOYD, J. A.; CONSOLAZIO, R.G. **Evaluation of damage to bridge piers using pulse velocity tomography,** Construction and Building Materials. v. 38, p. 1303–1309, 2013.

FERREIRA, G. **Estudo sobre fatores influentes nos resultados de ensaios não destrutivos em concreto endurecido.** Dissertação de Mestrado. Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Federal de Uberlândia. Uberlândia. 198 f. 2011.

GARCÍA-DIEGO, F. J.; BRAVO, J. M.; PÉREZ-MIRALLES, J.; ESTRADA, H.; FERNÁNDEZ-NAVAJAS, A.. **Development of a low-cost airborne ultrasound sensor for the detection of brick joints behind a wall painting.** Sensors, v. 12, n. 2, p. 1299-1311, 2012.

GERASIMOV, S.; SYCH, T.; KULESHOV, V. **Application of finite elements method for improvement of acoustic emission testing.** In: Journal of Physics: Conference Series. IOP Publishing, p. 012017, 2016.

GHAFAARI, E.; BANDARABADI, M.; COSTA, H.; JÚLIO, E. **Prediction of fresh and hardened state properties of UHPC: comparative study of statistical mixture design and an artificial neural network model.** Journal of Materials in Civil Engineering., v. 27, n. 11, p. 04015017, 2015.

GILBERT, P.. **Iterative methods for the three-dimensional reconstruction of an object from projections.** Journal of Theoretical Biology, v. 36, p. 105-117, 1972.

GODINHO, L.; DIAS-DA-COSTA, D.; AREIAS, P.; JÚLIO, E.; SOARES JR, D. **Numerical study towards the use of a SH wave ultrasonic-based strategy for crack detection in concrete structures.** Engineering structures, v. 49, p. 782-791, 2013.

GONDIM, R.M. L.; HAACH, V. G.. **Monitoring of ultrasonic velocity in concrete specimens during compressive loading-unloading cycles.** Construction and Building Materials, v. 302, p. 2021, 124218.

GORDON, R.; BENDER, R.; HERMAN, G.T. **Algebraic reconstruction techniques (ART) for three-dimensional electron microscopy and X-Ray photography.** Journal of Theoretical Biology, v. 29, p. 471-481, 1970.

GRANTHAM, M. G. (2011) **Concrete repair: A practical guide.** CRC Press.

GRIMES, M.; BOUKABOU, A; MERDJANA, H. **Robust non-destructive measurement system for extraction of ultrasonic wave parameters using the prism technique.** Mechanical Systems and Signal Processing, v. 108, p. 238-251, 2018.

GRULLÓN, M.; BARBOSA, P.; MEDEIROS, M.; HELENE, P. **Correlação entre Resistência à Compressão e Ultra-Som: Influência da Dosagem e da Umidade.** In: 46º Congresso Brasileiro do Concreto, Florianópolis, Brasil, p. 587-596, 2004.

HAACH, V. G.; JULIANI, L. **Application of ultrasonic tomography to detection of damages in concrete.** Proceedings of the 9th International Conference on Structural Dynamics, EURO-DYN 2014, Porto, Portugal, p. 3351-3357, 2014.

HAACH, V. G.; RAMIREZ, F. C. **Qualitative assessment of concrete by ultrasound tomography.** Construction and Building Materials. v. 119, p. 61-70, 2016.

HADDAD, K.; HADDAD, O.; AGGOUN, S.; KACI, S. **Correlation between the porosity and ultrasonic pulse velocity of recycled aggregate concrete at different saturation levels.** Canadian Journal of Civil Engineering, v. 44, n. 11, p. 911-917, 2017.

HAYKIN, S. **Redes neurais: princípios e prática.** 2a. Edição Editora Bookman. 2000.

HOLLAND, J. H. **Adaptation in Natural and Artificial Systems.** University of Michigan Press, Ann Arbor, MI, 1975.

HORA, P.; MICHÁLEK, J. **Numerical Modeling of Dispersion Phenomena in Thick Plate.** In **Experimental Stress Analysis**, the 38th International Conference, Brno University of Technology, pp. 95-102, 2000.

HUGHES, D. S.; KELLY, J. L. **Second-order elastic deformation of solids.** Physical Review. v. 92, p. 1145-1149, 1953.

HUSSIN, M.; CHAN, T. H.; FAWZIA, S.; GHASEMI, N.. **Identifying the prestress force in prestressed concrete bridges using ultrasonic technology.** International Journal of Structural Stability and Dynamics, v. 20, n. 10, p. 2042014, 2020.

IAEA (International Atomic Energy Agency). **Guidebook on non-destructive testing of concrete structures.** Training Course Series no. 17. Vienna, Austria, 2002.

IRRIGARAY, M. A. P.; PINTO, R. C. A.; PADARATZ, I. J. **A new approach to estimate compressive strength of concrete by the UPV method.** Revista IBRACON de Estruturas e Materiais, v. 9, n. 3, p. 395-402, 2016.

JACKSON, M. J.; TWEETON, D. R. **MIGRATOM: Geophysical tomography using wavefront migration and fuzzy constraints.** Technical report, U.S. Department of Interior – Bureau of Mines, Washington, USA, 1994.

JAIN, A.; JHA, S. K.; MISRA, S. **Modeling and analysis of concrete slump using artificial neural networks**. Journal of Materials in Civil Engineering., v. 20, n. 9, p.628-633, 2008.

JASSBY K., SALTOUN D. **Use of ultrasonic Rayleigh waves for the measurement of applied biaxial surface stresses in aluminum 2024-T351 alloy**. Materials Evaluation v. 40, n. 2, p. 198–205, 1982

JONES, R. **The ultrasonic testing of concrete**. Ultrasonics, v. 1, n. 2, p. 78-82, 1963.

KAPLAN, M.F. **The effects of age and water/cement ratio upon the relation between ultrasonic pulse velocity and compressive strength**, Magazine of Concrete Research, v. 11, n. 32, p. 85–92, 1959.

LAROSE, E.; HALL, S. **Monitoring stress related velocity variation in concrete with a 2× 10- 5 relative resolution using diffuse ultrasound**. The Journal of the Acoustical Society of America, v. 125, n. 4, p. 1853-1856, 2009.

LEISK, G. G.; SAIGAL, A. **The acoustoelastic measurement of elastic constants in alumina/aluminum metal matrix composites**. Scripta metallurgica et materialia, v. 33, n. 7, 1995.

LI, Y.; LIU, H.; WANG, Y.; LIU, Y.; LIU, T.; LUO, Q. **Acoustoelastic effect simulation by time–space finite element formulation based on quadratic interpolation of the acceleration**. Wave Motion, 93, p. 102465, 2020.

LI, Z.; HE, J.; TENG, J.; WANG, Y. **Internal stress monitoring of in-service structural steel members with ultrasonic method**. Materials, v. 9, n. 4, 2016.

LILLAMAND, I.; CHAIX, J. F.; PLOIX, M. A.; GARNIER, V. **Acoustoelastic effect in concrete material under uni-axial compressive loading**. NDT&E Internacional, v. 43, n. 8, p.655-660, 2010.

LIÑÁN, C. R.; MORALES CONDE, M. J.; de HITA, P. R.; GÁLVEZ, F. P. **Application of non-destructive techniques in the inspection of wooden structures of protected buildings: The case of nuestra señora de los dolores church (Isla Cristina, Huelva)**. International Journal of Architectural Heritage, v. 9, n. 3, p. 324-340, 2015.

LIU, X.; SUN, D.; LIU, D.; MENG, K.; NI, C.; SHAO, Z.; SUN, L. **Simulation of ultrasonic propagation in porous cellular concrete materials**. Construction and Building Materials, v. 285, p. 122852, 2021.

LORENZI, A.; CAMPAGNOLO, J.; SILVA FILHO, L. C. P. **Application of artificial neural network for interpreting ultrasonic readings of concrete**. International Journal of Materials and Product Technology, v. 26, p. 57-70, 2006.

LORENZI, A.; SILVA FILHO, L. C. P.; CAMPAGNOLO, J. L. **Desenvolvimento de redes neurais artificiais para interpretação de ensaios de velocidade de propagação de pulso ultrassônico no concreto**. Revista IBRACON de Estruturas e Materiais, v. 4, n. 5, p. 829-844, 2011.

- MADANDOUST, R.; GHAVIDEL, R.; NARIMAN-ZADEH, N. **Evolutionary design of generalized GMDH-type neural network for prediction of concrete compressive strength using UPV**. *Computational Materials Science*, v. 49, n. 3, p. 556-567, 2010.
- MAIO, L.; FROMME, P.. **On ultrasound propagation in composite laminates: advances in numerical simulation**. *Progress in Aerospace Sciences*, v. 129, p. 100791, 2022.
- MALHOTRA, V. M. **Surface Hardness Methods**. In: Malhotra, V.M.; Carino, N.J. *Handbook on Nondestructive Testing of Concrete*, 2nd ed. Boca Raton: CRC Press, 2004.
- MARKOVIC, N.; NESTOROVIC, T.; STOJIC, D. **Numerical modeling of damage detection in concrete beams using piezoelectric patches**. *Mechanics Research Communications*, v. 64, p. 15-22, 2015.
- MARTIN, J.; BROUGHTON, K.J.; GIANNOPOLOUS, A.; HARDY, M.S.A.; FORDE, M.C. **Ultrasonic tomography of grouted duct post-tensioned reinforced concrete bridge beams**. *NDT&E International*, Oxford, v. 31, p. 107-113, 2001.
- MARTINS, S. T. et al. **Characterization of pervious concrete focusing on non-destructive testing**. *Revista IBRACON de Estruturas e Materiais*. v. 13, n. 03, p. 483-500, 2020.
- MAZARS J., **Application de la mécanique de l'endommagement au comportement non linéaire et à la rupture du béton de structure**, Thèse de Doctorat d'État, Université Paris 6, Paris 1984.
- MEHTA, P. K.; MONTEIRO, P. J. M. **Concreto: microestrutura, propriedades e materiais**. 3.ed. São Paulo: IBRACON, 2008.
- MENEGHETTI, L. C. **Avaliação da resistência à compressão de concretos nas primeiras idades através da velocidade de propagação de ondas ultra-sônicas**. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1999, 159p.
- MOHABUTH, M.; KHANNA, A.; HUGHES, J.; VIDLER, J.; KOTOUSOV, A.; NG, C. T. **On the determination of the third-order elastic constants of homogeneous isotropic materials utilising Rayleigh waves**. *Ultrasonics*, v. 96, p. 96-103, 2019.
- MOLERO, M.; APARICIO, S.; AL-ASSADI, G.; CASATI, M.J.; HERNÁNDEZ, M.G.; ANAYA, J.J. **Evaluation of freeze-thaw damage in concrete by ultrasonic imaging**. *NDT&E International*, v. 52, p. 86-94, 2012.
- MOMOKI, S.; SHIOTANI, T.; CHAI, H.K., AGGELIS, D. G., KOBAYASHI, Y. **Large-scale evaluation of concrete repair by three-dimensional elastic-wave-based visualization technique**. *Structural Health Monitoring*, v. 12, n. 3, p. 240-251, 2013.
- MORI, N.; BIWA, S.; KUSAKA, T. **Damage localization method for plates based on the time reversal of the mode-converted Lamb waves**. *Ultrasonics*, v. 91, p. 19-29, 2019.
- MULDOON, R.; CHALKER, A.; FORDE, M.C.; OHTSU, M; KUNISUE, F. **Identifying voids in plastic ducts in post-tensioning prestressed concrete members by resonant frequency of impact-echo, SIBIE and tomography**. *Construction and Building Materials*, Oxford, v. 21, p. 527-537, 2007.

MURNAGHAN, F. D. **Finite deformations of an elastic solid.** American Journal of Mathematics, v. 59, n. 2, p. 235-260, 1937.

NAFFA, S. O., GOUEYGOU, M., PIWAKOWSKI, B., BUYLE-BODIN, F. **Detection of chemical damage in concrete using ultrasound.** Ultrasonics, v. 40, p. 247-251, 2002.

NGUYEN, L. T.; MODRAK, R. T. **Ultrasonic wavefield inversion and migration in complex heterogeneous structures: 2D numerical imaging and nondestructive testing experiments.** Ultrasonics, v. 82, p. 357-370, 2018.

NGUYEN-SY, T., WAKIM, J., TO, Q. D., VU, M. N., NGUYEN, T.D., NGUYEN, T. T. **Predicting the compressive strength of concrete from its compositions and age using the extreme gradient boosting method.** Construction and Building Materials, v. 260, p.119757, 2020.

NIU, Z.; WANG, W.; HUANG, X.; LAI, J. **Integrated assessment of concrete structure using Bayesian theory and ultrasound tomography.** Construction and Building Materials, v. 274, p. 122086, 2021.

NOGUEIRA C. L.; WILLAM K. J. **Ultrasonic Testing of Damage in Concrete under Uniaxial Compression.** ACI Materials Journal, v. 98, n. 3, p. 265-275, 2001.

NOGUEIRA, C. L. **Ultrasonic evaluation of acoustoelastic parameters in aluminum.** Journal of Materials in Civil Engineering, v. 29, n. 10, p. 04017158, 2017.

OH, T., POPOVICS; J. S.; HAM, S.; SHIN, S. W. **Practical finite element based simulations of nondestructive evaluation methods for concrete.** Computers & structures, v. 98, p. 55-65, 2012.

OSTROVSKY, L. A.; JOHNSON, Paul A. **Dynamic nonlinear elasticity in geomaterials.** La Rivista del Nuovo Cimento, v. 24, n. 7, p. 1-46, 2001.

PALLARÉS, F. J.; BETTI, M.; BARTOLI, G.; PALLARÉS, L. **Structural health monitoring (SHM) and Nondestructive testing (NDT) of slender masonry structures: A practical review.** Construction and Building Materials, v. 297, p. 123768, 2021.

PALOMAR I.; BARLUENGA, G. **Assessment of lime-cement mortar microstructure and properties by P-and S-ultrasonic waves.** Construction and Building Materials, v. 139, p. 334-341, 2017.

PANESAR D.K.; CHIDIAC S.E. **Ultrasonic pulse velocity for determining the early age properties of dry-cast concrete containing ground granulated blast-furnaceslag,** Canadian Journal of Civil Engineering, v. 34, n. 5, p. 682-385, 2007.

PASTORINO, M.; CAORSI, S.; MASSA, A. **A global optimization technique for microwave nondestructive evaluation.** IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, v. 51, p. 666-673, 2002.

PAULTRE, P. **Dynamics of structures.** 1a Edição. John Wiley & Sons. 2010.

PAYAN, C., GARNIER, V., MOYSAN, J., JOHNSON, P. A. **Determination of third order elastic constants in a complex solid applying coda wave interferometry.** Applied Physics Letters, v. 94, n. 1, p. 011904, 2009.

PAYAN, C.; GARNIER, V.; MOYSAN, J. **Determination of nonlinear elastic constants and stress monitoring in concrete by coda waves analysis.** European journal of environmental and civil engineering, v. 15, n. 4, p. 519-531, 2011.

PEREGO, M. **Danneggiamento dei material lapidei: leggi costitutive, analisis per elementi finiti ed applicazioni.** Tesi di Laurea (in italian), Politecnico di Milano, Anno Accademico, 1990.

PERLIN, L. P.; ANDRADE PINTO, R. C.; VALLE, Â. **Ultrasonic tomography in wood with anisotropy consideration.** Construction and Building Materials, v. 229, p. 116958, 2019.

PERLIN, L. P.; PINTO, R. C. A. **Use of network theory to improve the ultrasonic tomography in concrete.** Ultrasonics. v. 96, p. 185-195, 2019.

PERLIN, L. P.; VALLE A.; ANDRADE PINTO, R. C. **New method to locate the pith position in a wood cross-section based on ultrasonic measurements.** Construction and Building Materials, v. 169, p. 733-739, 2018.

PETRO JR, J. T.; KIM, J. **Detection of delamination in concrete using ultrasonic pulse velocity test.** Construction and Building Materials v. 26, p. 574-582, 2012.

PHILIPPIDIS T.P., AGGELIS D.G., **An acousto-ultrasonic approach for the determination of water-to-cement ratio in concrete,** Cement and Concrete Research. v. 33, n.4, p. 525–538, 2003.

PIERSOL, A. **Time delay estimation using phase data.** IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, v. 29, n. 3, p. 471-477, 1981.

PIMENTA, P. M. **Fundamentos da Mecânica dos Sólidos e das Estruturas.** São Paulo: USP, p. 390, 2006.

PINES, D.; AKTAN, A. E. **Status of structural health monitoring of long-span bridges in the United States.** Progress in Structural Engineering and materials, v. 4, n. 4, p. 372-380, 2002.

POWELL, M. J. D. **An efficient method for finding the minimum of a function of several variables without calculating derivatives.** The computer journal, v. 7, n. 2, p. 155-162, 1964.

RAO, A. R. M.; LAKSHMI, K.; VENKATACHALAM, D. **Damage diagnostic technique for structural health monitoring using POD and self adaptive differential evolution algorithm.** Computers & structures v. 106, p. 228-244, 2012.

RAO, S.S. **Engineering optimization: theory and practice.** 4a. Edição. John Wiley & Sons, 2009.

RECHENBERG, I. **Cybernetic Solution Path of an Experimental Problem**. Library Translation 1122, Royal Aircraft Establishment, Farnborough, Hampshire, UK, 1965.

RESENDE, R. M. L. G. **Avaliação dos efeitos da danificação e da acustoelasticidade sobre a velocidade de pulso ultrassônico em corpos de prova de concreto submetidos a compressão uniaxial**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil). Escola de engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo, p. 135. 2018.

RIBEIRO, P. O. **Calibração automática de modelos em elementos finitos por meio de métodos de otimização e análise modal**. Dissertação de Mestrado. Universidade de São Paulo, 2019.

RILEM **Recommendation NDT 1, Testing of concrete by the ultrasonic pulse method**, Paris, Dec. 1972.

ROSA, T.D.O., LUZ, H.S. **Conceitos básicos de algoritmos genéticos: Teoria e prática**. XI Encontro de Estudantes de Informática do Tocantins, p. 27-37, 2009.

SANTOS, D. P.; FERNANDES NETO, J. A. D.; HAACH, V. G. **Sistematização da aplicação do método dos elementos finitos para o problema da propagação de ondas**. In: Anais do I Simpósio sobre ensaios não destrutivos na Construção Civil, Campinas-SP, 2021.

SANTOS, N. O. **Modelos de dano para concreto**. Dissertação de mestrado. Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil COPPE/Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro. 2015.

SCHURR, D. P.; KIM, J. Y.; SABRA, K. G.; JACOBS, L. J. **Damage detection in concrete using coda wave interferometry**. NDT & E International, v. 44, n. 8, p. 728-735, 2011.

SHAH, A. A.; ALSAYED, S. H., Abbas H.; Al-Salloum Y.A. **Predicting residual strength of non-linear ultrasonically evaluated damaged concrete using artificial neural network**. Construction and Building Materials. v. 29, p. 42-50, 2012.

SHAH, A. A.; RIBAKOV, Y. **Effectiveness of nonlinear ultrasonic and acoustic emission evaluation of concrete with distributed damages**. Materials & Design, v. 31, n. 8, p. 3777-3784, 2010.

SHAH, A. A.; RIBAKOV, Y.; ZHANG, C. **Efficiency and sensitivity of linear and non-linear ultrasonics to identifying micro and macro-scale defects in concrete**. Materials & Design, v. 50, p. 905-916, 2013.

SHARIQ, M.; PRASAD, J.; MASOOD, A. **Studies in ultrasonic pulse velocity of concrete containing GGBFS**. Construction and Building Materials v. 40, p. 944-950, 2013.

SHARMA S., MUKHERJEE A., **Monitoring freshly poured concrete using ultrasonic waves guided through reinforcing bars**, Cement and Concrete Composites. v. 55, p. 337-347, 2015.

SHIN, S. W., LEE, J., KIM, J. S., SHIN, J. **Investigation of influences of mixing parameters on acoustoelastic coefficient of concrete using coda wave interferometry**. Smart structures and systems, v. 17, n. 1, p. 73-89, 2016.

SHOKOUHI, P.; WOLF, J.; WIGGENHAUSER, H. **Detection of delamination in concrete bridge decks by joint amplitude and phase analysis of ultrasonic array measurements.** Journal of Bridge Engineering, v. 19, n. 3, p. 04013005, 2014.

SHOKOUHI, P.; ZOËGA, A.; WIGGENHAUSER, H. **Nondestructive investigation of stress-induced damage in concrete.** Advances in Civil Engineering, p. 1-9, 2010.

SNIEDER, R.; GRÊT, A.; DOUMA, H.; SCALES, J. **Coda wave interferometry for estimating nonlinear behavior in seismic velocity.** Science, v. 295, p. 2253-2255, 2002.

SORIANO, H. L. **Introdução à Dinâmica das Estruturas.** 1a. Edição. Editora GEN LTC. 2014.

SOUTSOS, M. N.; BUNGEY, J. H.; MILLARD, S. G., Shaw M. R., Patterson, A. **Dielectric properties of concrete and their influence on radar testing.** NDT & E International., v. 34, n. 6, p.419-425, 2001.

STÄHLER, S. C.; SENS-SCHÖNFELDER, C.; NIEDERLEITHINGER, E.. **Monitoring stress changes in a concrete bridge with coda wave interferometry.** Journal of Acoustical Society of America, v. 129, p. 1945-1952, 2011.

STORN, R.; PRICE, K. V. **Differential evolution - a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces.** Journal of Global Optimization v. 11, p. 341–359, 1997.

TENZA-ABRIL, A. J.; VILLACAMPA, Y.; SOLAK A.M.; BAEZA-BROTOS, F. **Prediction and sensitivity analysis of compressive strength in segregated lightweight concrete based on artificial neural network using ultrasonic pulse velocity.** Construction and Building Materials., v. 189, p.1173-1183, 2018.

TIMERMAN, J. **Inspeção de pontes: o estágio atual da normalização.** São Paulo. 2015.

TOPCU, I. B.; SARIDEMIR, M. **Prediction of properties of waste AAC aggregate concrete using artificial neural network.** Computational Materials Science, v. 41, n. 1, p. 117-125, 2007.

TRTNIK G.; GAMS M., **Ultrasonic assessment of initial compressive strength gain of cement based materials,** Cement and Concrete Research. v. 67, p. 148–155, 2015.

VAZ, L. E. **Métodos dos Elementos Finitos em Análise de Estruturas.** 1a. Edição. Elsevier Brasil. 2010.

VILLAIN, G.; IHAMOUTEN, A.; DEROBERT, X. **Determination of concrete water content by coupling electromagnetic methods: Coaxial/cylindrical transition line with capacitive probes.** NDT & E International., v. 88, p.59-70, 2017.

VO-DUY, T.; HO-HUU, V.; DANG-TRUNG, H.; NGUYEN-THOI, T. **A two-step approach for damage detection in laminated composite structures using modal strain energy method and an improved differential evolution algorithm.** Composite Structures v. 147, p. 42-53, 2016.

VU, Q. A.; GARNIER, V.; CHAIX, J. F.; PAYAN, C.; LOTT, M.; EIRAS, J. N. **Concrete cover characterisation using dynamic acousto-elastic testing and Rayleigh waves.** *Construction and Building Materials*, v. 114, p. 87-97, 2016.

WANG, Y., HU, H. X., LIU, S. J., CHEN, S. J., XU, Z. Z. **The effect of water-cement ratio on acousto-ultrasonic characteristics in mortar.** *Russian Journal of Nondestructive Testing*, v. 53, p. 148–158, 2017.

WANG, Y.; LIU, N.; GONG, Y.; ZHU, X.; LI, Z.; LONG, Z.; TENG, J; CHEN, J. **Three-dimensional stress measurement for structural steel plates using ultrasonic T-waves and P-waves.** *Measurement*, v. 190, p. 110310, 2022.

WICIAK, P.; POLAK, M. A.; CASCANTE, G. **Wave propagation in glass fibre-reinforced polymer (GFRP) bars subjected to progressive damage—Experimental and numerical results.** *Materials Today Communications*, v. 27, p. 102199, 2021.

WOO, J. H.; KIM, J. T.; CHO, H. M.; NA, W. B. **Finite element simulation of elastic wave propagation in a concrete plate-modeling and damage detection.** *Journal of Ocean Engineering and Technology*, v. 21, n. 6, p. 26-33, 2007.

XU, Y.; JIN, R. **Measurement of reinforcement corrosion in concrete adopting ultrasonic tests and artificial neural network.** *Construction and Building Materials*. v. 177, p.125-133, 2018.

XU, Y.; WANG, Q.; JIANG, X.; ZU, H., WANG, W.; FENG, R. **Nondestructive assessment of microcracks detection in cementitious materials based on nonlinear ultrasonic modulation technique.** *Construction and Building Materials*, v. 267, p. 121653, 2021.

XUE, J., SHAO, J.F., BURLION, N.. **Estimation of constituent properties of concrete materials with an artificial neural network based method.** *Cement and Concrete Research*, v. 150, p.106614, 2021.

YAN W. J.; CHRONOPOULOS D.; PAPADIMITRIOU C.; CANTERO-CHINCHILLA S.; ZHU G. S. **Bayesian inference for damage identification based on analytical probabilistic model of scattering coefficient estimators and ultrafast wave scattering simulation scheme.** *Journal of Sound and Vibration*, v. 468, p. 115083, 2020.

YANG, Y. B.; HUNG, H. H. **Wave propagation for train-induced vibrations: a finite/infinite element approach.** *World Scientific*, 2009.

YE, W., DENG, S., REN, J., XU, X., ZHANG, K., DU, W.. **Deep learning-based fast detection of apparent concrete crack in slab tracks with dilated convolution.** *Construction and Building Materials*, v. 329, p. 127157, 2022.

YOON J.; KIM H.; SHIN S. W.; SIM, S. H. **Rheology-based determination of injectable grout fluidity for preplaced aggregate concrete using ultrasonic tomography.** *Construction and Building Materials*, v. 260, p. 120447, 2020.

ZERWER, A.; POLAK, M. A.; SANTAMARINA, J. C. **Rayleigh wave propagation for the detection of near surface discontinuities: Finite element modeling.** *Journal of nondestructive evaluation*, v. 22, n. 2, p. 39-52, 2003.

ZHAN, H.; JIANG, H.; ZHUANG, C.; ZHANG, J.; JIANG, R. **Estimation of Stresses in Concrete by Using Coda Wave Interferometry to Establish an Acoustoelastic Modulus Database.** *Sensors*, v. 20, n. 14, p. 4031, 2020.

ZHANG, J.; FAN, T.; MA, H.; LI, Z. **Monitoring setting and hardening of concrete by active acoustic method: effects of water-to-cement ratio and pozzolanic materials.** *Construction and Building Materials*. v.88, p.118-125, 2015.

ZHANG, J.; HAN, B. XIE, H. B.; ZHU, L.; ZHENG, G.; WANG, W. **Correlation between coda wave and stresses in uni-axial compression concrete.** *Applied Sciences*, v. 8, n. 9, p. 1609, 2018.

ZHANG, Y.; ABRAHAM, O.; GRONDIN, F., LOUKILI, A.; TOURNAT, V.; LE DUFF, A.; LASCOUPE, B.; DURAND, O. **Study of stress-induced velocity variation in concrete under direct tensile force and monitoring of the damage level by using thermally-compensated coda wave interferometry.** *Ultrasonics*, v. 52, n. 8, p. 1038-1045, 2012.

ZHANG, Y.; ABRAHAM, O.; TOURNAT, V.; DUFF, A. L.; LASCOUP, B.; LOUKILI, A.; GRONDIN, F.; DURAND, O. **Validation of a thermal bias control technique for Coda Wave Interferometry (CWI).** *Ultrasonics*, v. 53, n. 3, p. 658-664, 2013.

ZHONG, B.; ZHU, J.; MORCOUS, G. **Measuring acoustoelastic coefficients for stress evaluation in concrete.** *Construction and Building Materials*, v. 309, p. 125127, 2021.

ZHU, Q.; BURTIN, C.; BINETRUY, C. **The viscoelastic effect during acoustoelastic testing of polyethylene.** *Polymer Testing*, v. 69, p. 286-292, 2018.

ZIELINSKA, M.; RUCKA, M. **Detection of debonding in reinforced concrete beams using ultrasonic transmission tomography and hybrid ray tracing technique.** *Construction and Building Materials*, v. 262, p. 120104, 2020.

ZIELIŃSKA, M.; RUCKA, M. **Non-destructive assessment of masonry pillars using ultrasonic tomography.** *Materials*, v. 11, n. 12, p. 2543, 2018.



## APÊNDICE A

Neste apêndice será indicada a visão geral do método dos elementos finitos para a solução de um problema dinâmico. As informações aqui reproduzidas estão baseadas nos desenvolvimentos de Bittencourt (2010), Vaz (2010), Soriano (2014) e Paultre (2010).

Resumidamente, uma abordagem para a aplicação da técnica de elementos finitos o equilíbrio pode ser escrito a partir do Princípio dos Trabalhos Virtuais (PTV). O PTV, aqui simplificado sob a forma da Eq. (A.1), desconsiderou a atuação de forças de corpo.

$$\int_S t_i \delta u_i dA = \int_V \rho \ddot{u}_i \delta u_i dV + \int_V \sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} dV \quad (\text{A.1})$$

Nesta expressão  $V$  e  $S$  representam o volume e a superfície do meio,  $\delta u$  e  $\delta \varepsilon$  os campos de deslocamentos e deformações virtuais,  $t_i$  as forças de superfície,  $u_i$  os deslocamentos reais,  $\rho$  a densidade do meio, e  $\sigma_{ij}$  e  $\varepsilon_{ij}$  os termos dos tensores de tensão e deformação, respectivamente.

A Eq. (A.1) pode ser reescrita, substituindo as forças de superfície por forças pontuais concentradas. Tal abordagem é suficiente para as análises que foram empreendidas nesta tese. Esta simplificação foi introduzida na Eq. (A.2), agora reescrita em notação matricial.

$$\{\delta u\}_i^T \{p\}_i = \int_V \{\delta u\}^T \rho \{\ddot{u}\} dV + \int_V \{\delta \varepsilon\}^T \{\sigma\} dV \quad (\text{A.2})$$

A Eq. (A.2) está definida para um meio contínuo. Entretanto, a solução em elementos finitos se aplica a um meio discreto. Assim, o deslocamento do corpo contínuo deve ser

reinterpretado por meio de deslocamentos pontuais incógnitos, de modo que deslocamentos no interior do corpo são obtidos por interpolação das respostas nodais.

Desta forma, os deslocamentos  $\{u\}$  ficam expressos pela Eq. (A.3), sendo  $\{d\}$  os deslocamentos nodais e  $[N]$  a matriz das funções de forma que interpolam estes deslocamentos para a obtenção do campo de deslocamentos no contínuo. Salienta-se que as aproximações aqui apresentadas estão particularizadas ao problema bidimensional.

$$\{u\} = [N]\{d\} = \begin{bmatrix} \phi_1 & 0 & \phi_2 & 0 & \dots & \phi_n & 0 \\ 0 & \phi_1 & 0 & \phi_2 & \dots & 0 & \phi_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ \dots \\ u_n \\ v_n \end{Bmatrix} \quad (\text{A.3})$$

De maneira análoga as grandezas de velocidade e aceleração podem ser convenientemente definidas.

As medidas de deformação são escritas em termos da variação dos deslocamentos. Assim, expressa-se matricialmente as derivadas necessárias por meio da matriz  $[B]$ , que está definida em relação ao sistema global de referência  $(x,y)$ . A Eq. (A.4) explicita este entendimento.

$$\varepsilon = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = [L][N]\{d\} = [B]\{d\} \quad (\text{A.4})$$

As definições até aqui resumidas são genéricas e se aplicam a qualquer material. Entretanto, já tendo sido definida a deformação linear de engenharia, a Lei de Hooke também será a adotada para o presente desenvolvimento, Eq. (A.5).

$$\{\sigma\} = [E]\{\varepsilon\} \quad (\text{A.5})$$

$$[E] = \frac{E_o}{(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(1-\nu)}{2} \end{bmatrix} \quad (\text{A.6})$$

Nesta expressão,  $E_o$  apresenta o módulo de elasticidade do material e  $\nu$  o coeficiente de Poisson.

Desta forma, é possível desenvolver a Eq. (A.2) aplicando o modelo de material e deformação escolhidos como apresentado abaixo:

$$\begin{aligned} \{\delta u\}_i^T \{p\}_i &= \int_V \{\delta u\}^T \rho \{\ddot{u}\} dV + \int_V \{\delta \varepsilon\}^T \{\sigma\} dV \\ [N]^T \{\delta d\}^T \{p\}_i &= \int_V [N]^T \{\delta d\}^T \rho [N] \{\ddot{d}\} dV + \int_V [B]^T \{\delta d\}^T [E][B] \{d\} dV \\ \{\delta d\}^T \left[ \int_V [N]^T \rho [N] \{\ddot{d}\} dV + \int_V [B]^T [E][B] \{d\} dV - \{p\} \right] &= 0 \\ \int_V [N]^T \rho [N] \{\ddot{d}\} dV + \int_V [B]^T [E][B] \{d\} dV - \{p\} &= 0 \end{aligned}$$

Portanto, fica enunciada, a menos da parcela de amortecimento, a equação de equilíbrio dinâmico para um problema linear elástico, Eq. (A.7). Do ponto de vista prático, os termos desta equação foram reescritos sob a forma das matrizes de massa,  $[M]$ , e rigidez  $[K]$ , conforme o indicado.

$$[M] \{\ddot{d}\}_i + [K] \{d\}_i = \{p\}_i \quad (\text{A.7})$$

na qual

$$[M] = \int_V \rho [N]^T [N] dV$$

$$[K] = \int_V [B]^T [E][B] dV$$

Neste trabalho, as funções de forma ( $\phi_i$ ) foram definidas para as coordenadas locais adimensionais do elemento finito, portanto, os termos indicados na Eq. (A.3) dirão respeito a funções do tipo  $\phi_i(\xi_1, \xi_2)$ . Esta definição requer uma sensível modificação nos cálculos das matrizes apresentadas, uma vez que as derivadas operadas pela matriz  $[B]$  estão definidas no sistema global  $(x, y)$ . Assim, esta operação deve ser precedida pela aplicação da regra da cadeia:

$$\frac{\partial \phi_i}{\partial \xi_1} = \frac{\partial \phi_i}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \xi_1} + \frac{\partial \phi_i}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \xi_1}$$

$$\frac{\partial \phi_i}{\partial \xi_2} = \frac{\partial \phi_i}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \xi_2} + \frac{\partial \phi_i}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \xi_2}$$

Ou sob a forma matricial:

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial \phi_i}{\partial \xi_1} \\ \frac{\partial \phi_i}{\partial \xi_2} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi_1} & \frac{\partial y}{\partial \xi_1} \\ \frac{\partial x}{\partial \xi_2} & \frac{\partial y}{\partial \xi_2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial \phi_i}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi_i}{\partial y} \end{Bmatrix} = [J] \begin{Bmatrix} \frac{\partial \phi_i}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi_i}{\partial y} \end{Bmatrix}$$

Esta definição demonstra que a matriz jacobiana  $[J]$  permite que as derivadas do sistema local sejam transformadas em derivadas do sistema global. Ato contínuo, o contrário também é verdadeiro e se presta ao interesse da presente aplicação:

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial \phi_i}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi_i}{\partial y} \end{Bmatrix} = [J]^{-1} \begin{Bmatrix} \frac{\partial \phi_i}{\partial \xi_1} \\ \frac{\partial \phi_i}{\partial \xi_2} \end{Bmatrix}$$

Como as coordenadas no elemento finito são dadas como uma interpolação entre as posições dos nós do elemento  $(X_i, Y_i)$  a partir das funções de forma  $(\phi_i)$ , pode-se definir que as Eqs. (A.8).

$$x(\xi_1, \xi_2) = \sum_{i=1}^n \phi_i(\xi_1, \xi_2) X_i$$

$$y(\xi_1, \xi_2) = \sum_{i=1}^n \phi_i(\xi_1, \xi_2) Y_i$$
(A.8)

Dessa forma, a matriz Jacobiana pode ser numericamente calculada conforme o demonstrado na Eq. (A.9).

$$[J] = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n \frac{\partial \phi_i(\xi_1, \xi_2)}{\partial \xi_1} X_i & \sum_{i=1}^n \frac{\partial \phi_i(\xi_1, \xi_2)}{\partial \xi_1} Y_i \\ \sum_{i=1}^n \frac{\partial \phi_i(\xi_1, \xi_2)}{\partial \xi_2} X_i & \sum_{i=1}^n \frac{\partial \phi_i(\xi_1, \xi_2)}{\partial \xi_2} Y_i \end{bmatrix}$$
(A.9)

Também é preciso destacar o fato de que as integrais foram definidas para o volume descrito em termos das coordenadas globais, isto é,  $dV = dxdydz$  ou  $dV = t dxdy$ , para problemas bidimensionais, onde  $t$  é a espessura do sólido 2D. Assim, o cálculo do volume a partir das coordenadas locais deve ser realizado a partir do determinante da matriz Jacobiana, conforme o indicado na Eq. (A.10).

$$dV = t \cdot dx \cdot dy = t \cdot d\xi_1 \cdot d\xi_2 \cdot |\det[J]| \quad (\text{A.10})$$

Por tratar-se de um cálculo discreto, todas as integrais devem ser realizadas numericamente. Neste trabalho foi aplicada a quadratura de Hammer.

Dois elementos finitos foram utilizados, o primeiro foi o elemento triangular linear formado por 3 nós e 1 ponto de integração, e o segundo o elemento triangular cúbico constituído de 10 nós e 7 pontos de integração. Portanto, diferentes funções de  $\phi_i(\xi_1, \xi_2)$  foram empregadas para cada caso. No mais, o processo de solução é o mesmo e o código não necessita de ser alterado.

Neste trabalho, para a integração temporal da equação de equilíbrio dinâmico foi empregado o método de Newmark.

O método de integração de Newmark se constitui como um método implícito, isto significa que a solução dinâmica do passo atual depende de parâmetros que pertencem a este mesmo passo de tempo.

Assim, para a discretização da resposta dinâmica no domínio do tempo, desde que os parâmetros do integrador tenham sido fixados em  $\gamma = 1/2$  e  $\beta = 1/4$ , este método aproxima as acelerações e velocidades por meio das Eq. (A.11). Salienta-se que nestas expressões os índices  $i$  correspondem ao passo de tempo atual.

$$\begin{aligned} \{\ddot{d}\}_i &= -\{\ddot{d}\}_{i-1} + \frac{4}{\Delta t^2} \left( \{d\}_i - \{d\}_{i-1} - \{\dot{d}\}_{i-1} \Delta t_i \right) \\ \{\dot{d}\}_i &= -\{\dot{d}\}_{i-1} + \frac{2}{\Delta t} \left( \{d\}_i - \{d\}_{i-1} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

Substituindo estas duas definições de velocidade e aceleração na equação de equilíbrio dinâmico é possível reescrever o problema em função da pseudo-matriz de rigidez  $[K_{pseud}]$  e da pseudo-força  $\{p_{pseud}\}$ , o que facilita o processo de solução numérica. Assim, o novo sistema linear, a ser resolvido a cada passo de tempo, está indicado pela Eq. (A.12).

$$[K_{pseud}] \{d\}_i = \{p_{pseud}\}_i \quad (\text{A.12})$$

onde:

$$[K_{pseud}] = [K] + \frac{4}{\Delta t^2}[M] + \frac{2}{\Delta t}[C]$$

$$\{p_{pseud}\}_i = \{p\}_i + [M] \cdot \left( \{\ddot{d}\}_{i-1} + \frac{4}{\Delta t} \{\dot{d}\}_{i-1} + \frac{4}{\Delta t^2} \{d\}_{i-1} \right) + [C] \cdot \left( \{\dot{d}\}_{i-1} + \frac{2}{\Delta t} \{d\}_{i-1} \right)$$

Acrescenta-se que para cada passo de tempo os deslocamentos são determinados e, na sequência, as velocidades e acelerações aplicando as Eq. (A.11). Tal algoritmo se repete até que tenha sido decorrido todo o vetor de tempos da análise.

As informações acima descritas são o subsídio básico para a compressão do método de solução. Naturalmente, o resumo teórico omitiu algumas passagens importantes, a exemplo da construção das matrizes globais do problema. Entretanto, a visão geral apresentada é suficiente para esclarecer as aplicações empreendidas.

## APÊNDICE B

---

Ao longo do trabalho foram empregados três algoritmos bioinspirados, a saber: algoritmo genético, evolução diferencial e redes neurais artificiais. Neste apêndice uma visão geral será apresentada a respeito de cada um deles. A abordagem aqui empreendida está baseada nos trabalhos de Haykin (2000), Rao (2009), Rosa e Luz (2009), Ribeiro (2019) e Storn e Price (1997).

- Algoritmos genéticos (GA)

Como já esclarecido no corpo do trabalho, as variáveis de projeto em uma GA são representadas como *strings* de 0 e 1. Ou seja, a menos que sensíveis alterações sejam realizadas uma GA trabalhará com números inteiros.

Para maior esclarecimento, a representação de um número inteiro pode ser realizada por um número binário sob a forma  $b_q b_{q-1} \dots b_2 b_1 b_0$ . A conversão deste número em seu inteiro decimal correspondente pode ser feita por meio da Eq. (B.1).

$$y = \sum_{k=0}^q 2^k b_k \quad (\text{B.1})$$

Portanto, se um dado indivíduo (ou “cromossomo”) de uma dada população inicializada pela GA corresponder ao número 5, a *string* que o representará será a sequência 1010, ou seja,  $1x2^0 + 0x2^1 + 1x2^2 + 0x2^3$ .

Como o princípio por detrás da GA é o da procura pela melhor adaptação, é comum que o problema resolvido por ela seja entendido como de maximização irrestrita, tendo como alvo a maximização de uma *fitness function* (função de aptidão),  $F(\mathbf{X})$ . Entretanto, esta é uma

questão formal e a função de aptidão pode ser escrita em relação a uma função objetivo,  $f(\mathbf{X})$ , que se deseja minimizar, Eq (B.2). Esta é uma abordagem comum e que também foi incorporada a este trabalho.

$$F(\mathbf{X}) = \frac{1}{1 + f(\mathbf{X})} \quad (\text{B.2})$$

O algoritmo sempre é iniciado com uma população aleatória, e sobre esta são realizadas três operações básicas: reprodução, cruzamento e mutação. Ao final de cada ciclo, a competência das soluções possíveis é avaliada frente à função de aptidão.

A primeira operação realizada é a de reprodução, assim, a cada indivíduo é atribuída uma probabilidade ( $p_i$ ) de avançar para a próxima geração, ou seja, passar adiante as suas características. Tal probabilidade depende da sua aptidão ( $F_i$ ) frente ao desempenho dos demais indivíduos da população. Esta definição é traduzida matematicamente por meio da Eq. (B.3).

$$p_i = \frac{F_i}{\sum_{j=1}^n F_j} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (\text{B.3})$$

Essa abordagem de escolha é o fundamento básico por detrás do chamado “método da roleta”, uma vez que o critério é selecionar indivíduos mais ou menos aptos, entretanto, utilizando uma medida de probabilidade.

Naturalmente, há alternativas a este processo, a exemplo do “método elitista” segundo o qual as soluções de maior aptidão já são automaticamente preservadas para a geração seguinte.

Após a etapa de reprodução procede-se o cruzamento entre as *strings*. Para esta etapa existe uma quantidade substantiva de operações possíveis, a mais simples delas consiste em tomar duas soluções possíveis e trocar trechos de suas *strings* a partir de certa posição. Esta técnica aceita variações, de modo que as trocas podem ser realizadas em mais de um trecho ou até mesmo de forma uniforme (randômica) ao longo das *strings*.

É importante salientar que não se deseja perder as boas candidatas a solução durante o processo de cruzamento, em função disso é útil a definição de uma probabilidade de cruzamento ( $p_c$ ). Tal valor é especificado pelo programador e impede que todos os indivíduos se percam na série de cruzamentos.

O processo de mutação também ocorre para uma certa probabilidade,  $p_m$ , entretanto, salienta-se que tal probabilidade possui valor baixo. Do ponto de vista numérico, este é um processo simples e objetivo, o operador de mutação irá ou não alterar determinada posição da *string* substituindo um 0 por 1, ou vice-versa. Uma estratégia de implementação é a geração aleatória de um valor, compreendido entre 0 e 1, se este valor for superior à probabilidade de mutação ( $p_m$ ) a troca na *string* acontece.

A estruturação do algoritmo, de modo geral, segue os seguintes passos:

1. Inicialização da população
2. Avaliação da população (cálculo das aptidões)
3. Seleção dos reprodutores
4. Cruzamento dos selecionados
5. Mutação dos resultantes
6. Avaliação dos resultantes
7. Atualização da população

O processo, após a atualização da população, retorna para a cálculo das aptidões e segue desta forma até a obtenção de uma resposta com erro admissível.

- Evolução diferencial (DE)

No texto deste trabalho, maiores informações foram dadas ao algoritmo de evolução diferencial em função da sua menor popularização. Assim, neste apêndice as informações serão apenas recobradas e novos dados acrescentados.

Como se viu, há poucos parâmetros a alterar na implementação básica do algoritmo DE, a saber: *differential weight* ( $F \in [0,2]$ ), *crossover probability* ( $CR \in [0,1]$ ), tamanho da população e o critério de convergência, este pode ser um número máximo de iterações ou um valor de tolerância.

O algoritmo é iniciado com a geração de um número de indivíduos,  $N_p$ . Estes indivíduos são vetores candidatos a solução, ou seja, são pretensas soluções espalhadas em todo o domínio de possibilidades.

O passo seguinte consiste da avaliação de todo este conjunto solução, definindo a aptidão de cada indivíduo. Esta aptidão simplesmente é a competência em minimizar a função objetivo do problema. Na sequência são realizadas as operações explicitadas na seção 2.2, seguindo a ordem de: mutação, cruzamento, avaliação e nova seleção.

Entretanto, existem diferentes estratégias de aplicação do algoritmo. Estas podem ser descritas pela alcunha “DE/a/b/c”. Abaixo estão indicadas as alternativas para cada um destes espaços:

- “a”: pode receber a designação “rand” caso os vetores da ponderação diferencial (Eq. (2.11)) sejam randomicamente escolhidos, ou “best” caso os vetores da ponderação sejam os de melhor desempenho na avaliação da função objetivo.
- “b”: representa a quantidade de diferenças ponderadas, que pode ser igual ou superior a 1.
- “c”: especifica o tipo do cruzamento que pode ser exponencial (“exp”) ou binominal (“bin”).

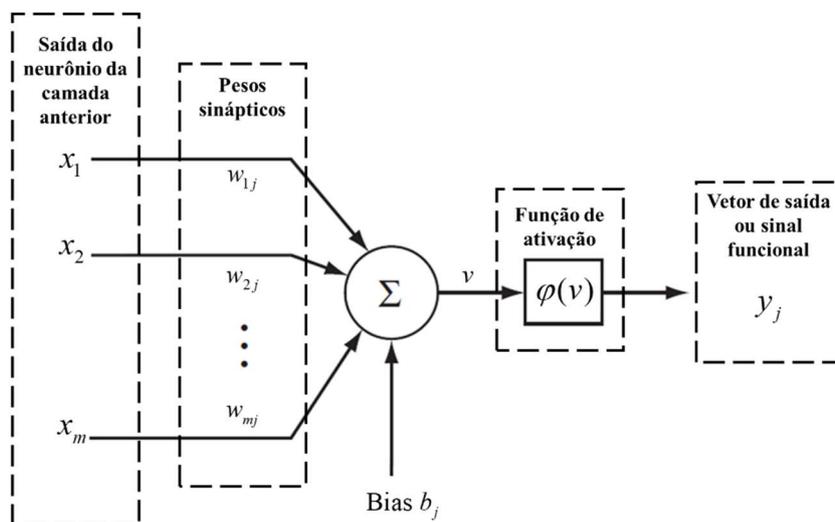
O cruzamento “bin” realiza experimentos binominais, nos quais cada componente do *target vector* possui uma dada probabilidade ( $p$ ) de ser trocado por um componente do *mutant vector*. Já o cruzamento “exp” faz a troca de informações delimitadas entre dois pontos do vetor, estes pontos são randomicamente escolhidos e entre eles um número  $n$  de informações são retiradas do *mutant vector*.

Recobra-se que neste trabalho foi adotada a configuração DE/rand/1/bin.

- Redes neurais artificiais (ANN)

O componente básico de uma rede neural é o neurônio artificial. Há na literatura uma representação gráfica consagrada, que está reproduzida abaixo.

Figura B.1 – Representação de um neurônio artificial.



Fonte: autor.

O processamento realizado por um neurônio é simples, ele recebe componentes de um vetor das camadas anteriores a ele, multiplica estes componentes por um conjunto de pesos ( $w$ ) e os soma acrescentando o valor do *bias*, este tem a mesma função de um coeficiente independente dentro de uma função afim, portanto essas operações podem ser representadas pela Eq. (B.4).

$$v = \sum_{i=1}^m w_i x_i + bias \quad (B.4)$$

O resultado desta soma ( $v$ ), conhecido como campo local induzido, é submetido a uma função ativação que produz a saída final daquele neurônio. Várias são as funções de ativação disponíveis para o uso em redes neurais, e a sua escolha diz respeito ao resultado desejado, conforme apresentado na seção 3.2.1.

O modelo de rede aplicado neste trabalho foi o *feedforward* de camada múltipla, ou seja, a rede foi construída com uma camada de entrada, um certo número de camadas ocultas e uma camada de saída, de modo que a informação trafega na rede em sentido único, da camada de entrada em direção à camada de saída. Em outras palavras, a saída de um neurônio não pode ser utilizada como entrada para neurônios de camadas anteriores. De forma diversa, as redes que não possuem esta característica, são chamadas de redes de recorrência.

Estabelecida a arquitetura da rede, coloca-se a questão relacionada ao seu treinamento. Neste trabalho foi realizado um processo de aprendizado supervisionado, ou seja, o conjunto de dados de treinamento era conhecido em sua entrada e em sua saída, de modo que o erro cometido pela rede era imediatamente avaliado e utilizado na correção dos seus pesos.

O processo de aprendizado supervisionado mais difundido é o algoritmo de retropropagação (*back-propagation algorithm*). Neste processo, em uma primeira etapa é fornecido à rede os dados de entrada para que ela produza uma saída com o conjunto de pesos atual. Tal saída produzirá respostas diferentes da desejada, esta diferença corresponde a um erro que será retropropagado com vistas à modificação dos pesos sinápicos da rede.

Este processo se repete uma série de vezes, até que o erro seja reduzido a um valor admissível. Cada conjunto completo de treinamento recebe o nome de época de treinamento, assim, após cada  $n$ -época de treinamento existe um conjunto de pesos  $w_{ij}(n)$ , que se referem à saída do neurônio  $i$  e à entrada do neurônio  $j$ . Portanto, a correção aplicada em cada iteração é denotada por  $\Delta w_{ij}(n)$  e está representada pela Eq. (B.5).

$$\Delta w_{ij}(n) = \eta \delta_j(n) y_j(n) \quad (B.5)$$

O valor de  $\eta$  é o parâmetro da taxa de aprendizagem do algoritmo e deve ser atribuído pelo usuário.

Como apresentado pela Figura B.1,  $y_j(n)$  corresponde ao resultado da função de ativação aplicada ao campo induzido na época de treinamento  $n$ , isto é:

$$y_j(n) = \varphi(v_j(n))$$

O  $\delta_i(n)$  representa o gradiente local e o seu cálculo depende da determinação de uma função de energia total de erro, que nesta explanação será denotada pela Eq. (B.6).

$$E(n) = \frac{1}{2} \sum e_j^2(n) \quad (\text{B.6})$$

O valor de  $e_j$  é tão tomente o erro do sinal associado a cada neurônio  $j$ , ou seja, a diferença entre o valor desejado ( $d_j(n)$ ) e o obtido ( $y_j(n)$ ).

Finalmente, o gradiente local pode ser escrito sob a forma da Eq. (B.7).

$$\begin{aligned} \delta_j(n) &= -\frac{\partial E(n)}{\partial v_j(n)} \\ &= -\frac{\partial E(n)}{\partial e_j(n)} \frac{\partial e(n)}{\partial y_j(n)} \frac{\partial y(n)}{\partial v_j(n)} \\ &= e_j(n) \varphi'(v_j(n)) \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

Desta forma, definida uma função de ativação derivável, todas as grandezas ficam determinadas.

Naturalmente, o método comporta diversas variações sobre o acima explicitado, entretanto, a abordagem demonstrada fornece a compreensão suficiente às abordagens realizadas no presente trabalho.

## APÊNDICE C

---

Além dos algoritmos bioinspirados, este trabalho empregou dois métodos de otimização não linear padrão. Estes foram o Método de Powell e o L-BFGS-B, este último é uma versão do BFGS, com melhoramentos na alocação de memória e permitindo a possibilidade de aplicação de restrições. A ideia destas duas abordagens será sucintamente descrita neste apêndice, estando fundamentada nos trabalhos de Rao (2009) e Chong e Zak (2001).

Para além dos métodos empregados, um problema de otimização não-linear geralmente se inicia com um candidato a solução,  $\mathbf{X}_1$ . E a questão que se coloca é, a partir de  $\mathbf{X}_1$ , qual deve ser a direção,  $\mathbf{S}_1$ , que fornece a maior minimização da função objetivo?

Naturalmente, uma vez encontrada esta direção, deve-se definir qual o tamanho do passo,  $\lambda_i$ , a ser realizado. Portanto, uma sequência de avanços no caminho de busca pelo  $\mathbf{X}$  ótimo pode ser enunciada pela Eq. (C.1).

$$\mathbf{X}_{i+1} = \mathbf{X}_i + \lambda_i \mathbf{S}_i \quad (\text{C.1})$$

Assim, de uma maneira geral, a solução de um problema não linear por meio de métodos padrão, consiste em adotar diferentes estratégias que sejam capazes de fornecer adequados valores para  $\mathbf{S}_i$  e  $\lambda_i$ .

Em uma primeira ilustração é útil notar que, desde que os valores de  $\mathbf{S}_i$  e  $\mathbf{X}_i$  sejam conhecidos, o problema equivale a determinar o  $\lambda^*$  que minimize uma função sob a forma da Eq. (C.2), ou seja, solucione de um problema unidimensional.

$$f(\lambda) = f(\mathbf{X} + \lambda \mathbf{S}) \quad (\text{C.2})$$

Uma alternativa, muito difundida na Engenharia de Estruturas, para a solução dessa natureza de problema é o emprego do Método de Newton. Esta abordagem se inicia com a aplicação da expansão pela série de Taylor até a segunda ordem, e efetua o critério de mínimo igualando a derivada desta função a zero, este raciocínio está desenvolvido nas Eqs. (C.3).

$$\begin{aligned} f(\lambda_{i+1}) &= f(\lambda_i) + f'(\lambda_i)(\lambda_{i+1} - \lambda_i) + \frac{1}{2} f''(\lambda_i)(\lambda_{i+1} - \lambda_i)^2 \\ f'(\lambda_{i+1}) &= f'(\lambda_i) + f''(\lambda_i)(\lambda_{i+1} - \lambda_i) = 0 \\ \lambda_{i+1} &= \lambda_i - \frac{f'(\lambda_i)}{f''(\lambda_i)} \end{aligned} \quad (\text{C.3})$$

Portanto, será possível encontrar o próximo passo ótimo ( $\lambda_{i+1}$ ) a partir das derivadas da função objetivo. O processo terá convergido, por exemplo, quando a tolerância da Eq (C.4) for alcançada.

$$|f'(\lambda_{i+1})| \leq tol \quad (\text{C.4})$$

Naturalmente, para que o sucesso da aplicação do método seja atingido, a função  $f(\lambda)$  deve ser conhecida e derivável até segunda ordem. Outra restrição é que, se o primeiro valor experimentado para o processo iterativo estiver próximo de um mínimo local, a solução encontrada não será a adequada.

Ainda em tempo, quando as derivadas da função  $f(\lambda)$  não puderem ser facilmente obtidas seja por uma dificuldade algébrica seja pela ausência de sua definição explícita, admite-se o seu cálculo numérico pela aplicação do método das diferenças finitas. Quando isto é feito, o método recebe o nome de Quasi-Newton.

Apesar desta apresentação ter sido para problemas unidimensionais, a aplicação do desenvolvimento das Eqs. (C.3) contém conclusões que podem ser estendidas aos problemas de várias variáveis. Deste modo, com as atualizações de que as derivadas de primeira ordem

serão substituídas pelo gradiente função e a derivada de segunda ordem dará lugar à matriz Hessiana,  $[H]$ , é possível definir a Eq. (C.5).

$$\mathbf{X}_{i+1} = \mathbf{X}_i - [H]^{-1} \nabla f_i(\mathbf{X}_i) \quad (\text{C.5})$$

Logo, pensando em um problema de múltiplas variáveis, para que determinado ponto diga respeito a um mínimo, todas as derivadas parciais deverão ser iguais a zero e a matriz Hessiana deverá ser positiva definida.

Por vezes a determinação da matriz Hessiana não pode ser feita de forma analítica, necessitando de aproximações numéricas, tais abordagens também recebem o nome de métodos Quasi-Newton. Salienta-se que o método BFGS pertence a esta família, e é, portanto, um método descendente.

Desta forma, o método BFGS calcula uma matriz  $[B]$ , em substituição à matriz Hessiana, por meio de um cálculo iterativo, permitindo a atualização da direção  $\mathbf{S}_i$  através da Eq. (C.6).

$$\mathbf{S}_i = -[B] \nabla f_i \quad (\text{C.6})$$

De posse da direção  $\mathbf{S}_i$  o problema recai na Eq. (C.2), ou seja, na busca do passo ótimo,  $\lambda^*$ , na nova direção determinada. O processo então se repete iterativamente com aplicação do gradiente e da matriz  $[B]$  a este novo ponto  $\mathbf{X}_{i+1}$  para a determinação da próxima direção,  $\mathbf{S}_{i+1}$ .

Como os gradientes indicam a direção mais ascendente a partir de um determinado ponto, é possível conceber um método que simplesmente empregue o gradiente diretamente na determinação da direção  $\mathbf{S}_i$ , dispensando o cálculo da matriz Hessiana ou de suas aproximações.

Este é o Método de Cauchy, segundo o qual a definição da direção  $\mathbf{S}_i$  é calculada unicamente a partir dos gradientes conforme a Eq. (C.7), na primeira iteração, ou Eq. (C.8) para as demais iterações.

$$\mathbf{S}_i = -\nabla f_i \quad (\text{C.7})$$

$$\mathbf{S}_i = -\nabla f_i + \frac{|\nabla f_i|^2}{|\nabla f_{i-1}|^2} \mathbf{S}_{i-1} \quad (\text{C.8})$$

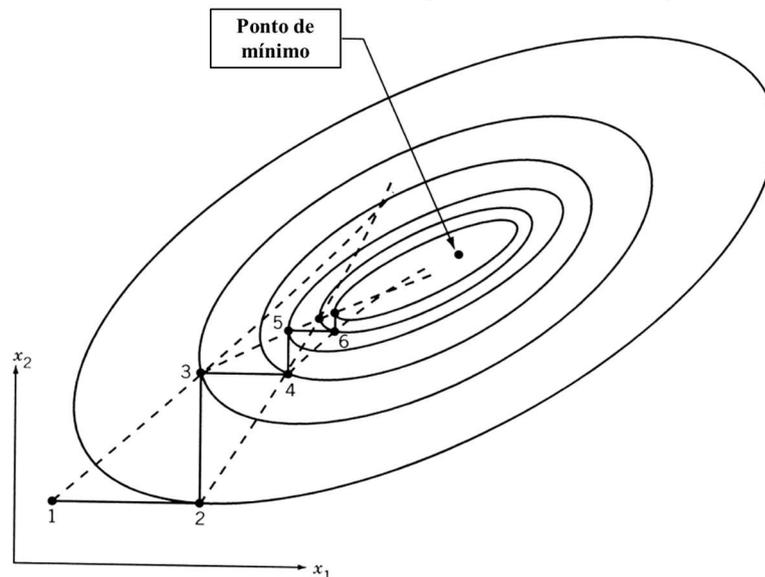
Após isso, prossegue-se à otimização em busca do passo ótimo,  $\lambda^*$ , na direção  $\mathbf{S}_i$ , a exemplo do que foi enunciado para o algoritmo BFGS.

Além dos métodos descendentes também há os métodos de busca direta. Estes métodos podem não ser tão assertivos quanto os primeiros, entretanto, eles dispensam totalmente o conhecimento dos gradientes e da matriz Hessiana.

Dentre os métodos de busca direta, o mais simples é o Univariado. Esta estratégia é aplicada para problemas de múltiplas variáveis. Entretanto, o seu critério é avaliar cada direção possível separadamente. Assim, retomando a Eq. (C.1), o que o método Univariado faz é propor diferentes caminhos de busca  $S_i$ , mas sempre limitando-se à base canônica do espaço. Ou seja, para um problema tridimensional os caminhos de busca serão  $S_i = \{(1,0,0), (0,1,0), (0,0,1)\}$ . Deste modo, para cada um destes caminhos, o algoritmo buscará o passo ótimo ( $\lambda^*$ ).

O método de Powell é uma ampliação do método Univariado na medida em que, ao invés da restrição aos versores canônicos, empreende a sua busca por um passo ótimo sobre uma direção mais apropriada. A determinação desta direção é realizada a partir dos passos anteriormente executados. A Figura C.1 apresenta uma comparação entre os caminhos de busca do método Univariado e os métodos de busca padrão (*pattern methods*), grupo do qual o método de Powell faz parte.

Figura C.1 – Comparação entre os caminhos de busca no método univariado (linha contínua) e métodos de busca padrão (linha tracejada).



Fonte: adaptado de Rao (2019)<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> RAO, S. S. Engineering optimization: theory and practice. John Wiley & Sons, 2019.

As linhas tracejadas são chamadas de *pattern directions*, em se tratando de funções de duas variáveis pode-se demonstrar que todas elas irão coincidir com um caminho que se dirige ao ponto de mínimo. Esta conclusão não se estende aos demais problemas de várias variáveis, entretanto, as *pattern directions* também se constituem como uma boa aproximação de busca para estes outros casos.

Um método de busca padrão pode ser inicializado utilizando um dos vetores da base canônica. Em geral, faz-se  $n$  passos univariados (em que  $n$  é a dimensão do problema), e em seguida determina-se a próxima direção de avaliação a partir Eq. (C.9), na qual  $\mathbf{X}_i$  é o último ponto obtido após os  $n$  passos univariados e  $\mathbf{X}_{i-n}$  é o ponto inicial arbitrariamente escolhido.

$$\mathbf{S}_i = \mathbf{X}_i - \mathbf{X}_{i-n} \quad (\text{C.9})$$

Desta forma, o método de Powell é assim executado. Por exemplo, imaginando um problema no  $\mathbb{R}^2$ , a primeira direção investigada será a  $\mathbf{S}_1 = (1,0)$ , sobre esta direção será realizado um processo de otimização (Eq.(C.2)) para determinação do passo ótimo ( $\lambda^*$ ). Feito isso um novo valor  $\mathbf{X}_{i+1}$  será determinado (Eq. (C.1)) e, a partir deste valor um novo passo ótimo será dado na direção  $\mathbf{S}_1 = (0,1)$ . Os dois passos anteriores são suficientes para a determinação da próxima direção por meio da Eq. (C.9), que conduzirá a um novo passo ótimo. Caso o resultado obtido não esteja dentro da tolerância esperada, o processo se repete, novamente recorrendo à base canônica.

Além destes aqui destacados, em função da sua aplicação no desenvolvimento da tese, há vários outros métodos de busca direta e descendentes. Entre os primeiros é possível destacar o método Simplex e entre os últimos o DFP, que é uma variação do BFGS na medida em que ao invés de propor uma aproximação para a matriz Hessiana, desenvolve-se uma aproximação diretamente para a sua inversa, isto é,  $[\mathbf{H}]^{-1}$ .

Portanto, há inúmeras alternativas a explorar. Entretanto, o resumo apresentado neste apêndice atende aos pontos fundamentais para a compreensão das aplicações apresentadas neste trabalho.



## APÊNDICE D

---

Neste apêndice serão brevemente recobrados alguns tópicos da Mecânica do Contínuo que são úteis à aplicação do método dos elementos finitos em sua abordagem posicional. As informações aqui resumidas foram extraídas de Pimenta (2006) e Coda (2015).

Em linhas gerais, há dois referenciais para a descrição de um corpo contínuo no espaço. O primeiro deles corresponde à descrição lagrangiana, segundo a qual todo o mapeamento do corpo é realizado em sua posição inicial e indeformada. A segunda descrição é a euleriana, para esta, o referencial acompanha o corpo, isto é, ele é definido na sua configuração atual.

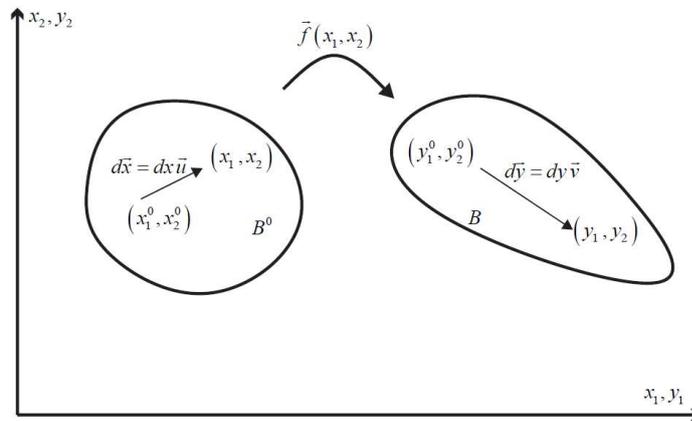
Para que se tenha melhor perspectiva destas referências, o tensor de Cauchy, apresentado nos cursos básicos de Mecânica dos Sólidos, é uma grandeza euleriana, ou seja, ele existe na configuração atual do corpo. Entretanto, tal definição não constitui uma perturbação às formulações puramente lineares, uma vez que as configurações atuais e iniciais se confundem nestas aplicações.

Neste ponto é conveniente destacar que a formulação desenvolvida para o método dos elementos finitos em sua abordagem posicional é lagrangiana total, de modo que todas as grandezas são calculadas para a posição inicial. Tal fato demanda singelas adaptações nos resultados finais no intuito de que as tensões apresentadas se refiram às de Cauchy, possuidora de sentido físico e comumente utilizada nas análises de engenharia.

Outra definição essencial é a da função mudança de configuração,  $f_i(x_1, x_2)$ , ilustrada na Figura D.1. Esta equação, como o próprio nome supõe, descreve a mudança da

configuração inicial do corpo para a sua configuração atual. Como se verá nas aplicações numéricas, o gradiente desta função é sempre conhecido, ainda que por tentativa.

Figura D.1 – Mudança de configuração.



Fonte: adaptado de Coda (2018)<sup>2</sup>.

Na Figura D.1 importantes definições são apresentadas, estas serão utilizadas ao longo de todo o texto. Uma delas é a de que todas as posições referentes à configuração inicial serão denotadas pela letra  $x$ , enquanto aquelas na posição atual pela letra  $y$ .

A determinação matemática da função mudança de configuração é estabelecida pelo cálculo diferencial que demonstra que a atualização da posição de um ponto pode ser escrita sob a forma da Eq. (D.1).

$$(x_1, x_2) = (x_1^o, x_2^o) + (dx_1, dx_2) \quad (\text{D.1})$$

Desejando-se avaliar não a variação de posição do ponto, mas da função nele aplicada recai-se na Eq. (D.2).

$$\begin{aligned} \vec{f}(x_1, x_2) &= \vec{f}(x_1^o, x_2^o) + \text{Grad}(\vec{f}) \cdot d\vec{x} \\ &= \vec{f}(x_1^o, x_2^o) + \mathbf{A} \cdot d\vec{x} \end{aligned} \quad (\text{D.2})$$

em que,

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \frac{\partial y_1}{\partial x_1} & \frac{\partial y_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial y_2}{\partial x_1} & \frac{\partial y_2}{\partial x_2} \end{pmatrix}$$

<sup>2</sup> CODA, H. B. O Método dos Elementos Finitos Posicional: Sólidos e Estruturas - Não Linearidade Geométrica e Dinâmica. São Carlos, EESC/USP, 2018.

Do gradiente da função de mudança de configuração,  $\mathbf{A}$ , é possível definir o tensor de alongamento à direita de Cauchy-Green (Eq. (D.3)) e o tensor das deformações de Green-Lagrange (Eq. (D.4)).

$$\mathbf{C} = \mathbf{A}^t \cdot \mathbf{A} \quad (\text{D.3})$$

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2}(\mathbf{C} - \mathbf{I}) \quad (\text{D.4})$$

Além da medida de deformação, também é útil a determinação da deformação volumétrica, uma vez que esta também estará presente na análise dos sólidos deformáveis. Esta definição está descrita pela Eq. (D.5), na qual  $J$  é chamado de Jacobiano da transformação, este representa a razão entre os volumes atual e inicial. A importância do Jacobiano, inclusive, já foi apresentada no Apêndice A deste trabalho.

$$\varepsilon_v = \frac{dV - dV_o}{dV_o} = \frac{dV}{dV_o} - 1 = J - 1 \quad (\text{D.5})$$

É possível demonstrar que o cálculo do Jacobiano, na verdade, pode ser realizado a partir do gradiente da função mudança de configuração, conforme indicado na Eq. (D.6).

$$J = \text{Det}(\mathbf{A}) \quad (\text{D.6})$$

Como será apresentado mais adiante neste texto, equações de equilíbrio serão determinadas para a configuração atual do corpo. Entretanto, como a formulação empregada é lagrangiana, é útil a apresentação da fórmula de Nanson, Eq. (D.7). Esta equação é capaz de transportar uma medida de área da configuração atual para a inicial.

$$\bar{n}dA = \mathbf{J}\mathbf{B} \cdot \bar{N}dA_o \quad (\text{D.7})$$

Nesta expressão,  $\bar{n}$  e  $\bar{N}$  são os vetores normais às áreas na configuração atual ( $dA$ ) e inicial ( $dA_o$ ) e  $\mathbf{B}$  é a matriz calculada pela inversa da transporta de  $\mathbf{A}$ , Eq. (D.8).

$$\mathbf{B} = (\mathbf{A}^t)^{-1} \quad (\text{D.8})$$

Definida uma medida de deformação, é possível associar a esta uma energia específica de deformação. Aliás, a existência de uma energia específica de deformação é condição para a definição de um material hiperelástico.

Na seção 4.2.1 foi apresentada a energia específica de deformação proposta por Murnaghan (1937), Eq. (4.3), enunciada em função da medida de deformação de Green-Lagrange. É oportuno acrescentar que outros modelos constitutivos hiperelásticos também foram propostos associados a esta mesma medida de deformação. Dentre estes, destaca-se, pela sua simplicidade, o modelo de Saint-Venant-Kirchhoff (SVK) definido por meio da energia específica de deformação apresentada pela Eq. (D.9).

$$\begin{aligned} \psi = \frac{G}{(1-2\nu)} \left\{ (1-\nu)(E_{11}^2 + E_{22}^2 + E_{33}^2) + 2\nu(E_{11}E_{22} + E_{11}E_{33} + E_{22}E_{33}) \right. \\ \left. + (1-2\nu)(E_{12}^2 + E_{21}^2 + E_{13}^2 + E_{31}^2 + E_{23}^2 + E_{32}^2) \right\} \end{aligned} \quad (D.9)$$

Por fim, caso seja de interesse, a determinação do tensor de tensões e do tensor constitutivo segue as definições apresentadas nas Eqs. (4.5) e (4.6), respectivamente.

A equação local de equilíbrio euleriano pode ser obtida seccionando um cubo infinitesimal de volume  $dx_1dx_2dx_3$  e operando o somatório de forças em suas três direções. Tal análise conduz à Eq. (D.10).

$$\operatorname{div}(\boldsymbol{\sigma}^t) + \vec{b} = \rho \ddot{\vec{y}} \quad (D.10)$$

A Eq. (D.10) pode ser reescrita sob a forma de equilíbrio global, bastando para isso a sua integração no volume atual. Tal integral está representada na Eq. (D.11), na qual foi aplicado o Teorema de Gauss para a reescrita do seu primeiro termo<sup>3</sup>.

$$\int_A \boldsymbol{\sigma}^t \cdot \vec{n} dA + \int_V \vec{b} dV = \int_V \rho \ddot{\vec{y}} dV \quad (D.11)$$

A aplicação da definição apresentada na Eq. (D.7) sobre a Eq. (D.11) permite reescrevê-la em termos da área e do volume inicial, como se vê na Eq. (D.12), em notação indicial.

$$\int_{A_o} J \sigma_{ji} B_{jk} N_k dA_o + \int_{V_o} J b_i dV_o = \int_{V_o} J \rho \ddot{y}_i dV_o \quad (D.12)$$

---

<sup>3</sup>  $\int_V \operatorname{div}(\boldsymbol{\sigma}^t) dV = \int_A \boldsymbol{\sigma}^t \cdot \vec{n} dA = \int_A \vec{p} dA$

A Eq. (D.12) guarda consigo a definição do primeiro tensor de Piola-Kirchoof,  $P = J\sigma_{ji}B_{jk}$ . Assim, após a aplicação desta definição e da conservação de massa, obtêm-se a Eq. (D.13).

$$\int_{A_o} \mathbf{P} \cdot \bar{\mathbf{N}} dA_o + \int_{V_o} \bar{\mathbf{b}}^o dV_o = \int_{V_o} \rho_o \ddot{\mathbf{y}} dV_o \quad (\text{D.13})$$

Percebe-se que as Eq. (D.11) e (D.13) são em tudo semelhantes, exceto na referência, sendo a primeira definida para a configuração corrente e a segunda na inicial. Desta forma, a equação de equilíbrio local também pode ser reescrita como indicado na Eq. (D.14).

$$\text{div}(\mathbf{P}^t) + \bar{\mathbf{b}}^o = \rho_o \ddot{\mathbf{y}} \quad (\text{D.14})$$

O Princípio da Estacionariedade, enunciado na seção 4.2.2 também pode ser reescrito como uma perturbação do equilíbrio local, como indicado na Eq. (D.15), em notação indicial.

$$\delta\pi = \left( -P_{ij,j} - b_i^o + \rho_o \ddot{y}_i \right) \delta y_i = 0 \quad (\text{D.15})$$

Finalmente, a Eq. (D.15) pode ser integrada no volume inicial e, após manipulação, serve à definição da Eq. (D.16).

$$\delta\pi = \int_{V_o} \rho_o \ddot{y}_i \delta y_i dV_o - \int_{V_o} b_i^o \delta y_i dV_o - \int_{A_o} p_i^o \delta y_i dA_o - \int_{A_o} P_{ij} \delta A_{ij} dA_o = 0 \quad (\text{D.16})$$

Tal expressão está definida em função do primeiro tensor de Piola-Kirchoof,  $\mathbf{P}$ , entretanto, como se viu na seção 4.2.1 o tensor de tensões conjugado energético à deformação de Green-Lagrange corresponde ao segundo tensor de Piola-Kirchoof,  $\mathbf{S}$ . Tal constação demanda que a Eq. (D.16) seja reescrita em função deste tensor, que é associado ao tensor  $\mathbf{P}$  por meio da definição da Eq. (D.17).

$$\mathbf{P}^t = \mathbf{A} \cdot \mathbf{S} \quad (\text{D.17})$$

Aplicando a Eq. (D.17) à Eq. (D.16) e, tendo em vista que a variação da deformação de Green-Lagrange corresponde a  $\delta E = \frac{1}{2}(\delta A^t \cdot A + A^t \cdot \delta A)$ , obtêm-se a Eq. (D.18).

$$\delta\pi = \int_{V_o} \mathbf{S} : \delta \mathbf{E} dV_o - \int_{V_o} \bar{\mathbf{b}}^o \delta \ddot{\mathbf{y}} dV_o - \int_{A_o} \bar{\mathbf{p}}^o \delta \ddot{\mathbf{y}} dA_o + \int_{V_o} \rho_o \ddot{\mathbf{y}} \cdot \delta \ddot{\mathbf{y}} dV_o = 0 \quad (\text{D.18})$$

Tal expressão é idêntica à Eq. (4.25), apresentada na seção 4.2.2, a menos da última parcela referente à contribuição inercial.

Os desenvolvimentos seguintes compreendem a aplicação da técnica de elementos finitos em sua abordagem posicional e será desenvolvida no Apêndice E.

## APÊNDICE E

---

Neste apêndice será apresentado um resumo da formulação do método dos elementos finitos em sua descrição posicional aplicada a elementos de chapa, isto é, a sólidos 2D.

No Apêndice A, por meio da Eq. (A.8), foi apresentada a determinação das posições de um elemento finito por meio da interpolação de suas posições nodais. Tal definição é aqui recobrada pela Eq. (E.1), na qual  $i$  representa a direção (podendo ser 1 ou 2) e  $\ell$  o nó do elemento finito, que também enumera as funções de forma.

$$f_i^0 = x_i(\xi_1, \xi_2) = \phi_\ell(\xi_1, \xi_2) X_i^\ell \quad (\text{E.1})$$

Ou seja, a Eq. (E.1) representa o mapeamento do elemento finito na sua posição inicial. O mesmo poderia ser feito para a posição atual do elemento, como indicado na Eq. (E.2).

$$f_i^1 = y_i(\xi_1, \xi_2) = \phi_\ell(\xi_1, \xi_2) Y_i^\ell \quad (\text{E.2})$$

Desta forma, observa-se que o conceito das funções de mapeamento é semelhante àquele enunciado para a função mudança de configuração ( $f$ ). Entretanto, no caso presente ao invés da associação ser entre a posição inicial e a atual, ela é realizada entre o contínuo e a sua representação discreta em um domínio adimensional.

Esta é uma definição oportuna, pois agora as operações que deveriam realizadas sobre o corpo contínuo serão operadas sobre as suas funções de forma. Isto será ilustrado pelas Eqs. (E.3) e (E.4) para os gradientes dos mapeamentos das configurações inicial e atual.

$$A_{ij}^0 = \frac{\partial f_i^0}{\partial \xi_j} = \frac{\partial \phi_\ell}{\partial \xi_j} X_i^\ell \quad (\text{E.3})$$

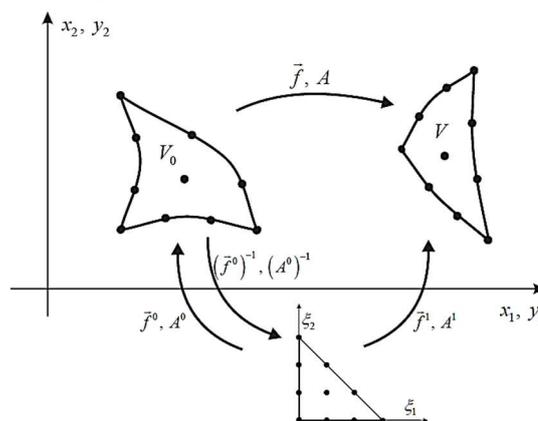
$$A_{ij}^1 = \frac{\partial f_i^1}{\partial \xi_j} = \frac{\partial \phi_\ell}{\partial \xi_j} Y_i^\ell \quad (\text{E.4})$$

Os dois gradientes acima apresentados podem ser numericamente calculados, pois a posição inicial é um dado de entrada do problema e a posição atual também é sempre conhecida, ainda que por tentativa durante o processo iterativo de solução do problema não linear.

Deve-se ter em mente a necessidade de se reescrever a energia de deformação do sólido em função das suas posições nodais. Ou seja, antes de tudo a deformação de Green-Lagrange, enunciada pela Eq. (E.4) para um meio contínuo, deve ser reescrita a partir dos mapeamentos acima indicados.

Portanto, recobrando o conceito anterior, o gradiente da função mudança de configuração é capaz de transformar a configuração inicial ( $x_i$ ) na atual ( $y_i$ ). Teoricamente isto deveria ser feito diretamente, como apresentado na Figura D.1, entretanto, uma vez que tanto a configuração inicial, quanto a atual foram mapeadas em função das suas posições nodais, é possível efetuar esta transformação por intermédio do mapeamento adimensional. A Figura E.1 ilustra esta ideia.

Figura E.1 – Mapeamento adimensional.



Fonte: extraído de Coda (2018)<sup>2</sup>

<sup>2</sup> CODA, H. B. O Método dos Elementos Finitos Posicional: Sólidos e Estruturas - Não Linearidade Geométrica e Dinâmica. São Carlos, EESC/USP, 2018.

Portanto, a mudança de configuração ao invés de ser realizada diretamente por  $\mathbf{A}$ , será feita pela associação  $\mathbf{A}^1 \cdot (\mathbf{A}^0)^{-1}$ , em função da conclusão expressa na Eq. (E.5).

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}^1 \cdot (\mathbf{A}^0)^{-1} \quad (\text{E.5})$$

De fato, esta é uma conclusão conveniente, uma vez que as matrizes  $\mathbf{A}^1$  e  $\mathbf{A}^0$  já são numericamente conhecidas como apresentado pelas Eqs. (E.3) e (E.4). Desta forma, a deformação de Green-Lagrange pode ser reescrita sob a forma da Eq. (E.6).

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2} \left( (\mathbf{A}^0)^{-t} (\mathbf{A}^1)^t \cdot \mathbf{A}^1 \cdot (\mathbf{A}^0)^{-1} - \mathbf{I} \right) \quad (\text{E.6})$$

Neste ponto, recobra-se a equação de equilíbrio definida pela Eq. (4.25), agora reescrita em notação indicial, com a presença de cargas pontuais e particularizada para a área e volume de um elemento finito, Eq. (E.7).

$$\delta \Pi = -F_i^\ell \delta Y_i^\ell - \int_{V_0^{el}} b_i^0 \delta y_i dV_0^{el} - \int_{A_0^{el}} p_i^0 \delta y_i dA_0^{el} + \int_{V_0^{el}} S_{kj} \delta E_{kj} dV_0^{el} = 0 \quad (\text{E.7})$$

Como adiantado, a aproximação por elementos finitos, permite que as grandezas contínuas sejam tratadas de forma discreta a partir da aplicação das funções de forma. Em função disso, as forças de corpo e as cargas de superfície poderão ser reescritas pelas definições da Eq. (E.8), em que  $Q$  e  $B$  são as forças nodalizadas.

$$\begin{aligned} p_i^0(\vec{\xi}) &= \phi_\ell(\vec{\xi}) Q_i^\ell \\ b_i^0(\vec{\xi}) &= \phi_\ell(\vec{\xi}) B_i^\ell \end{aligned} \quad (\text{E.8})$$

Assim, substituindo a Eq. (E.8) em (E.7) e sabendo que a perturbação  $\delta Y$  é arbitrária, reescreve-se a equação de equilíbrio sob a forma da Eq. (E.9), na qual está indicada a parcela relativa às forças internas e às forças externas.

$$\underbrace{-F_i^\ell - \int_{V_0^{el}} \phi_m(\vec{\xi}) \phi_\ell(\vec{\xi}) B_i^m dV_0^{el} - \int_{A_0^{el}} \phi_m(\vec{\xi}) \phi_\ell(\vec{\xi}) Q_i^m dA_0^{el}}_{(F_i^\ell)^{ext}} + \underbrace{\int_{V_0^{el}} S_{kj} \frac{\partial E_{kj}}{\partial Y_i^\ell} dV_0^{el}}_{(F_i^\ell)^{int}} = 0 \quad (\text{E.9})$$

Desta forma, fica enunciado o problema não linear a ser resolvido.

Nas aplicações deste trabalho não foram aplicadas forças de corpo ou de superfície, de modo que as cargas externas corresponderam apenas a forças pontuais. E, no tocante às forças

internas aplicou-se diretamente a definição oriunda da energia específica de deformação, conforme o exposto na seção 4.2.2.

Portanto, esta última definição é recobrada na Eq. (E.10), que indica a integral numérica, reescrita nas coordenadas locais adimensionais do elemento, aplicando a quadratura de Hammer nos pontos  $ih$  de pesos  $w_{ih}$ .

$$(F_i^\ell)^{\text{int}} = \int_{V_0^{\text{el}}} \frac{\partial \psi(Y_k^m)}{\partial Y_i^\ell} dV_0^{\text{el}} = \sum_{ih=1}^{nh} S_{ij} \frac{\partial E_{ij}}{\partial Y_\alpha^\beta}(\bar{\xi}(ih)) J_0(\bar{\xi}(ih)) w_{ih} \quad (\text{E.10})$$

Como também já apresentado na seção 4.2.2, a estratégia de solução por Newton-Raphson faz com que seja necessário o cálculo da matriz Hessiana, em representação à matriz de rigidez tangente. Este cálculo também é recuperado na Eq. (E.11) sob o ponto de vista da sua integração numérica.

$$\begin{aligned} H_{\alpha\beta\gamma z}^{\text{el}} &= \int_{V_0^{\text{el}}} \left( \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \bar{Y}} : \mathbb{C} : \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \bar{Y}} + \mathbf{S} : \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial \bar{Y} \otimes \partial \bar{Y}} \right) dV_0^{\text{el}} \\ &= \int_{V_0^{\text{el}}} h_{\alpha\beta\gamma z} dV_0^{\text{el}} \\ &= \sum_{ih=1}^{nh} h_{\alpha\beta\gamma z}(\bar{\xi}(ih)) J_0(\bar{\xi}(ih)) w_{ih} \end{aligned} \quad (\text{E.11})$$

Observa-se por meio da Eq. (E.10) que o cálculo da força interna impõe a determinação da derivada da deformação de Green-Lagrange em relação às posições  $(\partial \mathbf{E} / \partial Y_{ij})$ . Portanto, esta operação está apresentada na Eq. (E.12).

$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \bar{Y}} = \frac{1}{2} \left( (\mathbf{A}^0)^{-t} \cdot \frac{\partial (\mathbf{A}^1)^t}{\partial \bar{Y}} \cdot \mathbf{A}^1 \cdot (\mathbf{A}^0)^{-1} + (\mathbf{A}^0)^{-t} \cdot (\mathbf{A}^1)^t \cdot \frac{\partial (\mathbf{A}^1)}{\partial \bar{Y}} \cdot (\mathbf{A}^0)^{-1} \right) \quad (\text{E.12})$$

O resultado da Eq. (E.12) também se presta à montagem da matriz Hessiana. Assim, para a solução desta última resta a operação da segunda derivada em  $\mathbf{E}$  em relação a  $Y_{ij}$ , como apresentado na Eq. (E.13).

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial \bar{Y} \otimes \partial \bar{Y}} = \frac{1}{2} \left( (\mathbf{A}^0)^{-t} \cdot \frac{\partial (\mathbf{A}^1)^t}{\partial \bar{Y}} \cdot \frac{\partial \mathbf{A}^1}{\partial \bar{Y}} \cdot (\mathbf{A}^0)^{-1} + (\mathbf{A}^0)^{-t} \cdot \frac{\partial (\mathbf{A}^1)^t}{\partial \bar{Y}} \cdot \frac{\partial (\mathbf{A}^1)}{\partial \bar{Y}} \cdot (\mathbf{A}^0)^{-1} \right) \quad (\text{E.13})$$

Acrescenta-se que as derivadas sobre os gradientes de  $\mathbf{A}^1$  podem ser operadas como apresentado na Eq. (E.14), em que  $\delta_{ij}$  é o Delta de Dirac.

$$\frac{\partial(\mathbf{A}^1)}{\partial \vec{Y}} = \frac{\partial A_{ij}^1}{\partial Y_\alpha^\beta} = \frac{\partial \left( \frac{\partial \phi_\ell Y_i^\ell}{\partial \xi_j} \right)}{\partial Y_\alpha^\beta} = \phi_{\ell,j} \frac{\partial Y_i^\ell}{\partial Y_\alpha^\beta} = \phi_{\ell,j} \delta_{ai} \delta_{\beta\ell} = \phi_{\ell,j} \delta_{ai} \quad (\text{E.14})$$

Da mesma forma que no Apêndice A, estas definições dizem respeito às matrizes locais dos elementos finitos, devendo a matriz global ser montada para a solução do problema mecânico. Tal solução é alcançada por meio da aplicação do método de Newton-Raphson, conforme apresentado na seção 4.2.2

Neste Apêndice E os principais tópicos por detrás da formulação foram apresentados para melhor entendimento das aplicações realizadas no corpo da tese. Entretanto, salienta-se que determinadas passagens foram suprimidas e podem ser consultadas na bibliografia recomendada<sup>2</sup>.

---

<sup>2</sup> CODA, H. B. O Método dos Elementos Finitos Posicional: Sólidos e Estruturas - Não Linearidade Geométrica e Dinâmica. São Carlos, EESC/USP, 2018.